

УДК 539.3

## НАПРУЖЕНИЙ СТАН НЕСКІНЧЕННОГО ЦИЛІНДРА ДОВІЛЬНОГО ПЕРЕРІЗУ З ДЕФЕКТАМИ РІЗНОГО ТИПУ ПРИ КОЛИВАННЯХ ПОЗДОВЖНЬОГО ЗСУВУ

Ольга Кирилова, Всеволод Попов

Національний університет «Одеська морська академія», м. Одеса

Розглядається нескінченний пружний циліндр з твірними, паралельними до осі  $Oz$ , у якому є два дефекти, що містяться на двох неперетинних відрізках, які не виходять за межі перерізу. Контуром перерізу циліндричного тіла площиною  $xOy$  є обмежена довільна замкнена гладка крива  $r(\varphi) = r_0\psi(\varphi)$ ,  $0 \leq \varphi < 2\pi$ . У циліндрі відбуваються коливання поздовжнього зсуву, зумовлені дією на бічну поверхню гармонічного за часом самозрівноваженого навантаження  $GP(\varphi)\exp(-i\omega t)$  (далі множник  $\exp(-i\omega t)$  опущено і розглядаються лише амплітудні значення). За таких припущень тіло перебуває в умовах антиплоскої деформації і єдина відмінна від нуля  $z$ -компонента вектора переміщення задовольняє рівняння Гельмгольца:

$$\Delta w + \kappa_2^2 w = 0; \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}, \quad \kappa_2 = \frac{\omega}{c_2}, \quad c_2 = \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \quad (1)$$

За умови навантаження на поверхні циліндричного тіла виконується рівність щодо зсувних напружень:

$$\tau_{\bar{r}z}(r_0\psi(\varphi), \varphi) = GP(\varphi), \quad 0 \leq \varphi < 2\pi. \quad (2)$$

Крайові умови на дефектах формулюються у системі координат  $x_i O_i y_i$ ,  $i = 1, 2$ , що пов'язані безпосередньо з ними. Нехай  $w_k(x_k, y_k)$  –  $z$ -компонента вектора переміщень при переході від полярних координат до локальних декартових. Поверхня тріщин вважається вільною від навантажень, тоді відповідні крайові умови у випадку тріщин:

$$\tau_{zy_i}(x_i, 0) = G \frac{\partial w_i(x_i, 0)}{\partial y_i} = 0, \quad |x_i| < a_i, \quad i = 1, 2. \quad (3)$$

Розриви переміщення  $w_i(x_i, y_i)$  на поверхні тріщин задано невідомими стрибками

$$\langle w_i \rangle = w_i(x_i, +0) - w_i(x_i, -0) = \chi_i(x_i), \quad i = 1, 2. \quad (4)$$

На поверхні включення за повного зчеплення виконуються рівності:

$$w_i(x_i, \pm 0) = d_i, \quad |x_i| < a_i, \quad i = 1, 2, \quad (5)$$

і мають розриви дотичні напруження  $\tau_{zy_k}^k$  зі стрибками

$$\langle \tau_{zy_k}^k \rangle = G(\tau_{zy_i}(x_i, +0) - \tau_{zy_i}(x_i, -0)) = \chi_i(x_i), \quad |x_i| < a_i. \quad (6)$$

Отже, аналіз поведінки тіла зводиться до розв'язання диференціального рівняння (1) з крайовими умовами (2)–(6) в залежності від типу дефекту.

Для розв'язання задачі використано підхід, що дозволяє окремо задовольняти умови на поверхнях дефектів (3), (5) і на межі циліндра (2). Він полягає у поданні переміщення у вигляді суми розривних розв'язків (1), побудованих для відповідних дефектів, і деяких невідомих функцій, які теж є розв'язками рівняння (1) та за рахунок яких задовольняються умови на поверхні циліндра (2). Ці функції розшукуються у вигляді лінійної комбінації частинних розв'язків рівнянь Гельмгольца, що утворюють повні замкнені системи функцій в будь-якій замкненій області. В результаті задача зводиться до розв'язання сукупності систем інтегро-диференціальних рівнянь на дефектах, що відрізняються лише правими частинами. Наближені розв'язки цих систем отримано методом механічних квадратур. Після цього невідомі коефіцієнти лінійної комбінації визначаються з граничних умов на поверхні циліндра (2) методом колокації.

Отримано наближені формули для розрахунку КІН, за допомогою яких проведено числове дослідження резонансних явищ, досліджено вплив на КІН значення частоти коливань, розташування і взаємодії дефектів в ньому.

## STRESS STATE OF AN INFINITE CYLINDER OF ARBITRARY CROSS-SECTION WITH DEFECTS OF VARIOUS TYPES UNDER OSCILLATIONS OF LONGITUDINAL SHEAR

*The dynamic stress state in an infinite cylinder of arbitrary cross-section with two defects of various types is determined. The proposed method of solution enables to separately satisfy the boundary conditions on the defects, and then on the boundary of the cylinder. This significantly simplifies the numerical implementation. Approximate formulas for calculating the SIF are obtained and the influence of frequency oscillations and location of the defects on their values are investigated.*