

УДК 536.2

## **ПРО ОДИН ПІДХІД ДО АНАЛІТИЧНО-ЧИСЛОВОГО ВИЗНАЧЕННЯ СТАТИЧНОГО ТЕРМОПРУЖНОГО СТАНУ ШАРУВАТИХ СТРУКТУР ПРОСТОЇ ГЕОМЕТРІЇ З ТЕРМОЗАЛЕЖНИМИ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ**

Ігор Махоркін<sup>1</sup>, Ірина Литвин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів;

<sup>2</sup>Коледж телекомунікацій та комп'ютерних технологій Національного університету «Львівська політехніка», м. Львів

Запропоновано та апробовано аналітично-числову методику визначення одновимірного стаціонарного теплового та статичного термопружного станів багат шарових термочутливих структур простої геометрії (плоскі, циліндричні, сферичні тіла та їх сегменти) незалежно від характеру температурних залежностей фізико-механічних характеристик матеріалу шарів.

Розглянуто багат шарові тіла з термочутливих матеріалів, віднесені до ортогональних систем координат (декартової, циліндричної, сферичної). Граничні поверхні та поверхні спряження матеріалів співпадають з координатними поверхнями. Вважаємо, що тепловий стан обумовлено тепловим навантаженням, що спричинює одновимірне стаціонарне температурне поле.

На основі співвідношень нелінійної теорії теплопровідності та лінійної теорії термопружності неоднорідних тіл [1] сформульовано математичну модель теплової та термопружної поведінки таких структур. Вона полягає у визначенні температури та переміщення як функцій координати за розв'язками нелінійного рівняння теплопровідності та рівняння рівноваги у переміщеннях. При цьому теплофізичні і механічні характеристики структури, як єдиного цілого, подано у вигляді кусково-сталих функцій координати та температури.

З використанням аналога функції Кірхгофа та апарату узагальнених функцій, побудовано у замкнутому аналітичному вигляді аналітично-числові розв'язки одновимірних стаціонарних задач нелінійної теплопровідності та статичної термопружності шаруватих тіл простої геометрії за довільного характеру температурної залежності фізико механічних характеристик матеріалів шарів, що не потребують з'ясування однозначності.

На прикладі числового дослідження стаціонарного теплового стану та обумовленого ним статичного термопружного стану двошарової пластини, граничні поверхні якої знаходяться в умовах конвективного теплообміну з середовищами постійної температури, апробовано запропонований аналітично-числовий підхід та отримані на його основі аналітично-числові розв'язки.

Результати числових вказують на наступне:

– запропонована процедура забезпечує швидку збіжність процесу числового визначення теплового та термонапруженого станів;

- подання фізико-механічних характеристик матеріалу шарів у вигляді кусково-сталих функцій температури уможливорює визначення теплового та термонапруженого стану з довільною точністю. Так збільшення точності апроксимації вдвічі призводило у досліджуваних випадках до зменшення максимального значення приведеної відносної похибки приблизно в півтора – два рази;
- неврахування характеру температурозалежності коефіцієнта теплопровідності матеріалів шарів зазвичай призводить до значних похибок в оцінці теплового та термопружного стану системи;
- у досліджуваних випадках, в залежності від структури плити, приведена відносна похибка досягала 11.9% при визначення температури та 32.8% – для напружень;
- формальне використання апроксимації температурних залежностей ФМХ постійними величинами, що дорівнюють їх середньоінтегральним значенням може призвести до неадекватної оцінки термопружного стану об'єкта;

Запропонований аналітично-числовий підхід до розв'язання одновимірних задач стаціонарної теплопровідності та статичної термопружності шаруватих структур простої геометрії з термочутливих матеріалів дає змогу досліджувати їх тепловий та напружений стани незалежно від характеру температурних залежностей фізико-механічних характеристик матеріалів шарів.

1. Подстригач Я.С., Ломакин В.А., Коляно Ю.М. Термоупругость тел неоднородной структуры. – Москва: Наука, 1984. – 368 с.

#### **ON AN APPROACH TO ANALYTICAL-NUMERICAL DETERMINATION OF STATIC THERMOELASTIC STATE OF LAYERED STRUCTURES OF SIMPLE SHAPE WITH THERMO-DEPENDENT PHISICOMECHANICAL PROPERTIES**

*An approach to the analytical-numerical determination of the one-dimensional thermoelastic state of layered bodies of simple shape taking into account the thermosensitivity of the physical-mechanical characteristics of the material, regardless of its nature, is proposed. It is based on the use of generalized functions, the introduction of the Kirchhoff function type as a function and the approximation of the material physical-mechanical characteristics temperature dependences by piecewise-constant temperature functions.*