

УДК 539.3

ВПЛИВ ІНЕРЦІЙНОСТІ МАТЕРІАЛУ НА ПАРАМЕТРИ ГРАНИЧНОЇ РІВНОВАГИ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З ПОЗДОВЖНЬОЮ ТРИЩИНОЮ

Микола Махоркін

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України, м. Львів

Прогнозування міцності конструкційних елементів оболонкового типу за дії змінного в часі навантаження, нерозривно пов'язане з визначенням коефіцієнтів інтенсивності зусиль та моментів поблизу вершин дефектів.

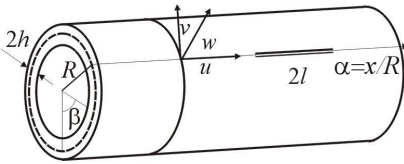


Рис.1

Грунтуючись на методиці, наведеній в [1] для статичного навантаження, розглянуто задачу про граничну рівновагу замкненої безмежної циліндричної оболонки з наскрізним поздовжнім розрізом, довжиною $2l$, береги якого навантажені зусиллями, що змінюється за експоненціальним законом (рис. 1). Вирішення задачі зведено до розв'язання системи сингулярних інтегральних рівнянь [2].

Вирази для поля вільних від напружень деформацій уздовж розрізу, за вказаних умов, подано у такому вигляді:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\beta\beta}^0 &= \varepsilon_{\beta\beta}^* e^{\gamma\tau} = R^{-1} [v(\alpha, \tau)] \delta(\beta), & \varepsilon_{\alpha\beta}^0 &= \varepsilon_{\alpha\beta}^* e^{\gamma\tau} = R^{-1} [u(\alpha, \tau)] \delta(\alpha), \\ \kappa_{\beta\beta}^0 &= \kappa_{\beta\beta}^* e^{\gamma\tau} = -R^{-1} \{ [\theta_{\beta}(\alpha, \tau)] \delta(\beta) - R^{-2} [w(\alpha, \tau)] \partial_{\beta} \delta(\beta) \}, \\ \kappa_{\alpha\beta}^0 &= \kappa_{\alpha\beta}^* e^{\gamma\tau} = -R^{-2} \partial_{\alpha} [w(\alpha, \tau)] \delta(\beta), & \varepsilon_{\alpha\alpha}^0 &= \kappa_{\alpha\alpha}^0 = 0, \end{aligned}$$

де ε_{ij}^* , κ_{ij}^* ($i, j = \alpha, \beta$) – не залежать від часу і мають вигляд, поданий в [1, 2]; $[u(\alpha)]$, $[v(\alpha)]$, $[w(\alpha)]$, $[\theta_{\beta}(\alpha)]$ – стрибки переміщень та кутів повороту [1]; τ – час; γ – деякий сталий коефіцієнт розмірності $[c^{-1}]$, $\gamma \in \mathbb{R}$, що характеризує швидкість зміни навантаження, а систему рівнянь рівноваги в переміщеннях згідно з [1] отримано у такому вигляді [2] –

$$L_{k1}u + L_{k2}v + L_{k3}w - R^2 c_{\tau}^{-2} \ddot{g}_k = q_k^{0*}, \quad k = 1, 2, 3, \quad (1)$$

де L_{km} ($m = 1, 2, 3$) – оператори, вигляд яких подано у [2]; $g_1 = u$, $g_2 = v$, $g_3 = w$; q_i^{0*} – праві частини рівнянь, котрі обчислюють за відомими виразами [2]; $c_{\tau}^2 = E\rho^{-1}(1 - \nu^2)^2$.

Згідно з [1], розв'язок (1) подано так:

$$f(\alpha, \tau) = f^*(\alpha) e^{\gamma \tau} = R \sum_{j=2}^3 (L_{jf}^* \phi_j + P_{jf}^* \psi_j) e^{\gamma \tau}, \quad f = \{u, v, w\}. \quad (1)$$

Тут $L_{kl}^* = L_{kl} + L_{kl}^{**}$, $P_{kl}^* = P_{kl} + P_{kl}^{**}$, $l = u, v, w$, де L_{kl} , P_{kl} – оператори тотожні поданим в [1], а L_{kl}^{**} , P_{kl}^{**} – оператори, які враховують залежність навантаження від часу [2].

Ключові функції ϕ_j , ψ_j описуються виразами аналогічними до поданих в [1], в яких фундаментальний розв'язок має вигляд [2]:

$$\Phi_n(z) = \frac{1}{X_n} \sum_{j=1}^2 e^{-a_{jn}|z|} (q_{jn} p_{jn}^+)^{-1} \left[(b_{jn} C_{jn} - a_{jn} B_{jn}) \cos b_{jn} z + (a_{jn} C_{in} - b_{jn} B_{jn}) \sin b_{jn} |z| \right],$$

якщо корені відповідного характеристичного рівняння [2] мають вигляд $\lambda_{1,2,3,4} = \pm(b_{1n} \pm ia_{1n})$, $\lambda_{5,6,7,8} = \pm(b_{2n} \pm ia_{2n})$;

$$\Phi_n(z) = [A_{1n} \cos b_{1n} z + B_{1n} \sin b_{10} |z|] e^{-a_{1n}|z|} + A_{2n} e^{-a_{20}|z|} + B_{2n} e^{-b_{20}|z|},$$

якщо вони мають вигляд $\lambda_{1,2,3,4} = \pm(b_{1n} \pm ia_{1n})$, $\lambda_{5,6} = \pm ib_{20}$, $\lambda_{7,8} = \pm ia_{20}$.

Проаналізовано випадок, коли навантаження змінюється за гармонійним законом.

Аналогічно до [1] отримано систему сингулярних інтегральних рівнянь для визначення похідних від стрибків функцій переміщень та кутів повороту. Загальний вигляд їх ядер подано у [2]

На основі отриманих рівнянь, здійснено дослідження коефіцієнтів інтенсивності зусиль та моментів поблизу кінців тріщини за її симетричного навантаження залежно від швидкості зміни навантаження γ для оболонок, виготовлених із різних матеріалів.

1. Кушнір Р.М., Николишин М.М., Осадчук В.А. Пружний та пружно-пластичний граничний стан оболонок з дефектами – Львів: СПОЛЮМ, 2003. – 318 с.
2. Махоркін М.І. Николишин М.М. Гранична рівновага циліндричної оболонки з подовжньою тріщиною за врахування інерційності матеріалу// Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2018. – 61, № 1. – С. 130–141.

THE EFFECT OF MATERIAL INERTENCE ON PARAMETERS OF LIMIT EQUILIBRIUM OF CYLINDRICAL SHELL WITH LONGITUDINAL CRACK

An elastic cylindrical isotropic shell with a longitudinal crack under surface loading varying with time according to an exponential law is considered. A system of singular integral equations is constructed. The solutions of these equations are used for study of the stress state near the crack tips in shells made of different materials.