

УДК 539.3

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ В СКІНЧЕННИХ ЦИЛІНДРАХ, ЧАСТКОВО ВІДШАРОВАНИХ ВІД ЖОРСТКОЇ ОСНОВИ, ПРИ РАПТОВОМУ КРУТНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Олександр Демидов, Всеволод Попов

Національний університет «Одеська морська академія», м. Одеса

Розглянуто скінченний пружний циліндр з ізотропного матеріалу з висоти a і радіуса r_0 . З циліндром пов'язано циліндричну систему координат, центр якої збігається з центром нижньої основи циліндра, а вісь Oz – з його віссю. Джерелом навантаження є жорстка накладка висоти d і того ж радіуса, що й циліндр. Накладка зчеплена з верхнім торцем і знаходиться під дією крутного моменту $M(t)$. Нижній торець циліндра зчеплений з жорсткою основою. В області зчеплення є часткове відшарування у формі круга (рис. 1а) або кільця (рис. 1б). Бічна поверхня циліндра і поверхня відшарування вважаються вільними від напружень.

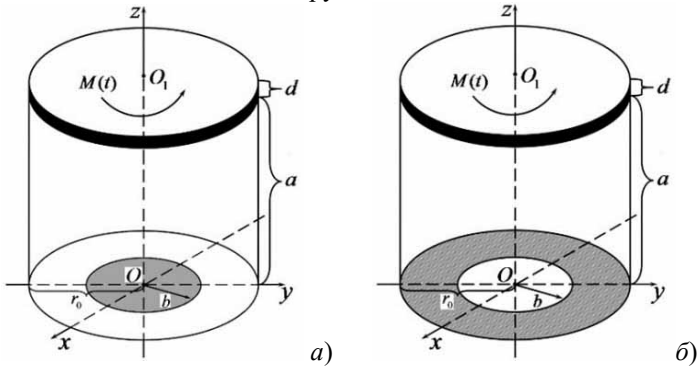


Рис. 1. Циліндр з круговим (а) та кільцевим (б) відшаруванням

За таких умов циліндр знаходиться у стані вісесиметричної деформації кручення з відмінним від нуля лише кутовим переміщенням $w(\eta, \zeta, \tau)$, яке задовольняє наступне рівняння:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{1}{c_2^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \quad (1)$$

Рівняння (1) розглядається з нульовими початковими умовами. Граничні умови на бічній поверхні і верхній основі циліндра має наступний вигляд:

$$w(r, a, t) = \alpha(t)r, \quad \tau_{\varphi r}(r_0, z, t) = 0,$$

де $\alpha(t)$ – невідомий кут повороту накладки, який визначається з рівняння її руху.

Граничні умови на нижній основі циліндра формуються в залежності від форми відшарування:

а) для кругового: $w(r, 0, t) = 0, \quad b < r < r_0, \quad \tau_{\varphi z}(r, 0, t) = 0, \quad 0 \leq r \leq b;$

б) для кільцевого: $\tau_{\varphi z}(r, 0, t) = 0, \quad b < r < r_0, \quad w(r, 0, t) = 0, \quad 0 \leq r \leq b.$

Для розв'язання сформульованої початково-крайової задачі застосуємо підхід, який ґрунтується на різницевій апроксимації тільки похідних за часом і детально викладений у [3]. Скориставшись перетвореннями, аналогічними до наведених в [1], задачу звели до сукупності послідовно розв'язуваних однорідних початково-крайових задач для рівняння Гельмгольца. Розв'язок цих задач визначаємо методом інтегральних перетворень. У результаті застосування цього методу отримано інтегральні рівняння відносно невідомих функцій, пов'язаних зі стрибком. Це рівняння, за відомою методикою [2], зведено до рівняння Фредгольма другого роду, наближений розв'язок якого шукаємо методом коллокацій.

У результаті отримано формули для розрахунку КІН у вузлах розбиття за часом. За допомогою цих формул виконано числове дослідження впливу різних видів навантаження, маси накладки та геометричних параметрів циліндру на значення КІН за часом.

1. Демидов О.В., Попов В.Г. Нестационарный закрут скінченного циліндра з круговою тріщиною // Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки. – 2017. – № 1. – С. 131–142.
2. Попов В.Г. Напряженное состояние конечного упругого цилиндра с круговой трещиной при крутильных колебаниях // Прикладная механика. – 2012. – 48, № 4. – С. 86–93.
3. Savruk M.P. New method for the solution of dynamic problems of the theory of elasticity and fracture mechanics // Mater. Sci. – 2003. – 39, № 4. – P. 465–471.

MODELING AND INVESTIGATION OF THE STRESS STATE IN FINITE CYLINDERS WITH PARTIAL DELAMINATION FROM A RIGID BASE UNDER SUDDEN TORSIONAL LOADING

An axisymmetric dynamic problem on determining the stress state in the vicinity of the delamination in a finite cylinder partly coupled with the rigid base is solved. The proposed method consists in the difference approximation only of the time derivative. As a result, the original problem is replaced by a sequence of homogeneous boundary value problems for the Helmholtz equation that reduce to the Fredholm integral equation of the second kind. The numerical solution found made it possible to obtain an approximate formula for calculating the stress intensity factor.