

УДК 539.3

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТЕРМОПРУЖНОЇ ПОВЕДІНКИ ТІЛА З УРАХУВАННЯМ ПОЗДОВЖНЬОЇ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ БЕРЕГІВ ТРІЩИНИ

Христина Середницька

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів

Урахування поверхневих ефектів і неоднорідностей при дослідженні контактної взаємодії тіл мотивоване зменшенням розмірів елементів з'єднання конструкцій. На межі контакту тіл виникають дефекти, що зумовлюють зміну температури та напружень і можуть призвести до втрати міцності з'єднання. Важливим фактором при цьому є передача тепла через поверхню контакту, яка може бути зумовлена наявністю поверхневих шарів або заповнювача дефекту. Тут запропоновано математичну модель термопружної поведінки тіла з тріщиною з урахуванням поздовжньої теплопровідності її берегів.

Розглядаємо однорідне плоске пружне тіло, в якому вздовж нескінченної смуги розташована тріщина довжиною $2a$. Вважаємо, що речовина, яка може потрапити у тріщину, не проводить тепло, а береги тріщини покриті тонкими плівками, які наділені поздовжньою теплопровідністю λ_s . Вважаємо, що плівки не чинять опору деформуванню тіла і береги тріщини є вільними від напружень. На нескінченності до тіла прикладено стаціонарний однорідний тепловий потік q і розтягальне рівномірно розподілене навантаження p .

Між берегами тріщини виконується умова неідеального теплового контакту, яка визначає відому в літературі модель високо провідної тріщини [2]:

$$\lambda_s \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(T^-(x,0) - T^+(x,0) \right) + q_y^-(x,0) + q_y^+(x,0) = 0. \quad (1)$$

Тут T – температура, q_y – нормальна компонента теплового потоку, верхні індекси „+” і „-” позначають граничні значення функцій на верхньому і нижньому березі тріщини.

Використовуючи метод комплексних потенціалів [1] та враховуючи умови відсутності напружень на ділянці тріщини і умову (1), сформульовану задачу термопружності зведено до сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь відносно функцій $\gamma(x)$ і $h(x)$:

$$\lambda_s \gamma''(x) + \frac{\lambda}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\gamma'(t)}{t-x} dt = -2q, \quad |x| < a, \quad \gamma(\pm a) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{h'(t) dt}{t-x} = -2 \frac{1-\nu}{G} p, \quad |x| < a, \quad h(\pm a) = 0, \quad (3)$$

де λ – коефіцієнт теплопровідності, ν – коефіцієнт Пуассона, G – модуль зсуву матеріалу тіла; $\gamma(x)$ – стрибок температури між берегами тріщини, $h(x)$ – розкриття тріщини.

Рівняння (3) розв'язано аналітично і розкриття тріщини визначено у явному вигляді. Рівняння (2) розв'язано числово, за допомогою подання стрибка температури через поліноми Чебишева. На основі отриманих розв'язків проаналізовано залежності розкриття тріщини від розтягувального навантаження та стрибка температури від теплового потоку і коефіцієнта поздовжньої теплопровідності. Досліджено розподіл теплового потоку через тріщину. Визначено коефіцієнти інтенсивності нормальних і дотичних напружень в околі кінців тріщини.

1. Мартиняк Р.М., Середницька Х.І. Контактні задачі термопружності для міжфазних тріщин в біматеріальних тілах. – Львів: Растр-7, 2017. – 168 с.
2. Torquat, S., Rintoul M. Effects of the interface on the properties of composite media // Phys. Rev. Lett. – 1995. – 52. – 2635–2638.

MATHEMATICAL MODEL OF THE THERMO-ELASTIC BEHAVIOR OF A BODY TAKING INTO ACCOUNT THE LONGITUDINAL THERMAL CONDUCTIVITY OF CRACK'S FACES

The thermoelastic behavior of a homogeneous body with a crack, the faces of which are endowed with longitudinal thermal conductivity, has been studied. At infinity, a uniform heat flow and an evenly distributed tensile load are applied to the body. Heat transfer between crack surfaces is taken into account by the condition of non-ideal thermal contact according to the model of highly conductive crack. The problem of thermo-elasticity is reduced to singular integro-differential equations for the crack opening and the temperature jump between the crack edges. The influence of longitudinal thermal conductivity on the temperature jump between the cracks faces is analyzed. The crack opening at a given tensile load is determined. Stress intensity coefficients near the crack ends are determined.