УДК 539.3

МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ТЕМПЕРАТУРИ В ДВОШАРОВИХ ОБОЛОНКАХ ЗА КУБІЧНОГО ЇЇ РОЗПОДІЛУ ПО ТОВЩИНІ ШАРІВ

Любов Гаевська[1], Микола Гачкевич[1], Борис Чорний[2], Адріан Торський[1]

[1]Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів;
[2]Львівський філіал Дніпровського національного університету залізничного транспорту, м. Львів

Розглядаємо двошарову оболонку, шари якої виконано з різних ізотопних матеріалів, віднесену до криволінійної системи координат. Нехай $t_{(i)}(\alpha_1,\alpha_2,\gamma_{(i)},\tau)$ – температура *i*-го шару, яка відраховується від початкової t_p, $\{\alpha_1,\alpha_2,\gamma_{(i)}\}$ – змішана ортогональна система координат в кожному шарі товщини $2h_i$, в якій α_1,α_2 – лінії головних кривин серединної поверхні шару, а $\gamma_{(i)}$ – нормаль до цієї поверхні; τ – час. Приймемо, що температура в кожному шарі задовольняє початкову умову

$$t_{(i)}(\alpha_1,\alpha_2,\gamma_{(i)},0)=t_p\,.$$

Впливом кривини на процес теплопровідності нехтуємо. Температурне поле в кожному шарі оболонки описуємо відомим рівнянням теплопровідності [1]

$$\frac{\partial^2 t_{(i)}}{\partial\gamma^2}+p_{(i)}^2 t_{(i)}=-\frac{Q_{*(i)}}{\lambda_{(i)}},\tag{1}$$

де $Q_{*(i)}(\alpha_1,\alpha_2,\gamma_{(i)},\tau)$ – густина джерел тепла, що діють в шарі, $\lambda_{(i)}$ – коефіцієнт теплопровідності, $p_{(i)}^2=\Delta_{(i)}-1/a_{(i)}\partial/\partial\tau$, $a_{(i)}$ – коефіцієнт температуропровідності, $\Delta_{(i)}$ – оператор Лапласа в криволінійній системі координат.

Нагрів оболонки здійснюється конвективним способом із зовнішнім середовищем зі сторони внутрішньої і зовнішньої поверхонь оболонки і джерелами тепла, а між шарами відбувається ідеальний тепловий контакт [1].

Для отримання наближеного розв’язку сформульованої задачі теплопровідності, апроксимуємо розподіл температури за товщинними координатами $\gamma_{(i)}$ кубічним поліномом, коефіцієнти якого виражаємо стандартним способом через усереднені характеристики $T_{1(i)},T_{2(i)}$ температури за товщиною шарів оболонки і задані крайові умови [1]. Рівняння для визначення усереднених характеристик отримуємо, помноживши рівняння теплопровідності (1) на $\gamma_{(i)}^{p-1}$ і проінтегрувавши по цій координаті з врахуванням структури кубічного полінома [1].

Коефіцієнти апроксимуючих поліномів температури в шарах оболонки знаходимо з крайових умов конвективного теплообміну і умов ідеального теплового контакту між шарами і виразів для $T_{1(i)}$, $T_{2(i)}$.

Як приклад, отримано систему рівнянь, що описують усереднені характеристики $T_{1(i)}, T_{2(i)}$ температури в двошаровій кусково-однорідній по товщині оболонці за крайових умов першого роду на зовнішній поверхні і теплоізоляції на внутрішній та умов ідеального теплового контакту між шарами. В цьому випадку вихідна система має вигляд:

$$a_{11}T_{1(1)} + a_{12}T_{2(1)} + a_{13}T_{1(2)} + a_{14}T_{2(2)} + \left(\Delta_{(1)} - \frac{1}{a_{(1)}}\frac{\partial}{\partial\tau}\right)T_{1(1)} + W_{1(1)} = -b_1 t^+ ,$$

$$a_{21}T_{1(1)} + a_{22}T_{2(1)} + a_{23}T_{1(2)} + a_{24}T_{2(2)} + \left(\Delta_{(1)} - \frac{1}{a_{(1)}}\frac{\partial}{\partial\tau}\tau\right)T_{2(1)} + W_{2(1)} = -b_2 t^+ ,$$

$$a_{31}T_{1(1)} + a_{32}T_{2(1)} + a_{33}T_{1(2)} + a_{34}T_{2(2)} + \left(\Delta_{(2)} - \frac{1}{a_{(2)}}\frac{\partial}{\partial\tau}\right)T_{1(2)} + W_{1(2)} = -b_3 t^+ ,$$

$$a_{41}T_{1(1)} + a_{42}T_{2(1)} + a_{43}T_{1(2)} + a_{44}T_{2(2)} + \left(\Delta_{(2)} - \frac{1}{a_{(2)}}\frac{\partial}{\partial\tau}\right)T_{2(2)} + W_{2(2)} = -b_4 t^+ ,$$

де a_{ij}, b_j, $i, j = 1,\ldots,4$, – відповідні коефіцієнти, залежні від товщини шарів і коефіцієнтів їх теплопровідності; $t^+(\tau)$ – змінна в часі температура на зовнішній поверхні оболонки; $W_{(i)}(\alpha,\beta,\gamma_{(i)},\tau) = -Q_{*(i)}(\alpha_1,\alpha_2,\gamma_{(i)},\tau)/\lambda_{(i)}$;
$W_{1(i)} = \dfrac{1}{2h_i}\int_{-h_i}^{h_i} W_{(i)} d\gamma_{(i)}$; $\quad W_{2(i)} = \dfrac{3}{2h_i^2}\int_{-h_i}^{h_i} \gamma_{(i)} W_{(i)} d\gamma_{(i)}$.

При однорідному нагріві $(\Delta_{(\mathrm{i})} = 0)$ розв’язок системи ефективно отримується методом найменших квадратів за методикою, викладеною в [1].

1. *Гачкевич О.Р., Гачкевич М.Г., Будз С.Ф.* Оптимізація за напруженим станом режимів нагріву скляних кусково-однорідних оболонок. – Львів: Ін–т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, 2014 – 334 с.

METHOD OF DETERMINATION OF TEMPERATURE IN TWO-LAYER CELLS BY CUBIC TEMPERATURE DISTRIBUTION BY LAYER THICKNESS

A mathematical model and a method for finding the temperature field at the convective heating and the action of heat sources in a two-layer shell are presented.