

УДК 539.3

НЕСТАЦІОНАРНА ЗМІШАНА ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ ПІВБЕЗМЕЖНОГО ПОРОЖНИСТОГО ЦИЛІНДРА

Василько Галина

Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів

Розглядається півбезмежний однорідний порожнистий циліндр із внутрішнім радіусом R_1 та зовнішнім радіусом R_2 . У момент часу $t = 0$ циліндр миттєво занурюється на глибину L в середовище сталої температури T^* . Нехтуючи процесом теплопровідності в середовищі та приповерхневими явищами біля границі циліндра, вважається, що в результаті занурення на торцевих поверхнях циліндра, а також на частині внутрішньої та зовнішньої поверхонь, встановився розподіл температури $T_c(t) = T^*(1 - \exp(-t_0 t))$, де t_0 – стала [1/сек], яка визначає час стабілізації температури на граничних поверхнях циліндра. Поза ділянкою $0 \leq z \leq L$ на внутрішній та зовнішній поверхнях відбувається теплообмін за законом Ньютона із середовищем нульової температури (рис. 1). Вважається також, що початкова температура неоднорідного циліндра дорівнювала нулю.

Розв'язок задачі будується [1] з використанням інтегрального перетворення Лагерра за часовою змінною та інтегрального перетворення Фур'є за змінною $\gamma = z/L$. У результаті одержано послідовності звичайних диференціальних рівнянь, в яких враховано умови на торцевій поверхні $\gamma = 0$. Побудовано загальний розв'язок цих послідовностей у вигляді алгебричної згортки. Урахування змішаних крайових умов на бічних поверхнях циліндра проводиться із використанням методу рядів Неймана [2]. Після урахування змішаних умов на поверхні одержано послідовності безмежних систем лінійних алгебричних рівнянь. Обґрунтовано збіжність методу редукції одержаних систем. Остаточний розв'язок вихідної задачі теплопровідності подається у вигляді ряду за поліномами Лагерра.

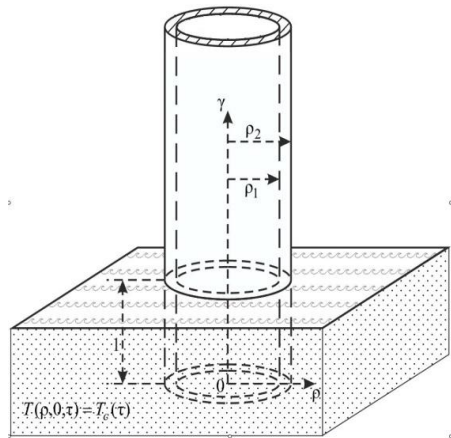


Рис. 1

За результатами числового експерименту виконано аналіз точності задоволення крайових умов, залежно від утримання членів в рядах за поліномами Лагерра та редукції безмежних алгебричних систем рівнянь, а також особливості нестационарного процесу поширення тепла в циліндрі.

1. *Колодій Ю.О., Турчин І.М., Хома В.В.* Змішана нестационарна задача теплопровідності для півбезмежної плити з двостороннім покриттям // Вісник Київського нац. ун-ту ім. Т. Шевченка. Серія: фіз.-мат. науки. – 2015. Спецвипуск. – С. 119–124.
2. *Sneddon I.* *Fourie transforms.* – New York: McCraw-Hill, 1951. – 542 p.

A MIXED UNSTEADY HEAT-CONDUCTION PROBLEM FOR A SEMI-INFINITE HOLLOW CYLINDER

This talk addresses a cylinder with the temperature given on a part of its surface. Beyond this area, the heat exchange is supposed according the the Newton law. The unknown temperature is constructed as a series of Laguerre polynomials. The coefficients of these series are represented by the Fourier integrals.