УДК 539.3

ПОПЕРЕЧНІ КОЛИВАННЯ ОРТОТРОПНОЇ ПЛАСТИНИ З МНОЖИНОЮ ВКЛЮЧЕНЬ ДОВІЛЬНОЇ КОНФІГУРАЦІЇ ЗА ВРАХУВАННЯ РОЗПОДІЛЕНОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА ПОВЕРХНІ ПЛАСТИНИ

Тетяна Шопа, Ольга Тужеляк

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів

Розглянуто задачу про усталені поперечні коливання ортотропної пластини, яка містить N абсолютно жорстких включень довільної форми, які мають різні типи з'єднань з пластиною. Контурами включень є криві $L^{(j)}$, $j=1,\dots,N_1+N_2+N_3$. Нехай на включення масою $\tilde{m}^{(j)}$ діють сили з головним векторм $P^{(j)}(t)=P_0^{(j)}\sin(\omega t)$, який є нормальним до серединної поверхні пластини. Вважаємо, що включення здійснюють поступальний рух уздовж нормального напрямку до серединної поверхні пластини і $\tilde{w}^{(j)}(t)=\tilde{w}_0^{(j)}(t)\sin(\omega t)$ – переміщення j-ого включення. Зовнішня границя пластини також є довільної форми, а її контуром є криві $L^{(N+1)}$, $L^{(N+2)}$, $L^{(N+3)}$. На поверхні пластини діє гармонічне в часі довільне розподілене навантаження, яке задається функціями q, m_1, m_2. Використано позначення статті [2]. Крайові умови на контурах включень мають вигляд:

$$Q_n=-p^{(j)}(\alpha,t),\ M_n=0,\ M_\tau=0,\ \alpha\in L^{(j)},\ j=1,\dots,N_1,$$
$$p^{(j)}(\alpha,t)=-k^{(j)}(\alpha)(\tilde{w}^{(j)}(t)-w(\alpha,t)),$$

$$w=\tilde{w}^{(j)}(t),\ \gamma_n=0,\ \gamma_\tau=0,\ \alpha\in L^{(j)},\ j=N_1+1,\dots,N_1+N_2,$$

$$w=\tilde{w}^{(j)}(t),\ \gamma_\tau=0,\ M_n=0,\ \alpha\in L^{(j)},\ j=N_1+N_2+1,\dots,N_1+N_2+N_3,$$

$$p^{(j)}(\alpha,t)=-Q_n(\alpha,t)=-Q_n(\alpha)\sin(\omega t),\quad \alpha\in L^{(j)},\quad j=N_1+1,\dots,N_1+N_2+N_3.$$

Крайові умови на зовнішній границі пластини задано як

$$w=w_0^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t),\qquad \gamma_n=\gamma_{n0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t),$$
$$\gamma_\tau=\gamma_{\tau 0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t),\ \alpha\in L^{(j)},\ j=N+1,$$

$$Q_n=Q_{n0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t),\qquad M_\tau=M_{\tau 0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t),$$

$$M_n=M_{n0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t),\quad \alpha\in L^{(j)},\quad j=N+2,$$

$$w = w^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t), \quad M_n = M_{n0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t),$$

$$\gamma_\tau = \gamma_{\tau 0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t), \quad \alpha \in L^{(j)}, \quad j = N+3.$$

Ключову систему диференціальних рівнянь в межах теорії пластин, яка враховує поперечні зсуви і всі інерційні компоненти, наведено в роботі [1]. Рівняння руху абсолютно жорстких включень такі ж, як у роботі [2]. Задачу розв'язано непрямим методом граничних елементів. Використано функції Ґріна, побудовані в роботі [1]. Розв'язок подано у вигляді суми потенціалу простого шару та класичного розв'язку Фур'є задачі з однорідними крайовими умовами типу шарнірного опирання в прямокутній області Π, яка містить розглядувану багатозв'язну область Ω. Систему інтегральних рівнянь та інтегральних співвідношень розв'язано методом колокацій. Задачу зведено до системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

1. *Shopa T.V.* Transverse vibration of an orthotropic plate with a collection of holes of arbitrary configuration and mixed boundary conditions // Materials Science. − 2018. − **54**, №3. − P. 368−377.
2. *Shopa T.V.* Transverse vibration of an orthotropic plate with a collection of inclusions of any configuration with different types of connections with the matrix // Materials Science. − 2019. − **55**, №1. − P. 94−104.

TRANSVERSE VIBRATION OF ORTHOTROPIC PLATE WITH A SET OF INCLUSIONS OF ARBITRARY CONFIGURATION TAKING INTO ACCOUNT DISTRIBUTED LOAD ON THE SURFACE OF THE PLATE

Within shear deformation theory, the solution of the problem on the steady state flexural vibrations of orthotropic plate with a set of absolutely rigid inclusions of the arbitrary geometrical form and location with different types of connection with the plate is constructed. External load acts both on the inclusions and on the plate surface. Inclusions supposedly perform translational motion along the normal direction to the middle surface of the plate. Mixed boundary conditions are imposed on the external boundary of the plate which is of the arbitrary shape. The solution is based on the indirect boundary elements method.