УДК 536.24

ФУНДАМЕНТАЛЬНІ РОЗВ'ЯЗКИ ДЛЯ НЕОДНОРІДНОГО ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ІЗОТРОПНОГО ПРОСТОРУ

Олександр Кривий[1], Юрій Морозов[2]

[1]Національний університет «Одеська Морська Академія», м. Одеса;
[2]Одеський національний політехнічний університет, м. Одеса

При математичній постановці і розв'язанні задач про вивчення впливу дефектів необхідно задати граничні умови на самому дефекті, наприклад, напруження на берегах тріщини або переміщення на включенні. Оскільки при фізичній постановці задач про визначення полів напружень і переміщень в околі концентраторів напружень відомі напруження або переміщення на границі області, в деяких внутрішніх точках або на нескінченності (для необмежених тіл), то визначення граничних умов на дефекті є окремою проблемою.

Ефективним методом розв'язання вказаної проблеми є метод фундаментальних розв'язків у просторі $\mathfrak{I}'(\mathbb{R}^3)$ узагальнених функцій повільного зростання. Зокрема, в роботах [1–4] задачу побудови фундаментальних розв'язків для кусково-однорідних двовимірних анізотропних середовищ зведено до матричної задачі Рімана за частиною змінних у просторі $\mathfrak{I}'(\mathbb{R}^3)$ і запропоновано підхід до її розв'язання. У цій роботі вказаний підхід узагальнено для побудови в явному аналітичному вигляді фундаментальних розв'язків для кусково-однорідного трансверсально-ізотропного простору, що дозволило дослідити вплив об'ємних навантажень на напруження і переміщення у площині з'єднання матеріалів.

Нехай в неоднорідному просторі, складеному із двох різних трансверсально-ізотопних півпросторів, повністю зчеплених у площині $z=0$, діють об'ємні сили $\mathbf{P}(x,y,z)=(P_1,P_2,P_3)$, зосереджені в деяких областях розмірності $n=0,1,2,3$. Пружно-деформований стан простору описується вектором

$$\mathbf{v}=\left\{v_k(x,y,z)\right\}_{k=1,\dots,9}=\left\{\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z,\tau_{yz},\tau_{xz},\tau_{xy},u,v,w\right\}.$$

Виходячи з рівнянь рівноваги і узагальненого закону Гука відносно компонент вектора $\mathbf{v}$, у просторі узагальнених функцій повільного зростання $\mathfrak{I}'(\mathbb{R}^3)$ запишемо таку крайову задачу:

$$\mathbf{D}[z,\partial_1,\partial_2,\partial_3]\mathbf{v}=\mathbf{F},\qquad \mathbf{v},\mathbf{F}\in\mathfrak{I}'(\mathbb{R}^3), \tag{1}$$

$$v_k(x,y,+0)=v_k(x,y,-0),\quad k=1,\dots,9,\quad k\neq 1,2,6. \tag{2}$$

$$v_k(x,y,z)\big|_{(x,y,z)\to\infty} = 0, \quad k = 1,\dots,9, \tag{3}$$

де $\mathbf{D}$ – матричний диференціальний оператор із кусочно-сталими коєфіцієнтами із простору $\mathfrak{I}'(\mathbb{R}^3)$.

Скориставшись підходом [1−5], побудовано фундаментальні розв'язки крайової задачі (1)−(3) в просторі $\mathfrak{I}'(\mathbb{R}^3)$. Зокрема, коли в довільній точці $M_0 = (x_0, y_0, z_0)$ діє зосереджена сила $\mathbf{P} = (0,0,P_3)$, нормальні і дотичні напруження у площині $z = 0$, мають вигляд:

$$\sigma_z = -P_3 \sum_{n=1}^{2} \frac{A_{1,n} z_0}{\left(r_0^2 + (\xi_n z_0)^2\right)^{3/2}}, \quad \tau_{xz} = P_3 \sum_{n=1}^{2} \frac{A_{2,n}(x - x_0)}{\left(r_0^2 + (\xi_n z_0)^2\right)^{3/2}},$$

$$\tau_{yz} = P_3 \sum_{n=1}^{2} \frac{A_{2,n}(y - y_0)}{\left(r_0^2 + (\xi_n z_0)^2\right)^{3/2}}.$$

1. *Kryvyy O.* The discontinuous solution for the piece-homogeneous transversal isotropic medium // Oper. Theory: Adv. Appl. – 2009. – **191**. – P. 395–406.
2. *Kryvyi O.F.* Interface crack in the inhomogeneous transversely isotropic space // Mater. Sci. – 2012. – **47**, No. 6. – P. 726–736.
3. *Kryvyi O.F.* Delaminated interface inclusion in a piecewise homogeneous transversely isotropic space // Mater. Sci. – 2014. – **50**, No. 2. – P. 245–253.
4. *Kryvyy O.F.* Interface circular inclusion under mixed conditions of interaction with a piecewise homogeneous transversally isotropic space // J. Math. Sci. – 2012. – **184**, No. 1. – P. 101–119.
5. *Kryvyy O.F.* Singular integral relations and equations for a piecewise homogeneous transversally isotropic space with interphase defects // J. Math. Sci. – 2011. – **176**, No. 4. – P. 515–531.

FUNDAMENTAL SOLUTIONS FOR AN INHOMOGENEOUS TRANSVERSELY ISOTROPIC ELASTIC SPACE

A problem of constructing fundamental solutions for piecewise-homogeneous transversely isotropic space is reduced to a matrix Riemann problem in the space of generalized functions of slow growth, for which proposed method for solving. As a result, explicit expressions for the components of the fundamental solution vector are obtained, as well as simple representations for the components of the stress tensor and the displacement vector in the interface of transversely isotropic elastic half-spaces, which are under the action of concentrated normal and tangential forces. The fields of stresses and displacements in the half-spaces compound are investigated. In particular, for some combinations of materials, numerical values of the coefficients of the influence of concentrated forces on stresses and displacements are given. Also, the conditions are established under which there are no normal displacements in the plane of connection of transversely isotropic elastic half-spaces.