

УДК 539.3

РОЗРАХУНОК НЕОДНОРІДНИХ АНІЗОТРОПНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК НА ДИНАМІЧНІ НАВАНТАЖЕННЯ

Уляна Жидик¹, Володимир Флячок²

¹Національний університет "Львівська політехніка", м. Львів;

²Українська академія друкарства, м. Львів

Неоднорідні оболонки є елементами багатьох сучасних конструкцій, які працюють в умовах інтенсивного нагрівання. Тому розроблення методів розрахунку таких оболонок на динамічні навантаження є актуальною інженерною задачею.

У цій доповіді наведено загальний метод розв'язування динамічних задач температурних напружень неоднорідних анізотропних оболонок. Як приклади, розв'язано задачі для замкнутих вільно опертих на кінцях циліндричних оболонок із шаруватих та функціонально градієнтних матеріалів.

Розглянемо оболонку, що має сталу товщину $2h$, а її точки віднесено до нормальної криволінійної координатної системи $\{x^\alpha, x^3 = z\}$, де $z = 0$ позначає середину поверхню G , обмежену контуром g . Вважатимемо, що матеріал оболонки неоднорідний і анізотропний з однією площиною пружної і теплової симетрії, яка паралельна середній поверхні, а приріст температури і вектор переміщень точок оболонки є лінійними функціями поперечної координати. Нехай в початковий момент часу оболонка перебуває в природному стані. З моменту часу $\tau > 0$ під дією зовнішніх поверхневих навантажень $\mathbf{q} = \{q^\alpha, q^3\}$, $\mathbf{m} = \{m^\alpha, m^3\}$, теплообміну зі зовнішнім середовищем, а також контурних силових і температурних факторів в оболонці виникнуть поле узагальнених переміщень $\mathbf{u} = \{u^\alpha, u^3\}$, $\boldsymbol{\gamma} = \{\gamma^\alpha, \gamma^3\}$ і температурне поле $T_{(n)}$, а також зусилля-моменти $\mathbf{N} = \{N^{\alpha\beta}, N^{\alpha 3}, N^{33}\}$, $\mathbf{M} = \{M^{\alpha\beta}, M^{\alpha 3}\}$ і деформації $\boldsymbol{\varepsilon} = \{\varepsilon_{\alpha\beta}, \varepsilon_{\alpha 3}, \varepsilon_{33}\}$, $\boldsymbol{\alpha} = \{\alpha_{\alpha\beta}, \alpha_{\alpha 3}\}$ як функції координат x^α і часу τ . Якщо вважати, що ці функції володіють відповідними властивостями гладкості, то вони задовольняють системи диференціальних рівнянь, граничним та початковим умовам, а протягом кожного проміжку часу реакція оболонки визначається за принципом Гамільтона

$$\delta \int_0^\tau (U - K) d\tau = \int_0^\tau \delta L d\tau,$$

де U – повна енергія деформації; K – кінетична енергія; δL – віртуальна робота еквівалентних поверхневих і контурних сил.

Розвиваючи функції узагальнених переміщень \mathbf{u} , γ в ряди по залежних від часу узагальнених координатах $q_m(\tau)$ і відповідних ортогональних координатних функціях та використовуючи методи варіаційного числення, одержимо вираз для узагальнених координат

$$q_m(\tau) = q_m(0) \cos \omega_m \tau + \frac{\dot{q}_m(0)}{\omega_m} \sin \omega_m \tau + \frac{1}{\omega_m a_m} \int_0^\tau Q_m(\tau') \sin \omega_m(\tau - \tau') d\tau',$$

де Q_m – узагальнені сили, a_m – узагальнені коефіцієнти маси, ω_m – власні частоти.

За відомого температурного поля і наявності координатних функцій, знайдені узагальнені координати $q_m(\tau)$ повністю визначають розв'язок динамічної задачі температурних напружень неоднорідних анізотропних оболонок.

Одержаний розв'язок використано для дослідження напружено-деформованого стану та динамічної поведінки кругових замкнутих циліндричних оболонок скінченної довжини, кінці якої вільно оперті. Оболонка нагрівається довкільям шляхом конвективного теплообміну. На внутрішній поверхні оболонки температура середовища дорівнює нулю, а на її зовнішній поверхні температура задана функцією координат і часу. Залежно від координат розглянуто випадки рівномірного, косинусоїдального і квадратичного розподілу. Залежно від часу розглянуто випадки раптової, поступової і синусоїдальної зміни температури. Дослідження проводили для неоднорідного композитного матеріалу шаруватої структури і матеріалу з неперервною неоднорідністю. Досліджено вплив неоднорідності та способу нагрівання на напружено-деформований стан та коефіцієнти динамічності циліндричних оболонок.

ANALYSIS OF INHOMOGENEOUS ANISOTROPIC CYLINDRICAL SHELLS SUBJECT TO DYNAMIC THERMAL LOADS

A general solution of the dynamic temperature problem for inhomogeneous anisotropic shells is found by the variational method. As an example, problems for cylindrical shells are solved.