

УДК 539.3

ВІДПАЛ СТРУКТУРНО НЕОДНОРІДНИХ ТІЛ

Богдан Дробенко, Євгеній Ірза

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів

Запропоновано методику дослідження термонапруженого стану в'язкопружних структурно неоднорідних тіл при відпаді. Розроблено відповідне програмне забезпечення і виконано низку обчислювальних експериментів для конкретних термочутливих структурно неоднорідних тіл при відпаді.

Задачу про визначення напружено-деформованого стану в структурно неоднорідному тілі сформульовано у квазістатичній постановці в переміщеннях. Неоднорідну структуру тіла враховано через фізико-механічні характеристики, які є залежними від просторових координат і температури.

Тіло піддається технологічному нагріванню від початкової температури t_0 до деякої максимальної температури t_{\max} , витримці при температурі t_{\max} (при якій відбувається релаксація залишкових напружень в тілі) з подальшим охолодженням до початкової температури, яке здійснюється шляхом конвективного теплообміну із зовнішнім середовищем з температурою $t_c(\tau)$ через частину поверхні Γ_t , $\vec{r} \in \Gamma_t$, тепловим потоком $q(\tau)$ через частину поверхні Γ_q , $\vec{r} \in \Gamma_q$, $\Gamma_t \cup \Gamma_q = \Gamma$, а також розподіленими у тілі джерелами тепла потужності $Q(\vec{r}, \tau)$, $\vec{r} \in \Omega$.

Температурне поле в тілі описує рівняння теплопровідності

$$\vec{\nabla}(k\vec{\nabla}t) + Q - \rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0, \vec{r} \in \Omega \quad (1)$$

за початкової

$$t(\vec{r}, 0) = t_0(\vec{r}), \vec{r} \in \Omega \quad (2)$$

і крайових

$$k\vec{\nabla}t \cdot \vec{n} + \alpha(t - t_c) = 0, \vec{r} \in \Gamma_t \quad (3)$$

$$k\vec{\nabla}t \cdot \vec{n} + q = 0, \vec{r} \in \Gamma_q \quad (4)$$

умов. Тут $\vec{\nabla}$ – оператор Гамільтона; $k(\vec{r}, t)$ – коефіцієнт теплопровідності; $\rho(\vec{r}, t)$ – густина; $c(\vec{r}, t)$ – питома теплоємність; τ – біжучий час; \vec{r} – радіус-вектор точки; \vec{n} – зовнішня нормаль до поверхні; α – коефіцієнт тепловіддачі.

Для опису процесів деформування в тілі використано рівняння термо-в'язкопружності (модель Максвелла):

$$\begin{cases} d\{\tilde{\varepsilon}\} = d\{\tilde{\varepsilon}^e\} + d\{\tilde{\varepsilon}^c\}, \\ \sigma_0 = 3K_0(\varepsilon_0 - \varepsilon_t), \end{cases}$$

де $\{\tilde{\varepsilon}\}$ – компоненти девіатора деформацій; $\{\tilde{\varepsilon}^e\}$, $\{\tilde{\varepsilon}^c\}$ – компоненти девіатора пружних і в'язких деформацій відповідно; σ_0 – середнє нормальне напруження; ε_0 – середнє відносне видовження; ε_t – температурна деформація; $K_0(\vec{r}, t)$ – модуль об'ємного стиску.

Розглянуто випадок малих деформацій. В області Ω повинні також виконуватися геометричні співвідношення Коші між деформаціями та переміщеннями, рівняння рівноваги за відповідних крайових умов.

При розв'язуванні системи рівнянь термомеханіки використано метод зважених залишків в поєднанні з методом скінченних елементів [1].

Внаслідок стандартної скінченно-елементної дискретизації задачу теплопровідності (1)–(4) зведено до системи диференціальних рівнянь відносно невідомих значень температури у вузлах скінченно-елементного поділу:

$$[C_t] \frac{d\{T\}}{d\tau} + [K_t] \{T\} = \{f_t\}.$$

Тут $[C_t]$, $[K_t]$, $\{f_t\}$ – відповідні матриці теплопровідності та теплоємності, а також вектор температурного навантаження.

Повну систему рівнянь, які описують термов'язкопружне деформування тіла, зведено до інтегрального рівняння Вольтерри другого роду:

$$[K_u] \{U(\tau)\} = \{F_0\} + \int_{\tau_0}^{\tau} [F_1(\tau, \xi)] \{U(\xi)\} d\xi - \{F_2\},$$

де $[K_u]$, $[F_1]$, $\{F_0\}$, $\{F_2\}$ – відповідно матриці жорсткості і вектори навантаження.

Досліджено напружений стан порожнистого циліндра за заданих режимів відпалу з урахуванням різного типу його структурної неоднорідності.

1. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. Finite element method: Vol 1. The basis. – London: "Butterworth Heinemann", 2000. – 689p.

ANNEAL OF STRUCTURALLY NONHOMOGENEOUS BODIES

The method for calculating the stress state of a viscoelastic structurally nonhomogeneous bodies during annealing is proposed. The stress state of a structurally nonhomogeneous hollow cylinder under a given annealing mode is researched.