

УДК 539.3

УМОВИ ВІДСУТНОСТІ ТЕРМОНАПРУЖЕНЬ У НЕОДНОРІДНОМУ ПОРОЖНИСТОМУ ЦИЛІНДРІ СКІНЧЕНОЇ ДОВЖИНИ ТА СПОСОБИ ЇХ РЕАЛІЗАЦІЇ

Богдан Калиняк

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів

Об'єктом дослідження є ізотропний неоднорідний порожнистий круговий циліндр, циліндричні поверхні якого обмежені площинами $z = z_1$, $z = z_2$. Початок системи координат розташовано на осі Oz . Фізико-механічні характеристики матеріалу циліндра (модуль пружності E , коефіцієнт Пуассона ν , коефіцієнти лінійного теплового розширення та теплопровідності α та λ відповідно), а також стаціонарне температурне поле і напруження є функціями координат ρ , z . Температурне поле задовольняє стаціонарне рівняння теплопровідності з об'ємними тепловими джерелами на основі закону Фур'є та класичні умови конвективного теплообміну на поверхнях циліндра.

Предметом дослідження є: а) встановлення умов нагрівання, які призводять до відсутності напружень, та способів їх реалізації, якщо відомі характеристики матеріалу; б) визначення розподілів характеристик матеріалу і зв'язок з умовами нагрівання, які призводять до відсутності напружень у циліндрі, за відсутності об'ємних теплових джерел. Завданням є визначення точних аналітичних розв'язків такої задачі.

З використанням класичної моделі незв'язаної термопружності отримуємо вираз $t(\rho, z) = T(\rho, z) - T_0 = C / \alpha(\rho, z)$, де C – довільна стала, T_0 – відлікова температура, за якої відсутні напруження, $T(\rho, z)$ – стаціонарне температурне поле, який є необхідною і достатньою умовою відсутності напружень. Це означає, що температурне поле повинно задовольняти відповідну задачу теплопровідності, яка стає моделлю зв'язку між коефіцієнтом теплового лінійного розширення, теплофізичними характеристиками матеріалів та призводить до узгодження розподілів температур на поверхнях циліндра і рівності температур навколишнього середовища на лініях перетину площин з циліндричними поверхнями радіусів ρ_1 , ρ_2 ($\rho_1 < \rho_2$).

Відповідна обернена нелінійна задача теплопровідності відносно коефіцієнта теплопровідності має точні аналітичні розв'язки, якщо характеристики матеріалів $p(\rho, z)$ подати у вигляді $p(\rho, z) = p_\rho(\rho) p_z(z)$. У припущенні, що характеристики функціонально-градієнтного матеріалу (ФГМ) описують моделлю простої суміші, можна отримати такі аналітичні вирази

$\lambda(\rho, z) = C_4 \exp(C_1(\rho^2/2 - z^2)/2 - C_3 z) / \rho^{C_2}$ для коефіцієнта теплопровідності, концентрації одного матеріалу в іншому $V(\rho, z) = (\lambda_\rho(\rho)\lambda_z(z) - \lambda_2) / (\lambda_1 - \lambda_2)$, зв'язків між коефіцієнтами теплопровідності та лінійного теплового розширення складових $\lambda_1 / \lambda_2 = \alpha_1 / \alpha_2$, отже, і вираз для температурного поля $t(\rho, z) = \bar{C} / \lambda(\rho, z)$. Індокси біля характеристик «1» та «2» стосуються постійних характеристик складових ФГМ, C_1, C_2, C_3, \bar{C} – сталі, визначені з узгоджених між собою умов теплообміну на поверхнях циліндра. Наведені чисельні результати і вхідні дані вказують на можливість забезпечення відсутності напружень у порожнистому осесиметричному циліндрі при перепаді температури між межами у декілька сотень градусів і наявності ФГМ, для складових яких виконується $\lambda_1 / \lambda_2 = \alpha_1 / \alpha_2$, а температури гріючих середовищ на межах виражені через функції нормального розподілу Гауса та степеневу функцію радіальної змінної. Задачі про температурні поля, які не викликають напружень в однорідних тілах розглянуті в [1, 2].

1. Мелан Э., Паркус Г. Термоупругие напряжения, вызываемые стационарными температурными полями. – Москва: Физматгиз, 1958. – 167 с.
2. Підстригач Я.С. Вибрані праці. – Київ: Наук. думка, 1995. – 460 с.

CONDITION OF ABSENCE OF THERMAL STRESSES IN AN INHOMOGENEOUS HOLLOW CYLINDER OF FINITE LENGTH AND WAYS OF THEIR IMPLEMENTATION

The conditions of absence of stresses in an inhomogeneous hollow cylinder of finite length have been obtained and used for determining the corresponding exact expressions for the temperature of the environment and material characteristics of the cylinder at the convective heat exchange. The calculation confirms the possibility to satisfy the obtained conditions with existing materials and possible temperature distribution on the surfaces.