УДК 539.3

ОПТИМІЗАЦІЯ ЗА НАПРУЖЕННЯМИ КОНСТРУКЦІЙ СКЛАДНОЇ ФОРМИ

Богдан Дробенко

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України,м. Львів

Під час навантаження конструкцій у місцях різкої зміни геометричної форми напруження можуть досягати значної величини, перевищувати допустимі й спричиняти виникнення значних пластичних деформацій, появу і ріст тріщин, втрату стійкості та руйнування. Тому актуальною є задача оптимізації напруженого стану конструкцій шляхом оптимального проєктування.

Переважна більшість праць з оптимізації присвячена тонкостінним конструкціям, напружений стан яких визначають на основі теорії оболонок. Однак застосування таких теорій у зоні поєднання окремих конструкційних елементів може приводити до суттєвих похибок. З огляду на це виникає потреба у використанні уточнених моделей, особливо в околі зон різкої зміни геометричної конфігурації, де наявна концентрація напружень практично і визначає експлуатаційний ресурс конструкції.

Розглянуто задачу оптимізації напруженого стану навантаженої конструкції в рамках просторово тривимірного підходу за рахунок вибору форми області V, яку займає конструкція в просторі, так, щоб її напружений стан в околі зони з'єднання окремих конструкційних елементів був якомога ближчим до певного бажаного в розумінні критерію

$$I = \max_{\mathbf{x}\in V^{(i)}} \sqrt{\sum_{k,m}^{3} (\sigma_{km}^{(i)} - \sigma_{km}^{0(i)})^2}, \quad i = 1, 2, ..., L\,, \tag{1}$$

де $\sigma_{km}^{(i)}$, $\sigma_{km}^{0(i)}$ – компоненти тензорів наявних і бажаних напружень в i-ій складовій розглядуваної конструкції.

Форму конструкції вибираємо з умови, що частина її поверхні S_C є заданою, тоді як інша частина S_W варіюється в певних межах. Якщо позначити радіуси-вектори точок поверхонь S_C та S_W відповідно через $\mathbf{r}_C$ та $\mathbf{r}_W$, за функцію керування можемо вибрати функцію $\mathbf{r}_W$ при таких обмеженнях:

$$\min \rho(M, S_i^{(-)}) \ge \rho_i^{(-)},\ M \in S_i^{(+)};\ \max \rho(M, S_i^{(-)}) \le \rho_i^{(+)},\ M \in S_i^{(+)}, \tag{2}$$

де $S_i^{(-)}$, $S_i^{(+)}$ – лицьові поверхні $i-$ї складової; $\rho(M, S_i^{(-)})$ – віддаль фіксованої точки $M \in S_i^{(+)}$ від поверхні $S_i^{(-)}$; $\rho_i^{(-)}$, $\rho_i^{(+)}$ – постійні, вибрані з технологічних міркувань.

Задача оптимізації напруженого стану конструкції зводиться до задачі на умовний екстремум функціоналу (1) і полягає в його мінімізації на множині фактично переміщень $\mathbf{u}$ та функції $\mathbf{r}_{\mathrm{W}}$. Ці функції задовольняють обмеження (2) та рівняння рівноваги в переміщеннях при відповідних умовах на закріплення та заданому навантаженні.

При пошуку оптимальної форми конструкції задається початкове наближення поверхні S_{W} і виконується скінчено-елементна дискретизація задачі, внаслідок чого оптимізаційна задача зводиться до визначення розташування скінченого числа вузлів скінченно-елементної моделі, що належать шуканій поверхні, і формулюється як задача нелінійного математичного програмування відносно вектора керування $\mathbf{H}=(h_1, h_2, \ldots h_m)^{\mathrm{T}}$, компоненти якого задають розташування вузлів на шуканій поверхні конструкції.

Алгоритм розв’язування задачі нелінійного програмування має ітераційний характер і полягає в побудові послідовності наближень до оптимального розв’язку на основі інформації про зміни значень критерію оптимізації напруженого стану (1) на малих варіаціях вектора керування $\mathbf{H}$. Цю інформацію ми отримуємо на кожному кроці з розв’язків прямої задачі теорії пружності. Обмеження (2) під час пошуку оптимальної форми враховуємо через відбракування точок простору параметрів керування, в яких вони не виконуються.

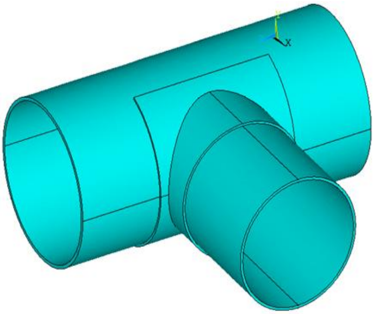

Рис. 1

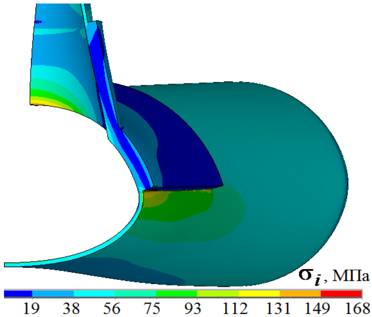

Рис. 2.

Розглянуто низку задач оптимізації сферичних посудин і балонів високого тиску, а також трійникових з’єднань магістральних трубопроводів (рис. 1, 2).

STRESS OPTIMIZATION OF STRUCTURES OF COMPLEX SHAPE

The stress optimization problem of complex structures is considered within the three-dimensional elasticity by choosing the shape of the structure. The problem is formulated as a nonlinear mathematical programming problem and solved by its methods. As examples, a number of case studies of the optimization of spherical vessels and high-pressure vessels, as well as T-joints of pipelines are considered.