

УДК 539.3

ВИКОРИСТАННЯ ФУНКЦІЙ ВІГАКА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ТА ТЕРМОПРУЖНОСТІ В НАПРУЖЕННЯХ

Микола Юзв'як

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, м. Львів

Розв'язання плоских та просторових статичних задач теорії пружності та термопружності в напруженнях полягає у побудові виразів для компонент тензора напружень, що задовольняють системи рівнянь рівноваги та суцільності та задані на межі досліджуваного тіла межові умови. Побудова таких виразів у вигляді явної функціональної залежності від факторів навантаження у низці випадків є доволі складною проблемою [1], для подолання якої використовують методи, засновані на використанні допоміжних потенціальних функцій. Зокрема, при розв'язанні плоских задач у декартових координатах використовують функцію напружень Ері [2], що задовольняє бігармонічне рівняння, виведене не основі вихідного рівняння суцільності; у випадку осесиметричної задачі у циліндричних координатах – бігармонічну функцію Лява [3] і т.п. Однак, попри видиме спрощення методики розв'язання задач завдяки зведенню їх до єдиного ключового рівняння для бігармонічної функції, підвищення диференціального порядку ключового рівняння вносить певні ускладнення у процес побудови фізично обґрунтованих розв'язків.

У роботі розвинуто метод безпосереднього інтегрування [1], запропонований В.М. Вігаком, стосовно розробки методики розв'язування плоских та просторових задач теорії пружності та термопружності шляхом зведення їх до інтегро-диференціального ключового рівняння для визначальної функції, яку визначено шляхом інтегрування рівнянь рівноваги та названо функцією Вігака. На відміну від бігармонічних функцій, функція Вігака є фізично обґрунтованою та пов'язаною з компонентами тензора напружень інтегральними співвідношеннями. Її використання спрощує визначення напружень в обмежених тілах з кутовими точками, неоднорідних та функціонально-градієнтних тілах, а також відкриває широкі можливості при розв'язуванні обернених задач.

1. *Калиняк Б.М., Токовий Ю.В., Ясінський А.В.* Прямі та обернені задачі термомеханіки стосовно оптимізації та ідентифікації термонапруженого стану деформівних твердих тіл // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2016. – 59, № 3. – С. 28–42.

2. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – Москва: Наука, 1975. – 576 с.
3. Колтунов М.А., Васильев Ю.Н., Черных В.А. Упругость и прочность цилиндрических тел. – Москва: Высшая школа, 1975. – 526 с.

IMPLEMENTATION OF THE VIHAK FUNCTIONS IN SOLVING THE ELASTICITY AND THERMOELASTICITY PROBLEMS IN TERMS OF STRESSES

Within the framework of the solution strategy endorsed by the method of direct integration (which was initially suggested by Prof. Vasyl M. Vihak), a technique for solving the plane and spatial elasticity and thermoelasticity problems in terms of stresses is presented. Basing on the implementation of the Vihak functions, which are related to the stress tensor components via the integral operators, the problems are reduced to the governing integro-differential equations with corresponding local boundary and integral conditions. In contrast to the employment of the biharmonic potential functions, the implementation of the Vihak functions is physically motivated and allows for simplifying the stress analysis in finite bodies with corner points, inhomogeneous and functionally-graded solids, and offers ample opportunities in formulating and solving the relevant inverse elasticity and thermoelasticity problems.