

УДК 539.3

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ТЕПЛОВИХ ТА ТЕРМОНАПРУЖЕНИХ ПОЛІВ У РАДІАЛЬНО-НЕОДНОРІДНИХ ПОРОЖНИСТИХ ЦИЛІНДРАХ**

Юрій Токовий<sup>1,2</sup>, Надія Заводовська<sup>1</sup>, Марта Бобик<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, м. Львів;

<sup>2</sup>Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів

Дослідження термомеханічної поведінки неоднорідних структур, що функціонують в умовах інтенсивних теплових та силових навантажень та локальних внутрішніх полів, привертають дедалі більше уваги спеціалістів як академічної сфери, так і інженерів, що займаються запровадженням новаторських ідей у виробництві. Зокрема це пов'язано з розвитком концепції функціонально-градієнтних матеріалів та новітніх технологій щодо формування неоднорідних структур із наперед заданими профілями розподілу теплофізичних та механічних характеристик, що інтенсивно запроваджуються та досліджуються у провідних світових наукових та виробничих центрах у зв'язку розширенням програм освоєння космосу та потребою моделювання елементів конструкцій, які володіють високими показниками міцності та термоопору і не втрачають функціональності при значних перепадах температури. Розвиток моделей та методів дослідження термомеханічної поведінки неоднорідних структур пов'язаний зі значними труднощами, які насамперед викликані потребою розв'язання диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами, а розроблені на сьогодні підходи не можуть задовольнити сучасні потреби у даній галузі [1], основною з яких є визначення оптимального розподілу характеристик матеріалів для забезпечення тих чи інших функціональних показників конструкції в цілому, а також оптимальне керування їх термонапруженим станом [2].

Особливо гострою є необхідність напрацювання методик побудови розв'язків у вигляді явної функціональної залежності від силових та теплових факторів впливу для циліндричних елементів конструкцій, внутрішня поверхня яких часто є недоступною для зняття технологічної інформації про показники теплового та термонапруженого станів. Зокрема при розрахунках на міцність та довговічність елементів трубопроводів, стінки яких є багат шаровими структурами з наявністю радіально-неоднорідних і термочутливих елементів та зварних швів та залікованих дефектів слід враховувати термодформативність та комплексний вплив теплових, силових та залишко-

вих полів за недоступності внутрішньої поверхні для прямих вимірювань, що змушує використовувати додаткову інформацію про термомеханічні процеси та застосовувати методи обернених задач термомеханіки. З огляду на це, проблема розвитку аналітичних методів дослідження термомеханічної поведінки структурно-неоднорідних циліндричних тіл, їх зручності для використання при вирішенні актуальних прикладних задач механіки деформівного твердого тіла набуває теоретичної та практичної доцільності та ваги.

У даній роботі з використанням методу безпосереднього інтегрування побудовано аналітичні розв'язки осесиметричних задач теплопровідності та термопружності для довгого порожнистого циліндра за змінного вздовж твірної температурного навантаження. Термопружні та теплофізичні властивості матеріалу циліндра взято у вигляді довільних функціональних залежностей від радіальної координати. Розв'язування зведено до відшукування розв'язку отриманого ключового інтегрального рівняння Вольтерри. З використанням методу резольвент побудовано розв'язок у вигляді явної функціональної залежності від факторів навантажень. На основі отриманих розв'язків чисельно проаналізовано комплексний вплив теплових навантажень, неоднорідності матеріалу та товщини стінки циліндра на розподіл температурного поля. Розв'язок верифіковано з використанням експерс-обчислень з використанням методу квадратур.

1. *Токовуу Y., Ма С.-С.* Elastic analysis of inhomogeneous solids: history and development in brief // J. Mechanics. – 2019. – **35**, No. 5. – P. 613–626.
2. *Калиняк Б.М., Токовий Ю.В., Ясінський А.В.* Прямі та обернені задачі термомеханіки стосовно оптимізації та ідентифікації термонапруженого стану деформівних твердих тіл // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2016. – **59**, № 3. – С. 28–42.

## **ANALYSIS OF AXISYMMETRIC THERMAL AND THERMOSTRESSED FIELDS IN RADIALLY-INHOMOGENEOUS HOLLOW CYLINDERS**

*By implementing the direct integration method, a technique for constructing analytical solutions to the axisymmetric heat-transfer and thermoelasticity problems in a long hollow radially-inhomogeneous cylinder is presented for the case of variable thermal loading on the inner and outer circumferences. The problem was reduced to a governing Volterra integral equation, which then was solved by making use of the resolvent-kernel solution technique. The solution was compared and verified by means of a fast numerical algorithm constructed by implementing the quadrature formulae.*