УДК 539.3

ПОПЕРЕЧНІ КОЛИВАННЯ ОРТОТРОПНОЇ ПЛАСТИНИ З ОТВОРАМИ ЗА МІШАНИХ КРАЙОВИХ УМОВ ТА ДІЇ РОЗПОДІЛЕНОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА ПОВЕРХНІ

Ольга Тужеляк

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів

Розглянуто задачу про усталені поперечні коливання ортотропної пластини, яка містить N отворів довільної форми. Контурами отворів є криві $L^{(j)}$, $j=1,\ldots,N$, $N=N_1+N_2$. Зовнішня границя пластини також є довільної конфігурації, а її контуром є дві взаємодоповнюючі криві $L^{(N+1)}$ та $L^{(N+2)}$. На поверхні пластини діє гармонічне в часі довільне розподілене навантаження, яке задається функціями q, m_1, m_2. Використано позначення статті [1].

Крайові умови на контурах отворів та на зовнішній границі пластини:

$$w=w_0^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t), \quad \gamma_n=\gamma_{n0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t),$$

$$\gamma_\tau=\gamma_{\tau 0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t), \quad \alpha\in L^{(j)}, \quad j=1,\ldots,N_1, \quad j=N+1,$$

$$w=w_0^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t), \quad M_n=M_{n0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t),$$

$$\gamma_\tau=\gamma_{\tau 0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t), \quad \alpha\in L^{(j)}, \quad j=1,\ldots,N_2, \quad j=N+2.$$

Ключову систему диференціальних рівнянь в межах теорії пластин, яка враховує поперечні зсуви і всі інерційні компоненти, наведено в роботі [1]. Задачу розв'язано непрямим методом граничних елементів. Використано функції Ґріна, побудовані в роботі [1]. Розв'язок подано у вигляді суми потенціалу простого шару та класичного розв'язку Фур'є задачі з однорідними крайовими умовами типу шарнірного опирання в прямокутній області. Систему інтегральних рівнянь розв'язано методом колокацій. Задачу зведено до системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\left\{w_0^{(j)}(\alpha^{(j)q}),\ \gamma_{n0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}),\ \gamma_{\tau 0}^{(j)}(\alpha^{(j)q})\right\}^{\mathrm{T}}=$$

$$=-\sum_{f=1}^{N+2}\sum_{r=1}^{S^{(f)}}\sum_{k=0}^{K}\sum_{m=0}^{M}C_{km}(\varepsilon)\left[\Omega_{km}^{(U)}(\alpha^{(j)q})\right]\left[E_{km}(\alpha^{(f)r})\right]\{T^{(f)r}\}-$$

$$-\sum_{k=0}^{K}\sum_{m=0}^{M}\left[\Omega_{km}^{(U)}(\alpha^{(j)q})\right]\{P_{km}\}, \quad \alpha^{(j)q}\in L^{(j)},\ j=1,\ldots,N_1,\ j=N+1,\ q=1,\ldots,S^{(j)},$$

$$w_0^{(j)}(\alpha^{(j)q}) = -\sum_{f=1}^{N+2}\sum_{r=1}^{S^{(f)}}\sum_{k=0}^{K}\sum_{m=0}^{M}\sum_{i=1}^{3} C_{km}(\varepsilon) w_i(\alpha^{(j)q}) \Phi_{km}^{i}(\alpha^{(f)r}) T_i^{(f)r} -$$

$$-\sum_{k=0}^{K}\sum_{m=0}^{M}\sum_{i=1}^{3} w_i(\alpha^{(j)q}) P_{km}^{i}, \quad \alpha^{(j)q} \in L^{(j)}, \; j = 1,\dots,N_2, \; j = N+2, \; q = 1,\dots,S^{(j)},$$

$$\gamma_{\tau 0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) = -\sum_{f=1}^{N+2}\sum_{r=1}^{S^{(f)}}\sum_{k=0}^{K}\sum_{m=0}^{M}\sum_{i=1}^{3} C_{km}(\varepsilon) \gamma_{i\tau}(\alpha^{(j)q}) \Phi_{km}^{i}(\alpha^{(f)r}) T_i^{(f)r} -$$

$$-\sum_{k=0}^{K}\sum_{m=0}^{M}\sum_{i=1}^{3} \gamma_{i\tau}(\alpha^{(j)q}) P_{km}^{i}, \quad \alpha^{(j)q} \in L^{(j)}, \; j = 1,\dots,N_2, \; j = N+2, \; q = 1,\dots,S^{(j)},$$

$$M_{n0}^{(j)}(\alpha^{(j)q}) = -\sum_{f=1}^{N+2}\sum_{r=1}^{S^{(f)}}\sum_{k=0}^{K}\sum_{m=0}^{M}\sum_{i=1}^{3} C_{km}(\varepsilon) M_{in}(\alpha^{(j)q}) \Phi_{km}^{i}(\alpha^{(f)r}) T_i^{(f)r} -$$

$$-\sum_{k=0}^{K}\sum_{m=0}^{M}\sum_{i=1}^{3} M_{in}(\alpha^{(j)q}) P_{km}^{i}, \quad \alpha^{(j)q} \in L^{\varepsilon(j)}, \; j = 1,\dots,N_2, \; j = N+2, \; q = 1,\dots,S^{(j)},$$

де $P_{km}^1, P_{km}^2, P_{km}^3$ – коефіцієнти розвинення функцій q, m_1, m_2 в ряди Фур’є.

Досліджено випадки супереліптичної пластини з різною кількістю супереліптичних отворів за врахування розподіленого навантаження, яке діє на деяку прямокутну ділянку на поверхні пластини.

1. *Shopa T. V.* Transverse vibration of an orthotropic plate with a collection of holes of arbitrary configuration and mixed boundary conditions // Materials Science. − 2018. − **54**, №3. − P. 368−377.

TRANSVERSE VIBRATION OF ORTHOTROPIC PLATE WITH CUTOUTS UNDER MIXED BOUNDARY CONDITIONS AND DISTRIBUTED LOAD ON THE SURFACE

Within shear deformation theory, solution of the problem on the steady state flexural vibrations of the orthotropic plate with cutouts of the arbitrary geometrical form under harmonic in time arbitrary distributed external load on the surface is constructed on the base of indirect boundary elements method. Mixed boundary conditions are imposed both on the cutouts’ contours and on the external boundary of the plate which is of the arbitrary shape.