

УДК 539.3

АНАЛІЗ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ КІЛЬЦЕВИХ ПЛАСТИН ЗА ЛОКАЛЬНОГО НАВАНТАЖЕННЯ МЕЖІ

Юрій Токовий, Лілія Гайдук

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів

Побудова аналітичних розв'язків задач теорії пружності та термопружності для циліндричних тіл є важливою задачею механіки деформівного твердого тіла. Зокрема це стосується плоских неосесиметричних постановок задач, до яких вдаються завдяки застосуванню гіпотези плоскої деформації у випадку довгих циліндричних тіл або плоского напруженого стану у випадку тонких дисків. Насьогодні відомо багато методів побудови розв'язків плоских задач теорії пружності та термопружності для кільцевої області. Ретельний огляд методів розв'язування такого класу задач наведено в [1]. Значною увагою користується вивчення розподілів напружень у кільцевих та кругових областях й у царині експериментальних досліджень, зокрема методами фотопружності [2, 3]. Дослідження кругових та кільцевих тонких дисків або протяжних циліндрів під дією стиску зосередженими силами, прикладеними до двох протилежних точок (ліній) зовнішньої циліндричної поверхні, є однією з тестових задач для перевірки теоретичних та експериментальних методів визначення напружено-деформованого стану елементів конструкцій. Крім того такі моделі є базовими для непрямого експериментального визначення границі міцності на розтяг й вимірювання відповідних напружень, завдяки відносній простоті у порівнянні з прямими дослідями на розтяг. Такі досліди надзвичайно важливі, зокрема, при випробуванні елементів будівельних конструкцій тощо. З огляду на це є потреба у розвитку як аналітичних, так і експериментальних методів, застосовних до задач такого класу.

У роботі [4] розвинуто методіку визначення напружень та переміщень у кільцевій області під дією зовнішніх стискуючих зусиль, рівномірно розподілених на ділянках зовнішньої межі в умовах плоского напруженого стану та плоскої деформації. З використанням методу безпосереднього інтегрування вирази для напружень подано у зручному для аналізу вигляді завдяки визначенню їх у термінах сумарних напружень. Проаналізовано особливості розподілу головних напружень та максимальних дотичних напружень. Шля-

хом інтегрування рівнянь суцільності Коші з використанням фізичних співвідношень отримано аналітичні вирази для переміщень у кільцевому диску, що відповідають описаному типу навантажень. Здійснено порівняння отриманих числових результатів з результатами експериментальних досліджень. Виконано дослідження розподілів напружень та переміщень у кільцевій області у випадку, коли внутрішній радіус є половиною зовнішнього. Інші випадки співвідношення між внутрішнім та зовнішнім радіусами залишилися поза увагою.

У цій роботі з використанням методу безпосереднього інтегрування досліджено вплив товщини стінки (різниці між внутрішнім та зовнішнім радіусами) кільцевої області на її напружено-деформований стан за навантаження зовнішньої поверхні на трьох локальних ділянках. Результати числових досліджень порівняно з виходом натурних експериментів.

1. *Meleshko V. V.* Selected topics in the history of the two-dimensional biharmonic problem // *Appl. Mech. Rev.* – 2003. – **56**, № 1. – P. 33–85.
2. *Frocht M. M.* Photoelasticity. – New York: John Wiley, 1948. – Vol. 2. – 505 p.
3. *Hung K.-M., Ma C.-C.* Theoretical analysis and digital photoelastic measurement of circular disks subjected to partially distributed compressions // *Experimental Mechanics.* – 2003. – **43**, No. 2. – P. 216–224.
4. *Tokovyy Y., Huang Y.-H., Yen C.-Y., Ma C.-C.* Analytical and experimental evaluation of stresses in elastic annuli subjected to three-point loading on the outer surface // *Applied Mathematical Modelling.* – 2019. – **73**. – P. 442–458.

ANALYSIS OF THE STRESS STATE IN ANNULAR PLATES SUBJECTED TO THE LOCAL LOADING ON THE PERIPHERY

Using the direct integration method, the stress analysis in elastic annuli is performed with regard to the effect of the annular ratio (difference between the inner and outer radii) in the stress intensity on the loading meridians.