АНОТАЦІЯ

Бардин Т. П. "Оцінювання міцності контактних біметалевих термоперетворювачів засобами математичного й комп'ютерного моделювання". – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 11 – Математика та статистика за спеціальністю 113 – Прикладна математика. – Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача Національної академії наук України, Львів, 2025.

У роботі вирішене важливе науково-прикладне завдання – розроблення методики дослідження міцності та експлуатаційної надійності контактних біметалевих термоперетворювачів на основі рівнянь тривимірної термопружності.

Об’єктом дослідження є зумовлена інтенсивним термосиловим навантаженням термопружна поведінка біметалевих термоперетворювачів складної форми і структури.

Предметом дослідження є розвиток засобів математичного, числового і комп'ютерного моделювання для дослідження теплових і механічних процесів у термочутливих кусково-однорідних тілах складної форми.

Наукова новизна роботи:

1. Розроблено математичну модель для кількісного опису теплових і механічних процесів в кусково-однорідних тілах складної форми і структури за умов термосилового навантаження на основі тривимірних залежностей теорії теплопровідності й неізотермічної термопружності та методику числового розв'язування сформульованої задачі термопружності з використанням методу скінченних елементів і однокрокових багатопараметричних алгоритмів;

2. Побудовано на основі розробленої числової методики обчислювальний алгоритм і створено відповідне проблемно-орієнтоване

програмне забезпечення для дослідження термомеханічної поведінки термоперетворювачів за умов їх виготовлення та експлуатації; програмне забезпечення верифіковане на низці модельних задач, для яких відомі аналітичні розв'язки; на цій основі досліджено точність та збіжність отримуваних числових розв'язків;

3. Досліджено напружено-деформований стан контактних біметалевих термоперетворювачів та захисних оболонок для них у просторово-тривимірному формулюванні;

4. На цій основі запропоновано новий клас біметалевих термоперетворювачів, особливості будови яких усувають основну причину виходу з ладу основного конструкційного елемента – розтріскування чи порушення зчеплення між складниками з різними фізико-механічними характеристиками. Через проміжок між складниками і бурти закріплення напруження на внутрішній поверхні секцій з більшим коефіцієнтом лінійного температурного розширення і верхній поверхні складника з буртами з меншим коефіцієнтом не працюють на розрив, тому термоперетворювач при довготривалому циклічному тепловому навантаженні до температур порядку 760–850°C зберігає свою цілісність;

5. Отримано коефіцієнти запасу та оцінки експлуатаційного ресурсу захисних оболонок на основі запропонованої розрахункової схеми. Визначено граничне значення кількості циклів навантаження-розвантаження до руйнування для різних типорозмірів;

6. Порівняльний аналіз результатів на основі запропонованого в роботі тривимірного підходу і галузевої нормативної методики з використанням інженерних співвідношень (отриманих на основі моделі балки) показав, що для найбільш навантаженої захисної оболонки максимальні експлуатаційні напруження відрізняються у півтора рази.

Практичне та теоретичне значення отриманих результатів. Практичне та теоретичне значення отриманих результатів полягає у розробці варіанту методики математичного і числового моделювання зумовлених дією

термосилового навантаження процесів теплопровідності та деформування в кусково-однорідних тілах складної форми і структури. Розроблене програмне забезпечення надає можливість адекватного моделювання та дослідження термомеханічної поведінки кусково-однорідних тіл за термосилового навантаження і може бути основою розробки раціональних за напруженнями конкретних елементів конструкцій за різними критеріями, зокрема, з метою забезпечення в них бажаного чи близького до заданого рівня експлуатаційних напружень.

Практичне значення отриманих результатів полягає в розробці біметалевих контактних термоперетворювачів нового типу, яких характеризує вища експлуатаційна надійність у порівнянні з існуючими. Результати дисертаційної роботи використані в Державному підприємстві “Львівський державний завод “ЛОРТА” та Національній академії сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного.

За допомогою розробленого програмного забезпечення встановлено температурні діапазони безпечної експлуатації термоперетворювачів нового типу та коефіцієнти запасу для кожного типу і розміру їх захисних оболонок. На підставі виконаних обчислювальних експериментів для захисних оболонок різних типорозмірів зроблено висновок про можливу безпечну експлуатацію оболонок на номінальних режимах експлуатації за задовільного стану металу, відсутності недопустимих дефектів і відповідності результатів контролю металу вимогам нормативних документів і стандартів.

Робота складається зі вступу, п'яти розділів, висновків, переліку використаних джерел та додатку.

У вступі наведено обґрунтування вибору теми дослідження; сформульовано мету, об’єкт, предмет і завдання дисертаційної роботи; відображено наукову новизну і практичне значення отриманих результатів; висвітлено зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами і грантами. Також відзначено внесок здобувачки, відомості про апробацію результатів дослід-

жень, наведено список публікацій здобувачки, подано структуру і обсяг роботи.

У першому розділі проаналізовано наявні методи термометрії і наведено основні типи приладів, серед яких виділено біметалеві контактні термоперетворювачі, як найпоширеніші. Висвітлено їхні сильні і слабкі сторони і показано, що вирішення проблеми підвищення експлуатаційної надійності біметалевих термоперетворювачів і створення нових, надійніших термометричних систем і схем, тісно пов'язана з наявністю адекватних методів оцінювання їхньої міцності. У зв'язку з цим проаналізовано відомі моделі і методи дослідження та визначення напруженого стану за термосилового навантаження і на цій основі обґрунтовано необхідність дослідження механічної поведінки складних за формою структурно неоднорідних засобів термометрії за умов експлуатації на основі просторово тривимірних математичних моделей.

У другому розділі сформульовано варіант математичної моделі для кількісного опису термомеханічних процесів у пружних структурно-неоднорідних твердих тілах за температурного й силового навантаження. Приведено загальні вихідні співвідношення для дослідження процесів теплопровідності й деформування в пружному тілі за дії комплексного навантаження. За основу прийнято просторово тривимірний підхід, що дає змогу достатньо адекватно кількісно описати напружено-деформований стан пружного тіла складної геометричної форми і структури. Температурне поле в тілі описує нестаціонарне рівняння теплопровідності, а процеси деформування – співвідношення квазістатичної теорії термопружності. За таких обставин механічна і теплова взаємодія тіла із зовнішнім середовищем відбувається таким чином, що процес навантаження розглядається без врахування зв’язаності полів температури та деформацій, а переміщення, деформації та їхні швидкості в тілі приймаються такими, що виконуються лінійні залежності між деформаціями та переміщеннями. У такому наближенні задачу сформульовано за два етапи. На першому етапі записано

рівняння теплопровідності й відповідні умови теплообміну між тілом та довкіллям, а також між окремими структурними складовими тіла. На другому етапі для визначення компонент вектора переміщень і тензорів деформацій та напружень у тілі записуємо вихідні співвідношення квазістатичної теорії термопружності, температурні поля для яких є вхідними (час у ці співвідношення входить як параметр).

Запропонована математична модель опису термомеханічних процесів у кусково-однорідних твердих тілах орієнтована на розробку числової методики її розв’язування і створення відповідного програмного забезпечення для комп’ютерного моделювання температурних і механічних полів в таких тілах за силового і температурного навантажень.

У третьому розділі відповідно до прийнятої розрахункової схеми наведено процедуру розв'язування задачі термопружності. На першому етапі, внаслідок проведення стандартної процедури скінчено-елементної дискретизації тіла у варіанті методу зважених залишків, нестаціонарну задачу теплопровідності зведено до системи звичайних диференціальних рівнянь відносно невідомих значень температури у вузлах скінченно-елементного поділу. Розв’язок отриманих задач Коші побудовано з використанням простих однокрокових багатопараметричних різницевих алгоритмів. Отримані на першому етапі із розв’язків цієї задачі розподіли температури є вхідними для задачі другого етапу – визначення термо-напруженого стану тіла у скінченно-елементному формулюванні.

Наведено обчислювальні аспекти реалізації методу скінченних елементів і формування ключових скінчено-елементних рівнянь для задачі теплопровідності та термопружності. Детально описано алгоритми формування матричних характеристик для різних типів скінченних елементів, їх підсумовування, врахування крайових умов, розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Розглянуто низку прикладів числового розв'язування за запропонованою в роботі методикою задач, для яких відомі аналітичні розв'язки, і приведено результати порівняльного аналізу.

У четвертому розділі досліджено напружено-деформований стан контактних біметалевих термоперетворювачів різних типів за умов експлуатації на основі описаної у другому розділі математичної моделі і запропонованої у третьому розділі методики числового моделювання. Запропоновано нову версію біметалевого термоперетворювача зі суттєво вищою надійністю та роботоздатністю за довготривалого циклічного теплового навантаження. Завдяки запропонованому оригінальному конструкційному рішенню усунуто причину виходу з ладу основного елемента, що забезпечує процес термометрії. Отримано оцінки температурних діапазонів надійної роботи запропонованих конструкцій термоперетворювача.

У п'ятому розділі подано результати виконаних на основі запропонованої методики математичного й числового моделювання досліджень термомеханічної поведінки захисних оболонок термоперетворювачів різних типорозмірів за умов гідравлічних випробувань і стаціонарної експлуатації. Визначено коефіцієнти запасу захисних оболонок. Наведено порівняльний аналіз результатів, отриманих на основі запропонованого в роботі підходу і нормативної галузевої методики в межах спрощених математичних моделей. Отримано оцінки експлуатаційного ресурсу захисних оболонок на основі уточнених даних про напружено-деформований стан в них під час стаціонарної експлуатації. Досліджено можливість руйнування захисних оболонок від малоциклової втоми. Визначено граничне значення кількості циклів навантаження-розвантаження до руйнування.

Основні результати досліджень, отримані в дисертації, опубліковано в 13-ох наукових працях, зокрема в 4 статтях у наукових фахових виданнях (з них одну статтю опубліковано в періодичному виданні, що входить до міжнародних наукометричних баз даних WoS або Scopus), 2 патентах і 7 тезах та доповідях у збірниках матеріалів конференцій.

Ключові слова: температурне навантаження, математичне моделювання, термопружність, температурні напруження, термочутливість, шаруваті біметалічні тіла, метод скінченних елементів, аналітико-числові методи, напружено-деформований стан, інтенсивність напружень, міцність, деформування, комп’ютерне моделювання, деформівне тіло, математичні задачі

ABSTRACT

Bardyn T.P. "Evaluation of the strength of contact bimetallic thermoelectric converters by means of mathematical and computer modeling." – Qualifying scientific work as a manuscript.

Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy (PhD) in the field of knowledge 11 – Mathematics and statistics in the specialty 113 – Applied Mathematics. – Ya. S. Pidstrygach's Institute of applied problems of mechanics and mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Lviv, 2024.

The work solves an important scientific and applied problem – the development of a methodology for studying the strength and operational reliability of contact bimetallic thermal converters based on the equations of three-dimensional thermoelasticity.

The object of the study is the thermoelastic behavior of bimetallic thermal converters of complex shape and structure caused by intense thermal and force loading.

The subject of the research is the development of mathematical, numerical and computer modeling tools for the study of thermal and mechanical processes in thermosensitive piecewise-homogeneous bodies of complex shape.

Scientific novelty of the work:

1. A mathematical model has been developed for the quantitative description of thermal and mechanical processes in piecewise-homogeneous bodies of complex shape and structure under conditions of thermal and force loading based on three-dimensional dependencies of the theory of thermal conductivity and non-

isothermal thermoelasticity and a method for numerically solving the formulated thermoelasticity problem using the finite element method and single-step multiparameter algorithms is proposed;

2. A computational algorithm has been built on the basis of the developed numerical method and the corresponding problem-oriented software has been created for the study of the thermomechanical behavior of thermal converters under the conditions of their manufacture and operation; the software has been verified on a number of model problems for which analytical solutions are known; on this basis, the accuracy and convergence of the obtained numerical solutions were researched;

3. The stress-strain state of contact bimetallic thermal converters and protective shells for them in a three-dimensional formulation was researched;

4. On this basis, a new class of bimetallic thermal converters was proposed, the structural features of which eliminate the main cause of failure of the main structural element - cracking or violation of adhesion between components with different physical and mechanical characteristics. Due to the gap between the components and the fastening collars, the stresses on the inner surface of the sections with a greater coefficient of thermal expansion and the upper surface of the component with a lower coefficient do not act on the rupture, therefore the thermal converter retains its integrity under long-term cyclic thermal load to temperatures of the order of 760–850 °C;

5. The safety factors and the estimates of the operational resource of protective shells were obtained based on the proposed calculation scheme. The limiting values of the number of load-unload cycles before failure of different standard size shells were determined;

6. A comparative analysis of the results based on the three-dimensional approach proposed in the work and the industry regulatory methodology using engineering ratios (obtained based on the beam model) showed that for the most loaded protective shell, the maximum operational stresses differ by one and a half times.

Practical and theoretical significance of the obtained results lies in the development of a variant of the methodology for mathematical and numerical modeling of the processes of heat conduction and deformation in piecewise-homogeneous bodies of complex shape and structure caused by the action of thermal and force loading. The developed software allows for adequate modeling and study of the thermomechanical behavior of piecewise-homogeneous bodies under thermal and force loading and can be the basis for the development of stress rational structural elements according to various criteria, in particular, in order to ensure the desired or close to the given level of operational stresses in them.

The practical significance of the results obtained lies in the development of bimetallic contact thermal converters of a new type, which are characterized by higher operational reliability in comparison with the existing ones. The results of the dissertation work were used at State enterprise "Lviv State Plant "LORTA" and Hetman Petro Sahaidachny National Army Academy.

With the help of the developed software, the temperature ranges of safe operation of thermal converters of a new type and the safety factors for each type and size of their protective shells were established, and shells were also identified, the maximum stresses in which, under conditions corresponding to the operational ones, do not exceed the permissible ones. Based on the performed computational experiments for protective shells of different sizes, a conclusion was made about the possible safe operation of the shells at nominal operating modes under satisfactory metal condition, absence of unacceptable defects and compliance of the metal control results with the requirements of regulatory documents and standards.

The work consists of an introduction, five chapters, conclusions, a list of sources used and an appendix.

The introduction provides a justification for the choice of the research topic; formulates the goal, object, subject and tasks of the dissertation work; reflects the scientific novelty and practical significance of the results obtained; highlights the connection of the work with scientific programs, plans, topics and grants. The

contribution of the applicant is also noted, information about the testing of the research results is provided, a list of the applicant's publications is provided, and the structure and scope of the work is presented.

The first section analyzes the existing methods of thermometry and presents the main types of devices, among which bimetallic contact thermal converters are highlighted as the most common. Their strengths and weaknesses are highlighted and it is shown that the solution to the problem of increasing the operational reliability of bimetallic thermal converters and creating new, more reliable thermometric systems and circuits is closely related to the availability of adequate methods for assessing the strength and operational reliability of bimetallic contact thermal converters. In this regard, the known models and methods of research and determination of the stressed state are analyzed and on this basis the need to study the mechanical behavior of structurally inhomogeneous thermometry tools of complex shape under operating on the basis of spatially three-dimensional mathematical models.

In the second section, a variant of a mathematical model is formulated for the quantitative description of thermomechanical processes in elastic structurally inhomogeneous solids under temperature and force loading. General initial relations for the study of thermal conductivity and deformation processes in an elastic body under the action of a complex load are given. The basis is a spatially three-dimensional approach, which allows us to adequately quantitatively describe the stress-strain state of an elastic body of complex geometric shape and structure. The temperature field in the body is described by the non-stationary equation of heat conduction, and the deformation processes are described by the relations of the quasi-static theory of thermoelasticity. Under such circumstances, the mechanical and thermal interaction of the body with the external environment occurs in such a way that the loading process is considered without taking into account the connection of the temperature and deformation fields, and the displacements, deformations and their velocities in the body are assumed to be such that linear dependencies between deformations and displacements are

fulfilled. In such an approximation, the problem is formulated in two stages. In the first, we write down the heat conduction equation and the corresponding conditions for heat exchange between the body and the environment, as well as between individual structural components of the body. At the second stage, to determine the components of the displacement vector and the tensors of deformations and stresses in the body, we write down the initial relations of the quasi-static theory of thermoelasticity, for which the temperature fields are input (time is included as a parameter in these relations).

The proposed mathematical model for describing thermomechanical processes in piecewise homogeneous solids is focused on the development of a numerical method for its solution and the creation of appropriate software for computer modeling of temperature and mechanical fields in such bodies under force and temperature loads.

In the third section, in accordance with the adopted calculation scheme, the procedure for solving the thermoelasticity problem in two stages is given. At the first stage, as a result of carrying out the standard procedure of finite-element discretization of the body in the variant of the weighted residue method, the non-stationary heat conductivity problem is reduced to a system of ordinary differential equations with respect to unknown temperature values at the nodes of the finite-element division. The solution of the obtained Cauchy problems is constructed using simple one-step multiparameter difference algorithms. The temperature distributions obtained at the first stage from the solutions of this problem are input for the problem of the second stage - determination of the thermally stressed state of the body in the finite element formulation.

The computational aspects of the implementation of the finite element method and the formation of key finite element equations for the problem of thermal conductivity and thermoelasticity are presented. The algorithms for the formation of matrix characteristics for different types of finite elements, their summation, consideration of boundary conditions, and solution of systems of linear algebraic equations are described in detail. A number of examples of numerical solution according to the proposed method of problems for which analytical

solutions are known are considered, and the results of comparative analysis are presented.

In the fourth section, the stress-strain state of contact bimetallic thermal converters of different types under operating conditions is researched on the basis of the mathematical model described in the second section and the numerical modeling method proposed in the third section. A new version of the bimetallic thermal converter with significantly greater reliability and operability under long-term cyclic thermal load is proposed. Thanks to the proposed original design solution, the cause of the failure of the main element that provides the thermometry process has been eliminated. The temperature ranges of reliable operation of the proposed designs of the thermal converter have been estimated.

The fifth section presents the results of the research carried out on the basis of the proposed methodology of mathematical and numerical modeling of the thermomechanical behavior of the protective shells of thermal converters of various sizes under the conditions of hydraulic tests and stationary operation. The safety factors of the protective shells have been determined. A comparative analysis of the results obtained on the basis of the approach proposed in the work and the regulatory industry methodology within the framework of simplified mathematical models has been presented. Estimates of the operational resource of the protective shells have been obtained on the basis of refined data on the stress-strain state in them during stationary operation. The possibility of destruction of the protective shells from low-cycle fatigue has been investigated. The limiting value of the number of load-unload cycles before destruction has been determined.

The main research results obtained in the dissertation were published in 13 scientific works, in particular in 4 articles in scientific professional publications (one of them was published in a periodical included in the international scientometric databases WoS or Scopus), 2 patents, 7 abstracts and reports in conference proceedings.

Key words: temperature loading, mathematical modeling, thermoelasticity, temperature stresses, thermal sensitivity, layered bimetallic bodies, finite element

method, analytical and numerical methods, stress-strain state, stress intensity, strength, deformation, computer simulation, deformable body, mathematical problems

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧКИ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. **Бардин Т.П.**, Дробенко Б.Д. Рівняння нестаціонарної задачі теплопровідності конструктивного вузла термометричного пристрою систем озброєння та військової техніки. *Збірник наукових праць Військової академії*. Одеса : Військова академія, 2023. №2(20). С. 101–107. https://doi.org/10.37129/2313-7509.2023.20.101-107.
2. **Бардин Т.П.**, Дробенко Б.Д. Температурні напруження в біметалевих контактних термоперетворювачах під час їхньої експлуатації. *Прикл. проблеми мех. і мат.*, 2023. Вип. 21. С. 30-42. https://doi.org/10.15407/apmm2023.21.30-42. http://journals.iapmm.lviv.ua/ojs/index.php/APMM/article/view/apmm2023.21.30-42.
3. **Бардин Т.П.**, Настишин Ю.А., Дробенко Б.Д. Термочутливий елемент: *патент на корисну модель* № 119339. Зареєстровано в Державному реєстрі патентів України на корисні моделі 25.09.2017, Бюл. № 18. Заявка № u2017 02496 від 17.03.2017.
4. **Бардин Т.П.**, Яковлев М.Ю., Дробенко Б.Д. Термочутливий елемент: *патент на корисну модель* № 119343. Зареєстровано в Державному реєстрі патентів України на корисні моделі 25.09.2017, Бюл. № 18. Заявка № u2017 0567 від 20.03.2017.
5. Дробенко Б.Д., **Бардин Т.П**. Міцність та експлуатаційна надійність біметалевих контактних термоперетворювачів. *Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології*, 2023. Вип. 38. С. 99-112. https://doi.org/10.15407/fmmit2023.38.099 http://www.fmmit.lviv.ua/index.php/fmmit/article/view/342/302.

6. Drobenko B.D., **Bardyn T.P**. Strength of the Welded Joint of the Connecting Pipe and the Collector of the Boiler Primary Steam Superheater. *Mater Sci* **59**, 335–339 (2023). https://doi.org/10.1007/s11003-024-00782-x.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

1. **Бардин Т**., Дробенко Б. Комп'ютерне моделювання процесів деформування біметалевих контактних термоперетворювачів. *Математичні проблеми механіки неоднорідних структур*: зб. наук. праць 11-ї Міжн. наук. конф. / за заг. ред. Р.М. Кушніра і Ю.В. Токового. Львів: Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, 2024. Вип. 6. 37-38.
2. **Бардин Т.П.**, Дробенко Б.Д. Вимоги до математичної моделі нестаціонарної задачі теплопровідності конструктивного вузла термометричного пристрою систем озброєння та військової техніки. *Застосування Сухопутних військ Збройних Сил України у конфліктах сучасності*: збірка тез доповідей науково-практичної конф., м. Львів, 31 листопада 2023 р. Львів : НАСВ, 2023. С. 119.
3. **Бардин Т.П**., Дробенко Б.Д. Напружено-деформований стан контактних біметалевих термоперетворювачів. *Застосування Сухопутних військ Збройних Сил України у конфліктах сучасності*: зб. тез доп. наук.-практ. конф. 17 листопада 2022 року. Львів: НАСВ, 2022. С. 286.
4. **Бардин Т.П**., Дробенко Б.Д. Обґрунтування вибору конструктивної схеми вузла площинного термоперетворювача та постановка задачі розрахунку його термометричних параметрів. *Сучасні проблеми термомеханіки*–2021: зб. наук. праць Міжн. наук. конф. та міні-симпозіумів / за заг. ред. Р.М. Кушніра і Ю.В. Токового. Львів : Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, 2021. С. 39-40.
5. **Бардин Т.П**., Дробенко Б.Д. Обгрунтування вибору матеріалів для конструктивних елементів механічних контактних термометрів систем

озброєння та військової техніки. *Перспективи розвитку озброєння та військової техніки Сухопутних військ*: зб. тез доп. Міжн. наук.-техн. конф. (м. Львів, 17-18 травня 2023 р.). Львів : НАСВ, 2023. С. 15-16.

6. **Бардин Т.П**., Дробенко Б.Д. Оптимізація зварного з'єднання штуцера і колектора. *Сучасні проблеми механіки та математики* – 2023: зб. наук. праць / за заг. ред. акад. НАН України Р.М. Кушніра та чл.-кор. НАН України В.О. Пелиха. Львів : Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, 2023. С.109.
7. **Бардин Т.П**., Дробенко Б.Д. Розрахунок термопружних характеристик біметалевого термочутливого елемента систем озброєння та військової техніки. *Застосування Сухопутних військ Збройних Сил України у конфліктах сучасності*: зб. тез доп. наук.-практ. конф. 28-29 листопада 2024 року. Львів: НАСВ, 2024. С. 331.