

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНИХ ПРОБЛЕМ МЕХАНІКИ І
МАТЕМАТИКИ ІМ. Я.С. ПІДСТРИГАЧА

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Ванкевич Петро Петрович

УДК 519.6: 519.85. 535.4: 551.505.81

ДИСЕРТАЦІЯ

МОДЕЛЮВАННЯ ПОШИРЕННЯ СВІТЛОВИХ ПРОМЕНІВ
ЧЕРЕЗ ЕЛЕМЕНТИ ВОЛОКОННО-ДИФРАКЦІЙНИХ
СЕНСОРІВ

Галузь знань 11 – Математика та статистика
Спеціальність 113 – Прикладна математика

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ Ванкевич П.П.

Науковий керівник
Дробенко Богдан Дем'янович,
доктор фізико-математичних наук

Львів – 2024

АНОТАЦІЯ

Ванкевич П. П. "Моделювання поширення світлових променів через елементи волоконно-дифракційних сенсорів". – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 11 – Математика та статистика за спеціальністю 113 – Прикладна математика. – Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача Національної академії наук України, Львів, 2024.

У роботі вирішене важливе науково-прикладне завдання – розроблення математичної моделі та відповідного програмного забезпечення для комп'ютерного моделювання взаємодії світлових променів із волоконно-дифракційними елементами сенсорних систем попередження про небезпеку вогневого ураження засобами, які застосовують лазерні системи для наведення на ціль.

Об'єктом дослідження є процеси взаємодії світлових променів з поліаніліновими волокнами дифракційного сенсора.

Предметом дослідження є математичні моделі функціонування сигнального елемента волоконно-дифракційного сенсора, інтегрованого в бойове екіпірування.

Наукова новизна роботи:

1. Розроблено математичну модель для кількісного опису взаємодії одновимірної (1D) та двовимірної (2D) волоконно-дифракційної ґратки із лазерним випромінюванням.
2. Уперше, засобами математичного і комп'ютерного моделювання процесів поширення світлових променів через дифракційну ґратку із поліанілінових волокон, практично підтверджено появу дифракційних смуг у вигляді розсіяних кривих другого порядку (еліпс, гіпербола, парабола), форма яких зумовлена явищем конічної дифракції і

залежить від кута падіння променя на ґратку, що дало можливість розробити сигнальний елемент волоконно-дифракційного сенсора.

3. Уперше з використанням сигнального елемента волоконно-дифракційного сенсора математично визначено кутові положення джерела випромінювання, що дало можливість використати розроблені сигнальні елементи для побудови системи виявлення джерела випромінювання та його позиціонування в одній площині: джерело небезпеки зліва (або вгорі), справа (або внизу).
4. Досліджено характеристики полімерного волокна поліаніліну за допомогою адаптованих під вирішення поставленого завдання теоретико-експериментальних методів, показано можливість використання такого волокна для формування волоконно-дифракційних мікродавачів, здатних виявляти засоби вогневого ураження, в яких використовується спрямоване лазерне випромінювання як чинник зондування. Обґрунтовано можливість інтегрування елементів волоконної оптики в текстильні матеріали бойового екіпірування військовослужбовця та їх модифікацію під функцію реєстрації діючих ззовні прицільно спрямованих оптичних променів.

Практичне значення отриманих результатів полягає в тому, що вони безпосередньо використані при розробленні фізичного прототипу відповідних сигнальних елементів для побудови системи виявлення засобів вогневого ураження та їх позиціонування по відношенню до сигнального елемента. Запропоновано також структуру, склад і параметри сигнального елемента волоконно-дифракційного сенсора перспективної інтегрованої комп'ютерної мережі для виявлення локацій випромінювання. Чутливі елементи інформаційних систем попередження про небезпеку інтегровано в бойове екіпірування.

Робота складається зі вступу, п'яти розділів, висновків, переліку використаних джерел та додатку.

У вступі наведено обґрунтування вибору теми дослідження; сформульовано мету, об'єкт, предмет і завдання дисертаційної роботи; відображено наукову новизну і практичне значення отриманих результатів; висвітлено зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами і грантами. Також відзначено внесок здобувача, відомості про апробацію результатів досліджень, наведено список публікацій здобувача, подано структуру і обсяг роботи.

У першому розділі виконано огляд волоконно-дифракційних сенсорів, які можуть бути використані для діагностування різних небезпечних ситуацій в режимі реального часу, зокрема ситуацій можливого вогневого ураження військових. Наведено огляд методів виявлення засобів вогневого ураження, які застосовують лазерні системи для наведення на ціль, та можливих технічних рішень в арміях країн-членів НАТО, в результаті якого зроблено висновок про необхідність нової розробки, здатної в автоматичному режимі встановлювати факт проведення прихованого відеоспостереження і розвідки у складних умовах рельєфу місцевості та виявляти місцезнаходження джерела лазерного випромінювання. Важливим чинником за таких обставин є можливість її інтегрування в комплекс бойового екіпірування. Показано і теоретично обґрунтовано, що для цього можна використати оптичні волокна із чутливих полімерних матеріалів, які органічно інтегруються у звичайні текстильні матеріали. Виготовлена з оптичного волокна тканина здатна розгортати вузько-апертурний лазерний промінь зондування у світлову пляму, просторовий розподіл інтенсивності якої залежить від кутів падіння променя.

Для розроблення такого типу волоконно-дифракційних систем попередження про небезпеку необхідно виконати низку експериментальних досліджень з метою виявлення особливостей взаємодії лазерного випромінювання з волоконно-дифракційними елементами сенсорних систем і встановлення експериментальних залежностей спостережуваних явищ від кута падіння лазерного променя на елемент; розробити методику чисельної апроксимації результатів експериментальних досліджень та відповідну математичну

модель для кількісного опису процесів взаємодії світлових променів з чутливими волоконно-дифракційними елементами сенсорних систем, а також створити відповідне програмне забезпечення, яке дасть змогу в режимі реального часу отримувати інформацію про орієнтацію чутливого елемента сенсорної системи відносно спадного променя чи, іншими словами, кутові координати джерела випромінювання ворожої лазерної системи наведення.

У другому розділі подано опис результатів експериментальних досліджень, виконаних з метою виявлення особливостей взаємодії лазерного випромінювання з волоконно-дифракційними ґратками. Для створення таких ґраток використано доступні поліанілінові волокна, з яких відносно легко сформувати як одновимірні, так і двовимірні періодичні структури.

Експериментально отримано дифракційні картини залежно від фіксованого положення 1D та 2D дифракційної ґратки. Досліджено залежність отримуваних дифракційних смуг від кута падіння лазерного променя на ґратку. Показано, що отримані смуги мають вигляд розсіяних кривих другого порядку.

Репрезентовано методи опрацювання цифрових зображень, які стосуються покращення їх якості, зміни контрасту, цифрової фільтрації тощо. Детально розглянуто операцію виділення контурів (границь елементів зображень) та фільтрацію цифрових зображень. Приведено оптимальні фільтри для задачі виділення контурів.

У третьому розділі запропоновано математичну модель для кількісного опису взаємодії 1D дифракційної ґратки із лазерним випромінюванням. Засобами математичного моделювання отримано, що при повороті ґратки на кут φ_0 результатом взаємодії світла з дифракційною ґраткою є дифракційна смуга, яка є перерізом конусу дифракції площиною екрана. При перетині дифракційного конусу площиною екрану форма дифракційних смуг набуває вигляду розсіяних кривих другого порядку у вигляді еліпса (для кутів $\varphi_0 > 45^\circ$), параболи ($\varphi_0 = 45^\circ$) чи гіперболи ($\varphi_0 < 45^\circ$).

Розроблена математична модель узагальнена на випадок 2D дифракційної ґратки. Засобами математичного моделювання отримано, що

внаслідок дифракції на 2D дифракційній ґратці, орієнтованій довільним чином у просторі, виникають дві дифракційні смуги.

Числову апроксимацію дифракційних смуг для довільних кутів повороту дифракційної ґратки здійснено з використанням модифікованого методу найменших квадратів та методу регресії ортогональних відстаней.

У четвертому розділі приведено результати оцифрування експериментальних даних. За допомогою регресійних методів аналізу даних у загальному аналітичному представленні отримано коефіцієнти розсіяних кривих другого порядку, які найкраще описують дифракційні смуги для конічної дифракції на 1D і 2D дифракційній ґратці. Засобами математичного моделювання визначено відповідні криві другого порядку для заданих кутів падіння променів на ґратку. На цій основі розв'язано обернену задачу – визначення кутових координат джерела лазерного випромінювання (що становить найбільшу цінність для прикладного застосування). Вибором емпіричних параметрів у співвідношеннях запропонованої математичної моделі забезпечено найкраще узгодження побудованих засобами математичного моделювання кривих з експериментальними. Встановлено, що метод регресії ортогональних відстаней є точнішим і універсальнішим методом визначення коефіцієнтів кривих другого порядку у порівнянні з методом найменших квадратів.

У п'ятому розділі запропоновано варіант практичної реалізації системи попередження про небезпеку вогневого ураження на основі волоконно-дифракційного сенсора; система складається з дифракційної ґратки та приймача, що реєструє двовимірне зображення і контролюється компактними мікроконтролерами. Програмне забезпечення для мікроконтролера, який має опрацьовувати дані в реальному масштабі часу із використанням складних алгоритмів аналізу зображень, знаходження регресійних коефіцієнтів, визначення кутових координат джерела лазерного випромінювання за отриманими дифракційними картинками тощо, розроблено в програмному середовищі на базі алгоритмічної мови Python.

Вказано способи і підходи до практичного втілення низки давачів на основі дифракційних ґраток з поліанілінових волокон, які можна інтегрувати в текстильні структури екіпірування військовослужбовця і які придатні для використання в системах попередження про небезпеку вогневого ураження.

Створене програмне забезпечення на основі розробленої математичної моделі взаємодії лазерного випромінювання з волоконною дифракційною ґраткою запропоновано для використання при розробленні фізичного прототипу сигнальних елементів на основі поліанілінових волокон для системи виявлення ворога на ТОВ "Техприлад".

Основні результати досліджень, отримані в дисертації, опубліковано в 22 наукових працях, зокрема 7 статей у наукових фахових виданнях (з них 2 статей опубліковано в періодичних виданнях, що входять до міжнародних наукометричних баз даних WoS або Scopus), 14 тез та доповідей в збірниках матеріалів конференцій.

Ключові слова: математичне моделювання, числове моделювання, обчислювальне моделювання, електромагнітне випромінювання, обернена задача, оптичні властивості, фотоелектричні властивості, оптичні матеріали, полімери, поліанілін, автоматизація, аналітико-числові методи, аналітичні розв'язки, математичні задачі, давачі, оптичні ефекти

ABSTRACT

Vankevych P. P. "Modeling of the propagation of light rays through the elements of fiber diffraction sensors." – Qualifying scientific work as a manuscript.

Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy (PhD) in the field of knowledge 11 – Mathematics and statistics in the specialty 113 – Applied Mathematics. – Ya. S. Pidstrygach's Institute of applied problems of mechanics and mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Lviv, 2024.

The work solves an important scientific and applied task – the development of a mathematical model and appropriate software for computer simulation of the interaction of light rays with sensitive fiber-diffraction elements of sensor systems

for warning about the danger of fire damage by weapons that use laser systems for targeting.

The object of research is the interaction of light rays with polyaniline fibers of an diffractive sensor.

The subject of the research is mathematical models of the functioning of the signal element of the fiber diffraction sensor integrated into combat equipment

Scientific novelty of the work:

1. A mathematical model for the quantitative description of the interaction of 1D and 2D fiber diffraction gratings with laser radiation was developed.

2. For the first time, the appearance of diffraction bands in the form of scattered curves of the second order (ellipse, hyperbola, parabola), whose shape caused by the phenomenon of conical diffraction and depends on the angle of incidence of the beam on the grating, which made it possible to develop the signal element of the fiber diffraction sensor.

3. For the first time, using the signal element of the fiber-diffraction sensor, the angular positions of the radiation source were mathematically determined, which made it possible to use the developed signal elements to build a system for detecting the radiation source and its positioning in one plane: the source of danger on the left (or above), right (or below).

4. The characteristics of the polyaniline polymer fiber were studied with the help of theoretical and experimental methods adapted to the solution of the task. It is shown the possibility of using such a fiber for the formation of fiber-diffraction microsensors capable of detecting means of fire damage, in which directed laser radiation is used as a probing factor. The possibility of integrating elements of fiber optics into the textile materials of combat equipment of a military serviceman and their modification to the function of registration of optical rays acting from the outside is substantiated.

The practical significance of the obtained results is that they are directly used in the development of a physical prototype of the corresponding signal elements for the construction of a system for detecting means of fire damage and their positioning in relation to the signal element. The structure, composition and

parameters of the signal element of the fiber-diffraction sensor of a promising integrated computer network for detecting radiation locations are also proposed. Sensitive elements of information systems for warning about danger are integrated into combat equipment.

The work consists of an introduction, five chapters, conclusions, a list of used sources and an appendix.

The introduction provides the rationale for choosing the research topic; the goal, object, subject and tasks of the dissertation work are formulated; the scientific novelty and practical significance of the obtained results are reflected; the connection of the work with scientific programs, plans, topics and grants is highlighted. The acquirer's contribution, information on the approval of research results, a list of the acquirer's publications, the structure and scope of the work are also noted.

In the first section, an overview of fiber-diffraction sensors that can be used to diagnose various dangerous situations in real time, in particular, situations of possible fire damage to the military, is performed. An overview of the methods of determining the means of fire damage, that use laser systems for targeting, and possible technical solutions in the armies of NATO member countries is given, as a result of which a conclusion is made about the need for a new development capable of automatically establishing the fact of covert video surveillance and intelligence in difficult conditions of the terrain and to find the location of the source of laser radiation. An important factor in this case is the possibility of its integration into the complex of combat equipment. It is shown and theoretically substantiated that it is possible to use optical fibers made of sensitive polymer materials that are organically integrated into ordinary textile materials. Fabric made of optical fiber is able to deploy a narrow-aperture laser probe ray into a light spot, the spatial distribution of intensity of which depends on the angle of incidence of the ray.

To develop this type of fiber-diffraction hazard warning system, it is necessary to perform a number of experimental studies with the aim of identifying the peculiarities of the interaction of laser radiation with fiber-diffraction elements

of sensor systems and establishing the experimental dependence of the observed phenomena on the angle of incidence of the laser ray on element; to develop a method of numerical approximation of the results of experimental research, to develop a mathematical model for the quantitative description of the processes of interaction of light rays with sensitive fiber diffraction elements of sensor systems, as well as to create appropriate software that will allow in real time to obtain information about the orientation of the sensitive element of the sensor system relative to the falling beam or, in other words, the angular coordinates of the radiation source of the enemy laser guidance system.

The second chapter describes the results of experimental studies carried out in order to identify the features of the interaction of laser radiation with fiber diffraction gratings. To create such lattices, available polyaniline fibers were used, from which it is relatively easy to form both one-dimensional and two-dimensional periodic structures.

Diffraction patterns were experimentally obtained depending on the fixed position of one-dimensional (1D) and two-dimensional (2D) diffraction gratings. The dependence of the obtained diffraction bands on the angle of incidence of the laser beam on the grating was studied. It is shown that the obtained bands have the form of scattered curves of the second order.

Methods of processing digital images are represented, which relate to improving their quality, changing contrast, digital filtering, etc. The operation of selection of contours (borders of image elements) and filtering of digital images is considered in detail. The optimal filters for the problem of contour selection are presented.

In the third chapter, a mathematical model for the quantitative description of the interaction of a 1D diffraction grating with laser radiation is proposed. By means of mathematical modeling, it was found that when the grating is rotated to an angle φ_0 , the result of the interaction of light with the diffraction grating is a diffraction band, which is a cross section of the diffraction cone by the plane of the screen. When the diffraction cone is intersected by the plane of the screen, the shape of the diffraction bands takes the form of scattered curves of the second

order in the form of an ellipse (for angles $\varphi_0 > 45^\circ$), a parabola ($\varphi_0 = 45^\circ$) or a hyperbola ($\varphi_0 < 45^\circ$).

The developed mathematical model is generalized to the case of a 2D diffraction grating. By means of mathematical modeling, it was found that as a result of diffraction on a 2D diffraction grating, oriented arbitrarily in space, two bands appear. Numerical approximation of the diffraction bands for arbitrary rotation angles of the diffraction grating was carried out using the modified method of least squares and the method of orthogonal distances regression. The choice of empirical parameters in the ratios of the proposed mathematical model ensures the best agreement between the curves constructed by means of mathematical modeling and the experimental ones. It was established that the most optimal method of determining the coefficients of the second-order curves is the method of orthogonal distances regression.

The fourth section presents the results of digitization of experimental data. With the help of regression methods of data analysis, in the general analytical representation, the coefficients of the second-order scattered curves, which best describe the diffraction bands for conical diffraction on 1D and 2D diffraction gratings, were obtained. The corresponding curves of the second order for the specified angles of incidence of the rays on the grating were determined by means of mathematical modeling. On this basis, the inverse problem was solved - determination of the angular coordinates of the laser radiation source (which is of the greatest value for practical application).

With the help of regression methods of data analysis, in the general analytical representation, the coefficients of the second-order scattered curves, which best describe the diffraction bands for conical diffraction on 1D and 2D diffraction gratings, were obtained. The second-order curves and the angles of rotation of the diffraction grating were determined by means of mathematical modeling. The choice of empirical parameters in the ratios of the proposed mathematical model ensures the best agreement between the curves constructed by means of mathematical modeling and the experimental ones. It was established that the method of regression of orthogonal distances is a more accurate and universal

method of determining the coefficients of second-order curves in comparison with the method of least squares.

In the fifth chapter, a variant of the practical implementation of a fire hazard warning system based on a fiber-diffraction sensor is proposed; the system consists of a diffraction grating and a receiver that registers a two-dimensional image and is controlled by compact microcontrollers.

The software for the microcontroller, which must process data in real time using complex algorithms for image analysis, finding regression coefficients, determining the angular coordinates of the laser radiation source based on the received diffraction patterns, etc., is developed in a programming environment based on the Python algorithmic language.

Methods and approaches to the practical implementation of a number of sensors based on diffraction gratings made of polyaniline fibers, which can be integrated into the textile structures of a military serviceman's equipment and which are suitable for use in fire hazard warning systems, are indicated

The created software based on the developed mathematical model of the interaction of laser radiation with a fiber diffraction grating is proposed for use in the development of a physical prototype of signal elements based on polyaniline fibers for the enemy detection system at "Tehprylad" LLC.

The main research results received in the dissertation have been published in 22 scientific papers, including 7 articles in scientific professional publications (of which 2 articles have been published in periodicals included in the international scientometric databases WoS or Scopus), 14 theses and reports were published in conference proceedings.

Key words: mathematical modeling, numerical modeling, computational modeling, electromagnetic radiation, inverse problem, optical properties, photoelectric properties, optical materials, polymers, polyaniline, automation, analytical and numerical methods, analytical solutions, mathematical problems, sensors, optical effects

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. Ванкевич П.П., Дегтяренко В.В., Дробенко Б.Д., Настишин Ю.А. Оптоволоконна тканина як елемент сигнальних систем. *Військово-технічний збірник*. 2020. Вип. 23. С. 65–74. DOI:10.33577/2312-4458.23.2020.65-74.
2. Ванкевич П.П., Іваник Є.Г., Дегтяренко В.В., Федоренко В.В. Система попередження про небезпеку на основі елементів волоконної оптики, інтегрованих в бойове екіпірування. *Озброєння та військова техніка*. 2020. № 1(21). С.44–49. DOI: [https://doi.org/1034169/2414-0651.2020.2\(26\).44-49](https://doi.org/1034169/2414-0651.2020.2(26).44-49).
3. Дегтяренко В.В., Ванкевич П.П., Іваник Є.Г. та інші. Розпізнавання об'єктів в умовах бойових дій на основі теоретико-інформаційного підходу до задачі пошуку. *Збірник наук. праць Військової академії*. 2020. № 1(13), Ч. 2. С. 134–144. DOI: <https://doi.org/10.37129/2313-7509.2020.13.2.134-144>.
4. Vankevych P.P., Dehtiarenko V.V., Drobenko B.D. Registration of signals of laser emitter. Test experiment. *The scientific heritage*. 2021. Vol. 1, No 81 (81). P. 40–44. DOI: 10.24412/9215-0365-2021-81-81-1-40-44.
5. Vankevych P.P., Drobenko B.D., Ftomyn N.Y., Chornodolskyu Ya.M., Chernenko A.D., Vankevych P.I., Derevjanchuk A.Y., Moskalenko D.R. Determination of the angle of rotation of the diffraction grating by the method of conical diffraction. *Physics and Chemistry of Solid State*. 2022. Vol. 23, No. 4. P. 825-829. <https://doi.org/10.15330/pcss.23.4.825-829>.
6. Vankevych P.P., Drobenko B.D., Ftomyn N.Y., Chornodolskyu Ya.M., Dehtiarenko V.V., Sliusarenko A.V., Chernenko A.D., Bolkot P.A. Determining the position of a radiation source using the conical diffraction method. *Journal of Physical Studies*, 2022. Vol. 26, No 4. P. 4403-1-4403-5. <https://doi.org/10.30970/jps.26.4403>.

7. Ванкевич П.П., Фтомин Н.Є. Трансформація сигналів генерованих сенсорами волоконної оптики в системах попередження вогневого ураження. *Збірник наукових праць Військової академії*. 2023. № 2(20), Ч. 2. С.125-131. <https://doi.org/10.37129/2313-7509.2023.20.125-130>.
8. Патент на корисну модель № 133615 U Україна, МПК (2019.01) F41H 1/00 G02B 13/16 (2006.01). Сигнальний елемент / П.П. Ванкевич, В.Й. Стадник, Б.Д. Дробенко, Ю.А. Настишин, В.Д. Смичок, А.Д. Черненко, О.М. Рудковський, П.І. Ванкевич, Є. Г. Іваник, І.М. Ільків В.В. Пашковський; власники пат. Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львівський національний університет імені Івана Франка, Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України № u 2018 11993; заявл. 03.11.2018; опубл. 10.04.2019, № 7. 3 с.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

1. Ванкевич П.П., Іваник Є.Г., Ільків І.М. Створення інформаційної системи сигналізації про небезпеку з підтримання ефективного виконання спеціальних бойових дій. *Застосування інформаційних технологій у підготовці та діяльності сил охорони правопорядку: зб. тез доп. наук.-практ. конф.* (Харків, 15-16 березня 2017 р.). Харків: В-во Національної академії Національної гвардії України. 2017. С. 28–30.
2. Ванкевич П.П., Настишин Ю.А., Іваник Є.Г. Дослідження можливостей інтеграції сенсорних елементів із оптичних волокон у текстильні матеріали бойового екіпірування. *Перспективи розвитку озброєння і військової техніки сухопутних військ: зб. тез доп. Міжнародної наук.-техн. конф.* (11-12 травня 2017 р.). Львів: НАСВ, 2017. С. 88.
3. Karustianyk V.B., Vankevych P.P., Chernenko A.D. Information alarming systems embedded in the military equipping. *Застосування Збройних Сил України у конфліктах сучасності: зб. тез доп.*

- Міжнародної наук.-техн. конф.* (Львів, 16 листопада 2017 р.). Львів: НАСВ, 2017. С. 105.
4. Ванкевич П.П., Смичок В.Д., Іваник Є.Г. Дослідження процесів лазерного випромінювання квантового далекоміра для розробки електронної схеми виявлення та інформування про небезпеку. *Актуальні питання забезпечення службово-бойової діяльності військових формувань та правоохоронних органів: зб. тез доп. наук.-практ. конф.* (Харків, 31 жовтня 2018 р.). Харків: В-во Національної академії Національної гвардії України. 2018, С. 29–31.
 5. Vankevych P.P. Stadnyk V.Y. Improvement of the efficiency of detecting of narrow-aperture light radiation using optical-fiber fabric. *Geoforum 2019: тези доп. міжнародної наук.-техн. конф.* (Львів - Яворів - Брюховичі, 2019 р.). Львів: видавництво Львівської політехніки, 2019. С. 108-109.
 6. Ванкевич П.П., Іваник Є.Г. Волоконно-оптичні системи попередження про небезпеку. *Проблеми бойового та логістичного забезпечення складових сектору безпеки і оборони України: зб. тез доп. всеукр. наук.-практ. конф.* (Харків, 23 січня 2020 р.). Харків: видавництво Національної академії Національної гвардії України, 2020. С. 31–32.
 7. Ванкевич П., Іваник Є., Федоренко В. Сенсорно-інформаційна система реєстрації сигналів попередження військовослужбовця про небезпеку. *Матеріали міжн. наук.-техн. конф. "Геофорум-2020"* (Львів–Брюховичі–Яворів, 1–3 квітня 2020 р.). Львів: видавництво Львівської політехніки, 2020. С. 167–168.
 8. Ванкевич П.П., Дробенко Б.Д., Федоренко В.В. Трансформація світлових променів при взаємодії з волоконно-оптичними сенсорами. *Застосування Сухопутних військ Збройних Сил України у конфліктах сучасності: зб. тез доп. наук.-практ. конф.* (Львів, 20 листопада 2020 р.). Львів: НАСВ, 2020. С.23.
 9. Дегтяренко В.В., Ванкевич П.П., Дробенко Б. Д. Організаційно-технічні заходи для своєчасної ідентифікації живої сили та техніки

- своїх і союзних підрозділів. *Перспективи розвитку озброєння та військової техніки Сухопутних військ: зб. тез доп. міжн.наук.-техн. конф.* (Львів, 14 травня 2021 р.) Львів: НАСВ, 2021. С. 21–22.
10. Дегтяренко В., Іваник Є., Ванкевич П. Пасивна система реєстрації імпульсів віддаленого випромінювача. *Геофорум-2021: матеріали міжн. наук.-техн. конф* (Львів–Брюховичі–Яворів, 9–11 червня 2021 р.). Львів: видавництво Львівської політехніки, 2021. С. 72–75.
11. Ванкевич П.П., Дробенко Б.Д. Визначення параметрів середовища дистанційними лазерними методами. *Застосування Сухопутних військ Збройних Сил України у конфліктах сучасності: зб. тез доп. наук.-практ. конф.* (Львів, 18 листопада 2021 р.). Львів: НАСВ, 2021. С. 24–25.
12. Ванкевич П.П., Дробенко Б.Д. Характеристики полімерного волокна, яке може бути використане для формування волоконно-оптичних мікродавачів. *Застосування Сухопутних військ Збройних Сил України у конфліктах сучасності: зб. тез доповідей наук.-практ. конф.* (Львів, 20 листопада 2022 р.). Львів: НАСВ, 2022. С. 291.
13. Ванкевич П.П., Дробенко Б.Д. Волоконно-оптичні давачі, вбудовані в технічний текстиль для моніторингу небезпек військовослужбовця. *Перспективи розвитку озброєння та військової техніки Сухопутних військ: зб. тез доп. міжн. наук.-техн. конф.* (Львів, 14 травня 2023 р.). Львів: НАСВ, 2023. С. 286.
14. Ванкевич П.П., Дробенко Б.Д. Сенсори волоконної оптики в системах попередження вогневого ураження. *Застосування Сухопутних військ Збройних Сил України у конфліктах сучасності: зб. тез доп. наук.-практ. конф.* (Львів, 31 листопада 2023 р.). НАСВ. Львів, 2023. С. 125.

ЗМІСТ

ВСТУП	19
1. СУЧАСНИЙ СТАН ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ	27
1.1. Напрямки розвитку та сучасні вимоги до систем попередження про небезпеку вогневого ураження	27
1.2. Системи попередження про небезпеку, інтегровані в бойове екіпірування військовослужбовця	28
1.3. Волоконно-оптичні давачі для моніторингу небезпечних ситуацій	31
1.4. Волоконні системи індивідуального попередження військовослужбовця про фактори ураження	35
1.5. Зміст тестових експериментів дифракції світла на просторових періодичних структурах	38
1.6. Висновки по розділу	43
2. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ОТРИМАНІ РЕЗУЛЬТАТИ	45
2.1. Дифракція на одновимірній волоконно-дифракційній ґратці	45
2.2. Двовимірна дифракційна ґратка	48
2.2.1. Конічна дифракція світла на 2D дифракційній ґратці.....	51
2.2.2. Трансформація сигналів, генерованих 2D дифракційною ґраткою для додатних кутів θ_0	53
2.2.3. Трансформація сигналів, генерованих 2D дифракційною ґраткою для від'ємних кутів θ_0	60
2.2.4. Трансформація сигналів, генерованих 2D дифракційною ґраткою за умови рівномірної зміни кутів θ_0	63
2.3. Комп'ютерне опрацювання зображень.....	67
2.4. Висновки по розділу	71
3. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТА МЕТОДИ	72
3.1. Математична модель взаємодії лазерного випромінювання з 1D дифракційною ґраткою за умови конічної дифракції	72

	18
3.2. Математична модель взаємодії лазерного випромінювання з 2D дифракційною ґраткою за умови конічної дифракції	75
3.3. Математичне моделювання смуг двовимірної дифракційної ґратки	81
3.4. Аналітико-числова апроксимація кривих конічної дифракції	84
3.4.1. Метод найменших квадратів для апроксимації еліптичних кривих	84
3.4.2. Модифікація методу найменших квадратів	86
3.4.3. Про лінійну та нелінійну апроксимації.....	89
3.4.4. Метод регресії ортогональних відстаней	91
3.5. Висновки по розділу	94
4. ТРАНСФОРМАЦІЯ СИГНАЛІВ, ГЕНЕРОВАНИХ 1D та 2D ВОЛОКОННО-ДИФРАКЦІЙНИМИ ГРАТКАМИ.....	95
4.1. Визначення кута повороту 1D дифракційної ґратки	95
4.2. Конічна дифракція на двовимірній дифракційній ґратці	101
4.2.1. Оцифрування даних та опрацювання експериментальних результатів для додатних кутів θ_0	105
4.2.2. Оцифрування даних та опрацювання експериментальних результатів для від'ємних кутів θ_0	112
4.3. Оцифрування даних та опрацювання експериментальних результатів за умови рівномірної зміни одного з кутів	118
4.4. Висновки по розділу	121
5. ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ	123
5.1. Сенсор на основі волоконно-дифракційної ґратки	123
5.2. Зразки систем попередження про небезпеку вогневого ураження на основі волоконно-дифракційного сигнального елемента.....	126
5.3. Висновки по розділу	133
ВИСНОВКИ	134
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ	136
ДОДАТКИ	147

ВСТУП

Актуальність теми. Засоби математичного моделювання процесів взаємодії світлових променів з інтегрованими в екіпірування чутливими волоконно-оптичними елементами у поєднанні зі сучасними комп'ютерними технологіями істотно розширюють функціональні можливості військово-службовців, позаяк надають можливість в режимі реального часу виявляти небезпеку вогневого ураження від засобів, які застосовують лазерні системи для наведення на ціль, і сповіщати про це військового. Особливо це стосується лазерних систем із довжиною хвилі випромінювання за межами видимого спектру.

Для розроблення таких схем сповіщення військових про небезпеку вогневого ураження під час ведення бойових дій можна використати волоконні дифракційні сенсори, які легко інтегруються в текстильні структури. За міцністю, еластичністю й довговічністю такі текстильні матеріали з інтегрованими сенсорами практично нічим не відрізняються від традиційних, не поступаються їм за всім спектром характерних для них властивостей і можуть бути багатофункціональними. Інтегровані в текстиль сенсори дають можливість вловлювати промені прицільних засобів стрілецької зброї. Опрацювання цих сигналів засобами математичного і програмного забезпечення дозволяє визначити місце джерела випромінювання – за напрямком поширення променя.

Тому розроблення засобів математичного моделювання поширення світлових променів через елементи волоконних дифракційних сенсорів та відповідного програмного забезпечення, яке в сукупності зі сучасними комп'ютерними технологіями уможливорює опрацювання в реальному часі сигналів від променів, випромінюваних прицільними засобами зброї, є надзвичайно важливими завданнями в наш час.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами і темами. Обраний напрям досліджень пов'язаний з положеннями Державної цільової оборонної програми розвитку озброєння та військової техніки ЗС України на

період до 2022 року, введеної в дію Указом Президента України від 6 червня 2016 року № 240/2016, а також напрямів розвитку озброєння та військової техніки на довгостроковий період, схвалений розпорядженням Кабінету Міністрів України від 14 червня 2017 року № 398. Дослідження за темою дисертації виконувалися в рамках науково-дослідних тем Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України: "Виявлення додаткового ресурсу конструкцій енергетичного машинобудування, озброєнь та військової техніки засобами математичного моделювання " (2021-2023, № держреєстрації 0121U100692); "Моделювання та розвиток методів розрахунку раціонального функціонування конструкційних елементів і систем різного цільового призначення за комплексних навантажень" (2023-2024, № держреєстрації 0123U100908).

Об'єктом дослідження є процеси взаємодії світлових променів з поліаніліновими волокнами дифракційного сенсора.

Предметом дослідження є математичні моделі функціонування сигнального елемента волоконно-дифракційного сенсора, інтегрованого в бойове екіпірування.

Мета і завдання дослідження. Метою дисертаційної роботи є розроблення засобів математичного і комп'ютерного моделювання процесів взаємодії світлових променів з волоконно-дифракційними сенсорами попередження про небезпеку вогневого ураження засобами, які застосовують лазерні системи для наведення на ціль.

Досягнення поставленої мети досліджень передбачає:

- аналіз сучасного стану розвитку сенсорних систем попередження про небезпеку;
- виконання низки експериментальних досліджень з метою виявлення особливостей взаємодії лазерного випромінювання з волоконно-дифракційними елементами сенсорних систем і встановлення експериментальних залежностей спостережуваних явищ від кута падіння лазерного променя на елемент;

- дослідження можливості використання полімерного волокна поліаніліну для формування волоконно-дифракційних мікродавачів, здатних виявляти спрямоване лазерне випромінювання як чинник зондування;
- розроблення методики числової апроксимації результатів експериментальних досліджень для довільних кутів повороту волоконно-дифракційних елементів;
- розроблення математичної моделі для кількісного опису процесів взаємодії світлових променів з чутливими волоконно-дифракційними елементами сенсорних систем попередження про небезпеку;
- створення відповідного програмного забезпечення, яке дає можливість в реальному часі отримувати інформацію про кути падіння світлового променя стосовно чутливого елемента сенсорної системи.

Методи дослідження. Виконаний у роботі цикл досліджень ґрунтується на положеннях числового моделювання і прогнозування фізичних експериментів, методиці екстремального планування експерименту, застосуванні системного підходу до проблеми оптимізації технічних рішень на етапах створення виробів спеціального призначення, цифрових способах обробки і перетворення сигналів когерентного лазерного випромінювання. При побудові математичної моделі кількісного опису процесів взаємодії світлових променів з чутливими волоконно-дифракційними елементами сенсорних систем використано модельні подання теорії дифракції при похилому падінні лазерного променя на дифракційну ґратку. Апроксимацію оцифрованих зображень виконано із застосуванням методів градієнтів, найменших квадратів і регресії ортогональних відстаней.

Наукова новизна роботи полягає у вирішенні важливого науково-технічного завдання – розроблення засобів математичного та комп'ютерного моделювання взаємодії світлових променів з чутливими волоконно-дифракційними елементами сенсорних систем попередження про небезпеку.

вогневого ураження засобами, які застосовують лазерні системи для наведення на ціль

Основні результати роботи, які визначають її наукову новизну та виносяться на захист:

1. Розроблено математичну модель для кількісного опису взаємодії 1D та 2D волоконно-дифракційної ґратки із лазерним випромінюванням.
2. Уперше, засобами математичного і комп'ютерного моделювання процесів поширення світлових променів через дифракційну ґратку із поліанілінових волокон обґрунтовано і практично підтверджено появу дифракційних смуг у вигляді розсіяних кривих другого порядку (еліпс, гіпербола, парабола), форма яких зумовлена явищем конічної дифракції і залежить від кута падіння променя на ґратку, що дало можливість розробити сигнальний елемент волоконно-дифракційного сенсора.
2. Уперше з використанням сигнального елемента волоконно-дифракційного сенсора математично визначено кутові положення джерела випромінювання, що дало можливість використати розроблені сигнальні елементи для побудови системи виявлення джерела випромінювання та його позиціонування в одній площині: джерело небезпеки зліва (або вгорі), справа (або внизу).
3. Досліджено характеристики полімерного волокна поліаніліну за допомогою адаптованих під вирішення поставленого завдання теоретико-експериментальних методів, показано можливість використання такого волокна для формування волоконно-дифракційних мікродавачів, здатних виявляти засоби вогневого ураження, в яких використовується спрямоване лазерне випромінювання як чинник зондування. Обґрунтовано можливість інтегрування елементів волоконної оптики в текстильні матеріали бойового екіпірування військовослужбовця та їх модифікацію під функцію реєстрації діючих ззовні прицільно спрямованих оптичних променів.

Обґрунтованість і достовірність основних наукових засад і отриманих результатів і висновків забезпечено фізичною обґрунтованістю вихідних положень математичної моделі, коректною фізичною постановкою задач, збіжністю результатів математичного й комп'ютерного моделювання з відповідними результатами експериментальних досліджень та випробувань.

Практичне значення отриманих результатів полягає в тому, що вони безпосередньо використані при розробленні фізичного прототипу відповідних сигнальних елементів для побудови системи виявлення засобів вогневого ураження та їх позиціонування по відношенню до сигнального елемента (див. Додатки). Запропоновано також структуру, склад і параметри сигнального елемента волоконно-дифракційного сенсора перспективної інтегрованої комп'ютерної мережі для виявлення локацій випромінювання. Чутливі елементи інформаційних систем попередження про небезпеку інтегровано в бойове екіпірування.

Особистий внесок здобувача. Усі результати, що становлять основний зміст дисертації, отримані здобувачем самостійно. У друкованих працях, опублікованих у співавторстві, йому належить аналіз літературних джерел, в яких розглянуто питання, споріднені з напрямом досліджень дисертаційної роботи, формулювання задач, застосування відповідного математичного апарату, виконання розрахунків і обчислень, інтерпретація отриманих числових результатів у вигляді графіків і таблиць. Зокрема, у статті [4] ним досліджено характеристики полімерного волокна поліаніліну, використаного в подальшому для формування волоконно-дифракційних мікродавачів, здатних інформативно опрацьовувати спрямоване лазерне випромінювання; у статті [11] обґрунтовано можливість інтегрування елементів волоконної оптики в текстильні матеріали бойового екіпірування військовослужбовця та модифікацію цих елементів під функцію реєстрації зовнішніх прицільно спрямованих оптичних променів; у статті [21] – на основі загального формулювання проблеми пошуку сформовано завдання мінімізації максимальної довжини пошукового шляху, спрямованого на виявлення та

ідентифікацію шуканого об'єкту; в статті [15] – розроблено методику комп'ютерного моделювання, на основі якої було виконано комплекс експериментальних випробувань схеми реєстрації імпульсних сигналів, емітованих лазерним випромінюванням в лінійному дисперсійному середовищі; викладено теоретичне підґрунтя задачі розпізнавання належності сил на полі бою або в районі проведення бойових операцій із залученням елементів комбінаторики, математичної статистики і теорії інформації та розроблено теоретико-експериментальну схему передачі інформації по каналу зв'язку з можливістю багатоваріантного доступу; в праці [28] запропоновано новий сигнальний елемент системи ідентифікації свій-чужий, інтегрованої в бойове екіпірування військовослужбовця; у статті [90] – проведено низку експериментальних досліджень і отримано дифракційні смуги за допомогою 1D дифракційної ґратки під час її повороту на різні кути. Показано, що отримані смуги мають вигляд розсіяних кривих другого порядку. Встановлено, що для кутів повороту 1D дифракційної ґратки більших за 45 градусів дифракційні смуги мають вигляд замкнених кривих, натомість для діапазону кутів менших за 45 градусів – незамкнені. Отримано дифракційні смуги за допомогою 2D дифракційної ґратки під час зміни її орієнтації в просторі за двома ступенями вільності. Показано, що для 2D ґратки дифракційні картини складаються з двох смуг, які також можна описати за допомогою рівняння другого порядку. Оскільки отримані картини дифракції містять області розсіяного світла (характерне гало), запропоновано методи фільтрації зображень за допомогою цифрових фільтрів; у статті [91] запропоновано математичну модель, яка описує взаємодію 1D дифракційної ґратки із лазерним випромінюванням. Засобами математичного моделювання отримано, що при повороті ґратки на кут φ_0 результатом взаємодії світла з дифракційною ґраткою є поширення конуса дифракції. При перетині дифракційного конуса площиною екрану форма дифракційних смуг набуває вигляду еліпса (для кутів $\varphi_0 > 45^\circ$), параболи (при $\varphi_0 = 45^\circ$) чи гіперболи (для $\varphi_0 < 45^\circ$). Розроблена математична модель узагальнена на випадок взаємодії 2D волоконно-дифракційної ґратки із лазерним випромінюванням. Засобами

математичного моделювання отримано, що внаслідок дифракції на 2D дифракційній ґратці, орієнтованій довільним чином у просторі, виникають дві смуги – розсіяні криві другого порядку. Для чисельної апроксимації дифракційних смуг для довільних кутів повороту дифракційної ґратки використано модифікований метод найменших квадратів та метод регресії ортогональних відстаней; у праці [92] здобувачем виконано дослідження характеристик променів цілеспрямовано випромінюваних лазерними пристроями, на основі чого розроблено оригінальну електронну схему виявлення та інформування (світлового або звукового) військовослужбовця у випадку активізації та проявів інтересу противником до місця його дислокації.

Апробація матеріалів дисертації. Основні наукові результати, які відображені в дисертації, оприлюднено на: Науково-практичній конференції *"Застосування інформаційних технологій у підготовці та діяльності сил охорони правопорядку"* (Харків, 15-16 березня 2017 р.) [12]; Міжнародній науково-технічній конференції *"Перспективи розвитку озброєння і військової техніки сухопутних військ"* (Львів, 11-12 травня 2017 р.); Міжнародній науково-технічній конференції *"Застосування Збройних Сил України у конфліктах сучасності"* (Львів, 16 листопада 2017 р.) [63]; Науково-практичній конференції *«Проблеми бойового та логістичного забезпечення складових сектору безпеки і оборони України»* (Харків, 31 жовтня 2018 р.) [14]; Міжнародній науково-технічній конференції, присвячена професійному святу працівників геології, геодезії і картографії України *"Geoforum 2019": тези доп. міжнародної наук.-техн. конф.* (Львів - Яворів - Брюховичі, 2019 р.). Львів: видавництво Львівської політехніки, 2019. С. 108-109 [19]; Всеукраїнській науково-практичній конференції. (Харків, 23 січня 2020 р.) [10]; Міжнародній науково-технічній конференції *"Геофорум-2020"* (Львів–Брюховичі–Яворів, 1–3 квітня 2020 р.) [3]; Міжнародній науково-практичній конференції *"Застосування Сухопутних військ Збройних Сил України у конфліктах сучасності"* (Львів, 20 листопада 2020 р.) [8]; Міжнародній науково-практичній

конференції *"Перспективи розвитку озброєння та військової техніки Сухопутних військ"* (Львів, 14 травня 2021 р.) НАСВ [20]; Міжнародній науково-технічній конференції *"Геофорум-2021"* (Львів–Брюховичі–Яворів, 9–11 червня 2021 р.) [22]; Науково-практичній конференції *"Застосування Сухопутних військ Збройних Сил України у конфліктах сучасності"* (18 листопада 2021 р.) [5]; Міжнародній науково-практичній конференції *"Застосування Сухопутних військ Збройних Сил України у конфліктах сучасності"* (Львів, 20 листопада 2022 р.) [9]; Міжнародній науково-практичній конференції *"Перспективи розвитку озброєння та військової техніки Сухопутних військ"* (Львів, 14 травня 2023 р.) [6]; Міжнародній науково-практичній конференції *"Застосування Сухопутних військ Збройних Сил України у конфліктах сучасності"*. (Львів, 31 листопада 2023 р.) [7].

Публікації. Основні наукові результати дисертації опубліковано у 22-х працях всього, зокрема: 2-х статтях індексованих в міжнародній науково-метричній базі Scopus [90, 91], одній статті в науковому виданні країн-членів ЄС [92], 4-х статтях у фахових наукових виданнях [4, 11, 15, 21], одному патенті на корисну модель [28], а також додатково відображено у 14-х тезах доповідей на науково-технічних і науково-практичних конференціях [3, 5–10, 12–14, 20, 22, 63, 93].

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається з анотації, вступу, п'ятьох розділів, а також містить список використаних джерел з 96 найменувань на 11 сторінках та 2 додатків на 2 сторінках. Загальний обсяг роботи складає 148 сторінок, з яких 117 сторінок основного тексту, 75 рисунків та 5 таблиць.

РОЗДІЛ 1

СУЧАСНИЙ СТАН ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Напрямки розвитку та сучасні вимоги до систем попередження про небезпеку вогневого ураження

Аналіз бойових втрат особового складу під час проведення бойових дій свідчить про те, що втрати від вогню снайперів противника значно збільшилися й практично дорівнюють втратам від нічних вогневих контактів із противником, щоденних провокаційних обстрілів та підриву на мінно-вибухових пристроях разом взятих [10, 23].

Ситуація, що склалася в Україні, дала чітко зрозуміти, що гарантувати незалежність та цілісність нашої держави може лише боєздатне, оснащене ефективною зброєю і добре навчене військо.

Точність визначення позицій ворожих снайперів, своєчасність їх знищення стає першочерговим завданням в умовах особливості ведення нестандартних бойових дій.

Станом на сьогоднішній час чітко визначені та досліджені такі методи визначення оптичних приладів снайперів противника як оптичний, звукометричний, тепловізійний та оптико-електронний (лазерна локація) [1, 16, 19, 27, 41–44]. Ці методи засновані на використанні різних фізичних принципів і елементної бази [47, 48, 51].

До можливих технічних рішень в цьому напрямку належать акустичні системи, інфрачервоні давачі, а також оптико-електронні прилади виявлення снайперських оптичних приладів за денних і нічних умов.

Аналізуючи переваги й недоліки кожного з розглянутих методів, слід зазначити, що найкращого чи універсального методу не існує. Ефективність виявлення залежить від багатьох факторів, а саме: особливостей місцевості, погодних умов, рівня підготовки і технічного оснащення снайпера та

особового складу контрснайперських груп [25, 26, 29].

Кожен із вищевказаних методів має властиві лише йому переваги та недоліки. Для вирішення низки питань, пов'язаних із розробкою та впровадженням у серійне виробництво сучасних ефективних засобів виявлення оптичних приладів спостереження та прицілювання снайперів противника, необхідно здійснити аналіз існуючих методів та розроблених на їхній основі приладів виявлення оптичних приладів спостереження противника в арміях країн-членів НАТО та фактичного противника – російської федерації. Також слід приділити увагу розгляду напрямів їхнього подальшого вдосконалення та розробки новітніх приладів, які б поєднували в собі позитивні якості кожного з існуючих методів [16, 64, 68, 73, 74].

Основним призначенням нової розробки має стати створення компактної універсальної системи, здатної в автоматичному режимі дистанційно виявити місцезнаходження та координати снайпера, визначити дальність до нього, встановити факт проведення прихованого відеоспостереження та розвідки у складних умовах рельєфу місцевості з подальшим здійсненням бездротової передачі інформації на мобільний або стаціонарний пункт управління для своєчасного реагування та прийняття відповідних контр-снайперських дій. Важливим фактором подальшого використання розробки є можливість її інтегрування у комплекс бойового екіпірування військовослужбовця. Основною областю застосування розробки повинно стати виявлення снайперів і прихованих оптичних засобів розвідки та своєчасне сповіщення солдата про небезпеку, який потрапив у «зону уваги» ворожого снайпера.

1.2. Системи попередження про небезпеку, інтегровані в бойове екіпірування військовослужбовця

Актуальною проблемою сьогодення є вдосконалення бойового екіпірування за рахунок включення структурних елементів, побудованих на основі систем активного захисту. Це можливо здійснити інтегруванням

чутливих елементів інформаційних систем попередження про небезпеку в бойове екіпірування [6–8].

Інтегровані волоконно-дифракційні давачі можуть бути використані для моніторингу за умов різних екстремальних ситуацій під час бойових дій, за можливості в режимі реального часу. Ці небезпеки пов'язані з потенційною можливістю застосування противником хімічної та біологічної загрози, електромагнітних полів великої напруженості на місцях та подібних джерел небезпечного впливу на особовий склад. Розроблені давачі передбачається формувати на основі складних волоконно-дифракційних систем, які комплектуватимуться багатофункціональними, облицювальними матеріалами і в змозі відчувати та відобразити умови перебігу актуального стану навколишнього середовища: до вказаного типу можна віднести термочутливі хромогенні матеріали, хімічні або біологічні агенти, що наносяться на волоконні полімери та ін. Чутлива функція заснована на їхній здатності змінювати світлові характеристики поширення променів в оптичних волокнах [9, 10, 56].

В арміях провідних країн світу, у тому числі, зокрема, армії оборони Ізраїлю, збереження життя солдата на полі бою має пріоритетне значення, що сприяє створенню зразкового екіпірування та спорядження. Тому значний інтерес становить аналіз генези та вдосконалення складників бойового екіпірування ізраїльських військовослужбовців, зокрема бронежилетів, розвантажувальних систем та їхніх окремих комплектуючих елементів. Цей досвід може бути використаний при проєктуванні бойових українських одностроїв.

Дослідженню флуктуацій лазерного випромінювання в атмосфері (у тому числі в турбулентному середовищі) приділяється значна увага в зв'язку з широким застосуванням лазерів в системах, що працюють через атмосферу. Справді, точність лазерних приладів широкого спектру застосувань (геодезичних, в системах озброєння і військової техніки, портативних, вмонтованих в систему бойового екіпірування та оснащення військовослужбовця, що виконує спеціальні завдання і операції тощо), просторову і часову роздільну

здатність лазерних локаторів, можливості і точність визначення параметрів середовища дистанційними лазерними методами можна оцінити лише з урахуванням флуктуацій поля оптичних пучків. Обумовлені різного роду локальними збуреннями випадкові зміни показника заломлення повітря можуть суттєво обмежити технічні характеристики лазерних систем, тому в більшості випадків сама доцільність їхнього застосування має визначатись на основі оперативного прогнозування флуктуації поля лазерного випромінювання з урахуванням оптико-метеорологічної ситуації, що має місце в атмосфері на даний момент часу. Важливе місце в дослідженнях поширення лазерного випромінювання в атмосфері відводиться результатам досліджень закономірностей розповсюдження лазерних пучків на прямих трасах, коли хвиля однократно долає шлях від джерела до приймача. Значна увага приділяється аналізу енергетичних характеристик і точності оптико-локаційних систем, що використовують бістатичну схему локації, коли спадна на опромінену поверхню і відбита хвиля проходять в середовищі по рознесених просторових шляхах.

На даний час виникла значна потреба в задачах визначення статистичних характеристик сигналу в атмосфері при моностатичній локації об'єктів природного і штучного походження [11, 93, 94]. Особливості цих задач пов'язані з кореляцією спадної та відбитої хвиль, що проходять при поширенні одні і ті ж неоднорідності турбулентного середовища. Це призводить до низки нових явищ, не спостережуваних при прямому поширенні хвиль: зокрема, відбувається кутовий перерозподіл середньої інтенсивності відбитої хвилі (ефект підсилення оберненого розсіювання), збільшення флуктуацій інтенсивності в строго зворотному напрямі порівняно з прямим поширенням на подвоєну віддаль тощо.

У працях [16, 17] викладено відповідний теоретичний матеріал вивчення впливу інтенсивності збурень навколишнього середовища, властивостей поверхонь відбивання, параметрів лазерного джерела, відбивача і приймача, ефектів, обумовлених кореляцією зустрічних хвиль, а також дослідження поведінки середніх і флуктуаційних характеристик

відбитого випромінювання в площині зображення приймальної оптичної системи.

Ще один аспект проблеми створення високочутливих систем попередження про небезпеку полягає у вивченні процесів поширення електромагнітних випромінювань, зокрема лазерних променів, які працюють через атмосферу. Однак, не зважаючи на значний теоретичний доробок у сфері поширення оптичних хвиль на локаційних трасах, можливості аналізу впливу інтенсивності збурення атмосфери, розміри розсіювальної поверхні, параметри приймача та джерела підсвічування, в цілому проблема поширення лазерних пучків далека від свого завершення, особливо у зв'язку з можливостями і здатністю до впровадження наукових розробок у практику створення бойового екіпірування та технічної підготовки в умовах швидкоплинних змін в основному бойовому екіпіруванні та у зв'язку із надходженням у війська новітніх зразків озброєння та військової техніки.

1.3. Волоконно-оптичні давачі для моніторингу небезпечних ситуацій

Принципи волоконно-оптичних давачів ґрунтуються на модифікації світлового сигналу, що поширюється в оптоволоконній системі, зовнішньою дією [56, 69, 84, 85]. Світлове випромінювання нечутливе до електромагнітних завад, а тому оптоволоконні сенсори є хорошим рішенням з погляду надійного функціонування за дії потужних електромагнітних завад. Без сумніву, що такі натільні сенсори потрібні для моніторингу фізіологічного стану військовослужбовця. Але можна і розширити їхні функціональні можливості. А саме, такі оптоволоконні натільні сенсори можна модифікувати для реєстрації зовнішніх прицільних світлових променів, наприклад поширюваних від пристроїв оснащення снайперської зброї. Тобто замість світлового сигналу від внутрішнього вмонтованого джерела світла в систему потраплятиме зовнішній світловий сигнал від прицільних засобів противника. Для цього потрібно інтегрувати в систему натільних оптоволоконних сенсорів колектори зовнішнього прицільного

випромінювання, які дозволяють розгорнути світлову точку в смугу, використовуючи дифракційно-розсіювальну здатність системи паралельних оптичних волокон чи тканини з таких волокон. Така модифікація дасть можливість знизити цінову вартість виробу і сприятиме покращенню характеристик комфорту "розумних" тканин та зручності елементів бойового екіпірування, в які ці оптоволоконні системи індивідуального захисту є вживленими [6, 7].

Світловий сигнал, що потрапив у колектор далі передаватиметься оптичними волокнами до фотоперетворювача. Систему обробки електричного сигналу, що виходить з фотоелемента в оригінальному пристрої слід замінити на засоби звукової гарнітури, що перетворюватимуть електричний сигнал від фотоелемента у звуковий сигнал "індивідуальної тривоги" у навушниках.

Міжнародний європейський проєкт OFSETH, що виконувався в межах 6-ї рамкової угоди, орієнтований на створення текстильно-інтегрованих волоконно-оптичних датчиків для моніторингу дихання пацієнтів при МРТ дослідженнях. Для цього використовуються медичні текстильні вироби з полімерними оптичними волокнами з метою створення натільних виробів, сумісних із МРТ дослідженнями, що тим самим означає придатність для роботи в умовах потужних електромагнітних завад. Можливість застосування волоконно-оптичних давачів для контролю дихання було продемонстровано раніше. Зокрема в літературі є повідомлення про волоконні датчики, сплетені в бандажі або прикріплені до одягу, використовуючи волоконні бреггівські решітки і довгоперіодичні решітки на основі кварцового волокна [34, 66].

Рух людського дихання викликає характерне подовження периметра черевної порожнини, до 3% у дорослих. Використовуючи кремнієві волокна, можна вимірювати подовження від 1%. Тому, особливий акцент в OFSETH робився на використанні полімерного оптичного волокна замість кремнієвого для давачів контролю дихання [34, 65]. Важливим критерієм вибору

полімерного оптичного волокна, як медичного давача, є його біосумісність та стійкість до зламу.

Зразок еластичного текстилю із вживленими полімерними оптичними волокнами, виготовлений компанією Centexbel і Elasta, Бельгія, було випробувано для цілей моніторингу дихальних рухів. Оскільки було важко інтегрувати пряме оптичне волокно в еластичну тканину, у текстильному зразку використовували спеціальний сенсор магнітного поля, розроблений компанією Multitel, Бельгія (рис. 1.1) [65].

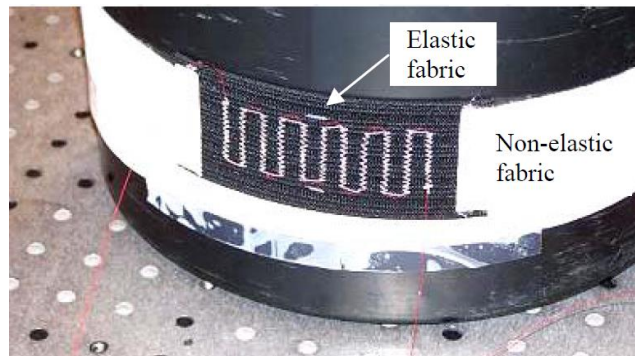


Рис. 1.1. Зразок текстилю із а полімерними оптичними волокнами та сенсором макрозгинів (текстиль: Centexbel & Elasta, Belgium; сенсор: Multitel, Belgium)

Придатність для вимірювання форми сигналу дихання та швидкості у реальному часі було продемонстровано на здорових дорослих людях при нормальному диханні [95].



Рис. 1.2. Бандаж, що містить волоконно-оптичні давачі для моніторингу дихання

Європейські вимоги до текстилю та медичної специфікації були враховані при розробці давачів так, щоб сигнал від одного давача не спотворював сигнал від іншого (рис. 1.2).

Давач макрозгинів, розроблений компанією Multitel (Бельгія), базується на ефекті згину оптичного волокна (рис. 1.3, ліворуч). Згини викликають витікання світлової енергії з волокна і, таким чином, деяка потужність втрачається.



Рис. 1.3. Ліворуч: дизайн макроскопічного давача;

кварцеве оптичне волокно вживлено в еластичну тканину в процесі виготовлення промислового в'язання гачком.

Праворуч: дизайн давача; кварцеве оптичне волокно, що містить волоконні бреггівські решітки, нашите на еластичний текстиль

При розтягуванні тканини давача радіус кривини збільшується, а втрати за рахунок згину зменшуються. Тому варіації інтенсивності на виході оптичного волокна будуть відображати зміни довжини текстилю, спричинені дихальними рухами. Перевагою давачів макрозгину є простота у користуванні: вони ґрунтуються на вимірюванні змін інтенсивності, тому основними необхідними компонентами є світлодіод, як джерело, та фотодіод. Стандартні одномодові кварцеві волокна інтегровані в еластичні тканини, виготовлені компанією Elasta (Бельгія). Перевага дизайну у формі еластичного текстилю полягає в тому, що вживлення оптичних волокон в тканину є технологічно досить простим, а крім того волокно в текстилі захищене від розриву при деформації розтягу.

1.4. Волоконні системи індивідуального попередження військово-службовця про фактори ураження

Система реєстрації світлових сигналів, яка здатна попереджати про потенційно загрозливий зовнішній вплив (небезпеку), ґрунтується на принципі розгортання вузько-апертурного лазерного променя зондування з точковим (просторова розмірність 0D) перерізом світлової плями в лінійну (просторова розмірність 1D) чи плоску (просторова розмірність 2D) світлову пляму, розмір якої значно перевищує розмір світлового вхідного променя зондування [4, 13].

Ефект розгортання точкового перерізу лазерної плями в лінійну смугу ґрунтується на дифракції світла на волокнах тканини. Розгортання променя з точковим 0D перерізом у площинну 2D дифрактограму може відбуватися одночасно, як мінімум, за трьома механізмами, а саме: внаслідок дифракції на окремих волокнах, розфокусування та оптоволоконного ефекту. Слід очікувати, що внаслідок суперпозиції цих трьох механізмів дифрактограма не буде дискретною, тобто не міститиме розділених дифракційних рефлексів із вираженими максимумами та мінімумами інтенсивності, як це очікувалося б при чистій дифракції на краях волокон. Натомість, слід очікувати, що розподіл інтенсивності світла за тканиною матиме розмитий характер. Розмиванню розподілу світлової плями за тканиною сприятиме не тільки накладання двох інших механізмів розсіювання на дифракцію, а й накладання дифрактограм від окремих волокон тканини. Але це не означає, що результуюча дифрактограма матиме дифузно-ізотропний характер. Іншими словами, не слід очікувати, що розсіяна світлова пляма матиме круговий переріз із плавним радіальним розподілом інтенсивності. Навпаки, анізотричний характер розсіювачів, тобто циліндрична форма кожного окремого волокна, передбачає, що розподіл інтенсивності розсіяного світла буде суттєво анізотропним. А саме: для системи квазіпаралельних волокон більша частина енергії розсіюватиметься за рахунок дифракції та лінзового ефекту в напрямку, перпендикулярному до довгих осей волокон. Оптоволоконний же ефект призводитиме до розсіювання світла

вздовж прозорих волокон, тобто в напрямку перпендикулярному до основної (інтенсивнішої тонкої) смуги, утворюючи світлове гало по обидва її боки.

У звичайних тканинах нитки є непрозорими для видимого світла, а тому значна частина світлової енергії поглинатиметься, що знижує ефективність детектування. Якщо ж тканину, або вставки до неї у місцях, де розміщені фотодетектори, виготовити із прозорого полімерного волокна, то така тканина не тільки пропускатиме світло, й значно сильніше розсіюватиме його за рахунок розфокусування та оптоволоконного ефекту. Кожне окреме полімерне волокно відіграватиме роль циліндричної лінзи, розгортаючи лазерний промінь з точковим перерізом у смужку, товщина якої буде рівною діаметру перерізу лазерної плями, а довжина визначатиметься відстанню від волокна до екрану та оптичним фокусом

$$f = \frac{n_g}{n_g - 1} R \quad (1.1)$$

циліндричної лінзи волокна, де n_g – показник заломлення волокна; $n_g = 1$ відповідає показнику заломлення повітря. Приймаючи показник заломлення матеріалу волокна $n_g = 1.5$, отримуємо оцінку заднього фокусу циліндричної волоконної лінзи $f = 3R$. Тоді для волокна з радіусом $R = 50$ мкм маємо $f = 150$ мкм. Це означає, що далеко за фокусом (на відстанях набагато більших, ніж 150 мкм, світловий пучок буде розбіжним, що своєю чергою означає, що промінь з точковим перерізом розгортатиметься в смужку, перпендикулярну до довгої осі волокна. Згодом детальніше розглянемо розсіювання лазерного променя двошаровою котушкою квазіпаралельних мотків оптичного волокна.

Завдяки тому, що показник заломлення волокна значно вищий від показника заломлення повітря, кожна нитка відіграватиме роль оптичного волокна, в яке світло заходить, та при похилому падінні (відносно довгої осі волокна) поширюється вздовж волокна внаслідок ефекту повного внутрішнього відбивання. В ідеальному оптичному волокні світло поширювалось би без втрат та без витікання із нього, але в реальних

волокнах внаслідок недосконалості поверхні частина світлової енергії просочуватиметься із волокна, тим самим розгортаючи переріз променя із квазіточкового з просторовою розмірністю 0D в квазілінійний із просторовою розмірністю 1D, якщо волокна розміщені паралельно чи квазіпаралельно одне до одного. Якщо ж волокна розміщені так, як у типовій тканині, тобто утворюючи квадратну сітку, розсіяна світлова пляма матиме складнішу 2D-геометрію. А це означає, що щільність заповнення фотоприймачами можна понизити у відповідну кількість разів.

Тож можна зробити щонайменше такі три передбачення:

1) виготовлена з оптичного волокна тканина буде розсіювати спадний промінь, розгортаючи його в 1D смугу для квазіпаралельних волокон чи в 2D світлову пляму для квадратної сітки волокон;

2) для паралельних волокон крім основної смуги, перпендикулярної до довгих осей волокон, можна очікувати існування світлового гало по обидва її боки;

3) із функції просторового розподілу інтенсивності розсіяного світла, можна буде отримати інформацію про кутові координати джерела світла від якого виходить промінь.

У наявних літературних джерелах [2, 30, 32, 35, 40, 43, 54, 55, 58] можна знайти опис дифракції світла, але лише для найпростіших випадків дифракції на непрозорих ідеальних ґратках. Якщо ж ґратка далека від ідеальної (аперіодична, дефектна чи прозора із супутніми оптоволоконним та лінзовим ефектами), то опис значно ускладнюється і буде сильно залежати від конкретної геометрії ґратки з урахуванням усіх геометричних та оптичних недосконалостей. Аналітичний опис розсіювання світла на реальній оптоволоконній тканині є практично неможливим, а числове моделювання буде переобтяжене величезною кількістю параметрів. У такому випадку слід провести ряд тестових експериментів, які дадуть можливість перевірити справедливість якісних передбачень та встановити емпіричні співвідношення між координатним розподілом інтенсивності дифрактограми та координатами джерела світла.

1.5. Зміст тестових експериментів дифракції світла на просторових періодичних структурах

Задача дифракції світла на просторових періодичних структурах є відомою і добре вивченою [31, 40, 61, 67, 79, 88]. Дифракційні ґратки (пристрої, які в найпростішому випадку складаються з великої кількості однакових паралельних щілин, розташованих на рівних відстанях одна від одної) можуть працювати, як на пропускання так і на відбивання. У загальному випадку дифракційною ґраткою вважають будь-яку структуру, наділену просторовою періодичністю. Крім того, ці дифракційні оптичні елементи можуть мати різну геометричну форму, а також бути одновимірними, двовимірними та тривимірними [40, 61]. На рис. 1.4 приведено схематичні зображення одновимірного та двовимірного дифракційних оптичних елементів.

У найпростішому випадку двовимірну ґратку можна отримати шляхом поєднання двох одновимірних, одна з яких є розвернутою на 90 градусів по відношенню до іншої. Для синтезу дифракційних ґраток використовуються різноманітні методи та матеріали [50, 55, 77, 78]. Для створення прецизійних дифракційних ґраток застосовується досягнення фотолітографії [67]. Перспективними є, також, рідкі кристали (змінюють свої оптичні параметри під впливом зовнішнього електричного поля) [55].

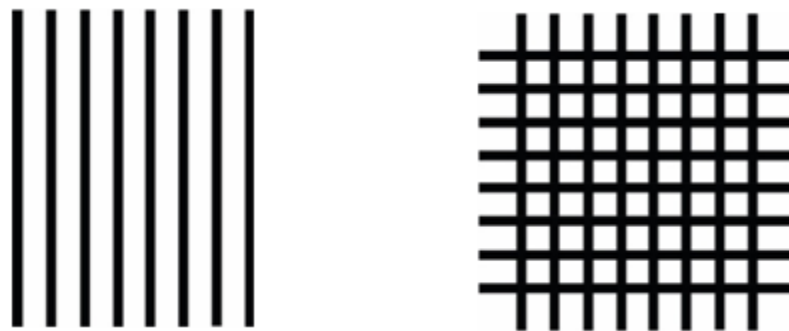


Рис. 1.4. Схематичне зображення одновимірної (ліворуч) та двовимірної (праворуч) дифракційної ґратки

Відомо, що для ідеальної плоскої дифракційної ґратки з періодом d що складається з однакових рівновіддалених щілин (шириною b) можна записати формулу для m -тих головних дифракційних максимумів [31, 40, 61]

$$d \sin \theta_m = m\lambda, \quad (1.2)$$

де θ_m – кут між напрямком поширення дифрагованих променів і нормаллю до площини ґратки; m – ціле число; λ – довжина хвилі.

Зауважимо, що співвідношення (1.2) відповідає умові нормального падіння плоскої електромагнітної хвилі (з довжиною світла λ) і, якщо ґратка має N щілин, то матимемо N^2 -не зростання інтенсивності дифрагованих променів, які задовольняють умові максимумів [45, 61]. Натомість розподіл інтенсивності світла в дифракційній картині обчислюється за співвідношенням [61]

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha} \right)^2, \quad (1.3)$$

де $\beta = k \frac{b}{2} \sin \theta$, $\alpha = k \frac{d}{2} \sin \theta$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильовий вектор.

На рис. 1.5 представлено розраховану (див. співвідношення (1.3)) дифракційну картину для одновимірної ґратки зі схематичними параметрами: $N = 6$, $b = 1$, $d = 4b$, $\lambda = 1$ (для розрахунку використано відносні одиниці, але важливо, щоб розмір перешкод був сумірним із довжиною хвилі).

Розрахована дифракційна картина для двовимірної ґратки має вигляд, представлений на рис. 1.6-б (використано аналогічні величини параметрів N , b , d , λ).

Застосування тривимірних дифракційних ґраток у більшості випадків стосується рентгеноструктурного аналізу. У цьому випадку використовується просторова періодичність кристалів.

Не зупиняючись на інших особливостях дифракційних ґраток, звернемо увагу на те, що в більшості практичних застосувань використовується геометрія нормального поширення світла на ґратку. Натомість, якщо дифрак-

ційна ґратка є нахиленою по відношенню до напрямку поширення, наприклад лазерного променя, окрім вже відомих особливостей, які пов'язані із дифракцією світла на просторовій періодичній структурі спостерігатиметься і зміна геометричних параметрів самої дифракційної картини – кінчна дифракція.

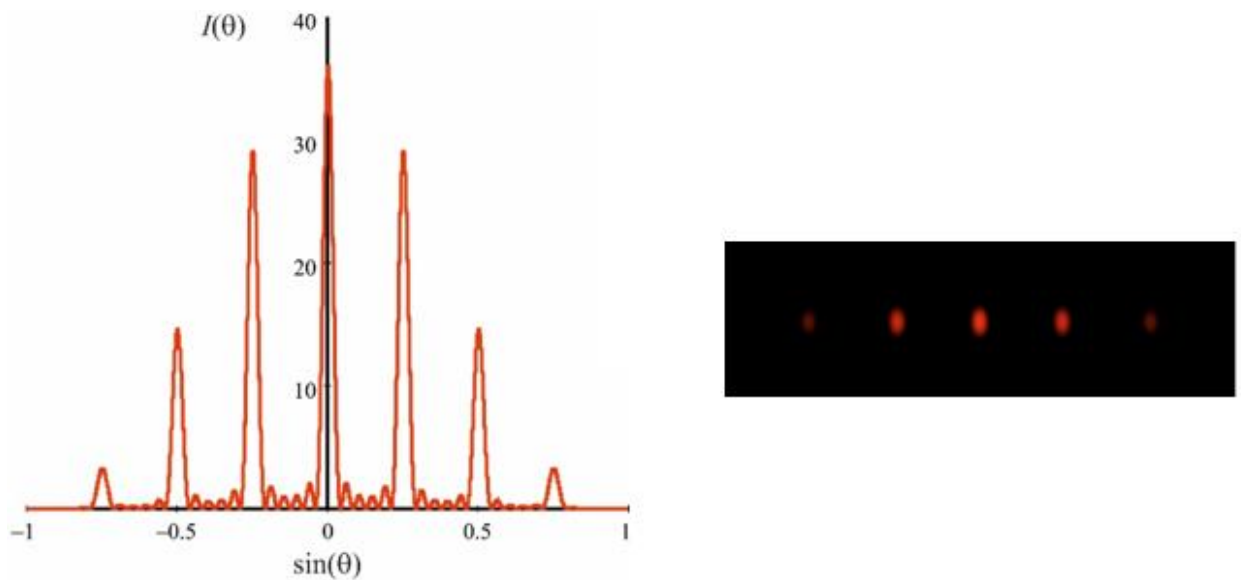


Рис. 1.5. Розрахована дифракційна картина для одновимірної ґратки (а – залежність інтенсивності I світла від $\sin(\theta)$, б – проекція на екран)

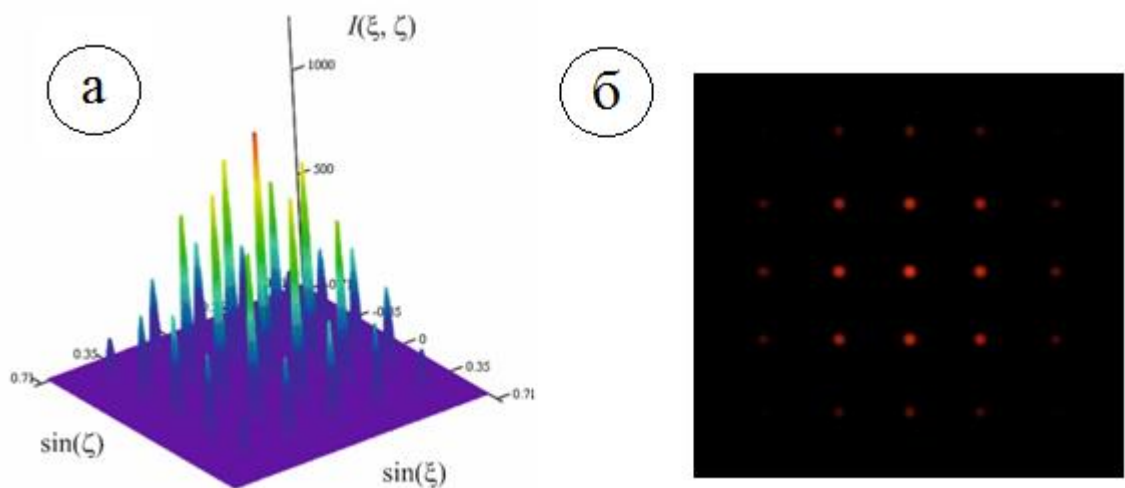


Рис. 1.6. Розрахована дифракційна картина для двовимірної ґратки (а – залежність інтенсивності I світла від $\sin(\xi)$, $\sin(\zeta)$ (ξ , ζ – кути між напрямком поширення дифрагованих променів і нормаллю до площини ґратки), б – проекція на екран)

Отже, конічна дифракція світла зумовлює викривлення дифракційної картини (дифраговані промені поширюються вздовж поверхні конуса) при похилому падінні лазерного променя на дифракційну ґратку [57 – 59, 62, 71, 72, 80]. Якщо спроектувати результуючу дифрактограму на екран, то положення окремих дифракційних максимумів (або смуги, яка утворюється у випадку перетину дифракційних максимумів) описуватиметься в загальному випадку кривою другого порядку. Форма цієї кривої (еліпс, парабола, або гіпербола) істотно залежить від кутового положення лазера (або якщо лазер є нерухомий, то від орієнтації ґратки у просторі). Цей ефект спостерігається для дифракційних ґраток, які працюють, як на пропускання так і на відбивання, зокрема і для фазових ґраток з просторово модульованим показником заломлення (див. [62]).

Зауважимо, що задача дифракції променів для довільної орієнтації дифракційної ґратки у просторі є важливою не тільки для випромінювання видимого діапазону, але й, зокрема, при проектуванні рентгенівських спектрометрів [2, 70] тощо.

Важливим та перспективним застосуванням ефекту конічної дифракції є побудова на його основі технологічно простих та дешевих сенсорів, які можна використати для визначення просторового положення джерела оптичного випромінювання [4]. Якщо форма дифракційної смуги містить інформацію про координати джерела лазерного променя, який виходить, наприклад, із прицілу снайперської гвинтівки, то форму дифракційної смуги можна використати для встановлення кутового місцеперебування снайпера, або іншого військового об'єкту з джерелом лазерного випромінювання.

Розглянемо сенсорний дифракційний елемент, який складається з волокон поліаніліну з показником заломлення $n \approx 1,5$. Таку дифракційну ґратку можна легко інтегрувати в матрицю різноманітних текстильних структур (матеріалів).

У звичайних тканинах нитки є непрозорими для видимого світла, а тому значна частина світлової енергії поглинатиметься, що знижує ефективність детектування оптичного випромінювання. Якщо ж тканина або вставки

до неї у місцях, де розміщені фотодетектори, виготовлена з прозорого полімерного волокна, то вона не тільки пропускатиме світло, а й значно сильніше розсіюватиме його за рахунок розфокусування чи оптоволоконного ефекту [4].

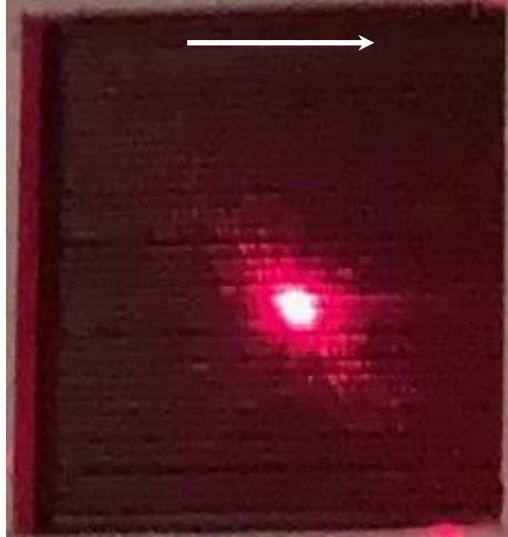


Рис. 1.7. Результат взаємодії лазерного променя і сенсорного дифракційного елемента з поліанілінових волокон (стрілкою позначено напрямок волокон; пляма червоного кольору – слід від лазерного променя)

При похилому падінні лазерного випромінювання на таку систему спостерігатимуться ефекти конічної дифракції, а геометричні параметри (форма кривої, її кривина тощо) дифракційних кривих можна легко визначити, використовуючи регресійні методи аналізу даних, викладених в працях [54, 56, 75, 76, 89, 96].

Текстильні матеріали із вмонтованими волоконно-оптичними сенсорами з певним наближенням можна вважати «розумними» технічними матеріалами, які можуть взаємодіяти з навколишнім середовищем. Вони можуть відчувати і реагувати на умови навколишнього середовища та зовнішніх подразників від механічних, теплових, хімічних або інших джерел. Такі текстильні матеріали можуть бути багатофункціональними залежно від того, які чутливі елементи або сенсори, включені в текстильну основу [4].

1.6. Висновки і завдання дослідження

З проведеного літературного огляду та аналізу викладених у джерелах результатів можна зробити висновок про актуальність пошуку нових методів попередження військовослужбовця про небезпеку вогневого ураження, зокрема методів, які ґрунтуються на використанні волоконно-дифракційних систем. Для впровадження інтегрованих волоконно-дифракційних систем попередження про небезпеку необхідно виконати низку теоретичних і експериментальних досліджень. Особливу актуальність мають експериментальні роботи, які можуть бути розділені на чотири основних напрями: дослідження характеристик чутливих полімерних матеріалів; підготовка (виробництво) оптичних волокон з чутливими покриттями; дослідження характеристик волоконно-оптичних давачів; інтеграції сенсорних елементів у текстильні матеріали.

З огляду на зазначене постає практична потреба вирішення актуального наукового завдання, сутність якого полягає у формуванні математичного опису фізичних процесів взаємодії світлових променів з чутливими волоконно-дифракційними елементами сенсорних систем попередження про небезпеку.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні наукові та прикладні завдання:

1. Виконати низку експериментальних досліджень з метою виявлення особливостей взаємодії лазерного випромінювання з волоконно-дифракційними елементами сенсорних систем і встановлення експериментальних залежностей спостережуваних явищ від кута падіння лазерного променя на елемент;

2. Розробити методику числової апроксимації результатів експериментальних досліджень для довільних кутів повороту волоконно-дифракційних елементів;

3. Розробити математичну модель для кількісного опису процесів взаємодії світлових променів з чутливими волоконно-дифракційними елементами сенсорних систем попередження про небезпеку;

4. Створити відповідне програмне забезпечення, здатне підтримувати в реальному часі отримання інформації про орієнтацію елемента сенсорної системи відносно спадного променя чи, іншими словами, кутові координати джерела лазерного випромінювання.

РОЗДІЛ 2

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ОТРИМАНІ РЕЗУЛЬТАТИ

У цьому розділі наведено опис результатів експериментальних досліджень, виконаних з метою виявлення особливостей взаємодії лазерного випромінювання з волоконно-оптичними дифракційними ґратками. Для створення дифракційних ґраток використано доступні полімерні поліанілінові волокна, з яких відносно легко сформувати як одновимірні, так і двовимірні періодичні структури.

Приведено експериментально отримані дифракційні картини залежно від фіксованого положення одновимірної та двовимірної дифракційної ґратки. Експериментально досліджено залежність отримуваних дифракційних кривих від кута падіння лазерного променя на ґратку. Показано, що отримані смуги мають вигляд розсіяних кривих другого порядку.

Репрезентовано числові методи опрацювання цифрових зображень, які стосуються покращення їх якості, зміни контрасту, цифрової фільтрації тощо. Детально розглянуто операції виділення контурів (границь елементів зображень) градієнтними методами та фільтрування цифрових зображень за допомогою фільтрів. Приведено найоптимальніші фільтри для задачі виділення контурів.

2.1. Дифракція на одновимірній волоконно-дифракційній ґратці

Експеримент для одновимірної (1D) дифракційної ґратки виконано згідно з оптичною схемою, поданої на рис. 2.1.

Джерелом світла слугував гелій-неоновий (He-Ne) лазер (довжина хвилі випромінювання $\lambda = 632,8$ нм, потужність випромінювання не перевищувала значення 5 мВт). Лазерний промінь поширювався крізь ґратку, яка

складалася з двох шарів поліанілінового волокна (діаметр волокна $\approx 0,16$ мм). Відстань між шарами дорівнювала 1 мм. Дифракційні ґратки розміщувалися на поворотному столику зі шкалою для вимірювання кута з точністю $\pm 1^\circ$. Дифракційну картину проєктували на екран та фіксували за допомогою цифрового фотоапарату Canon 80d (матриця з розділенням 24 Мп) [91, 92].

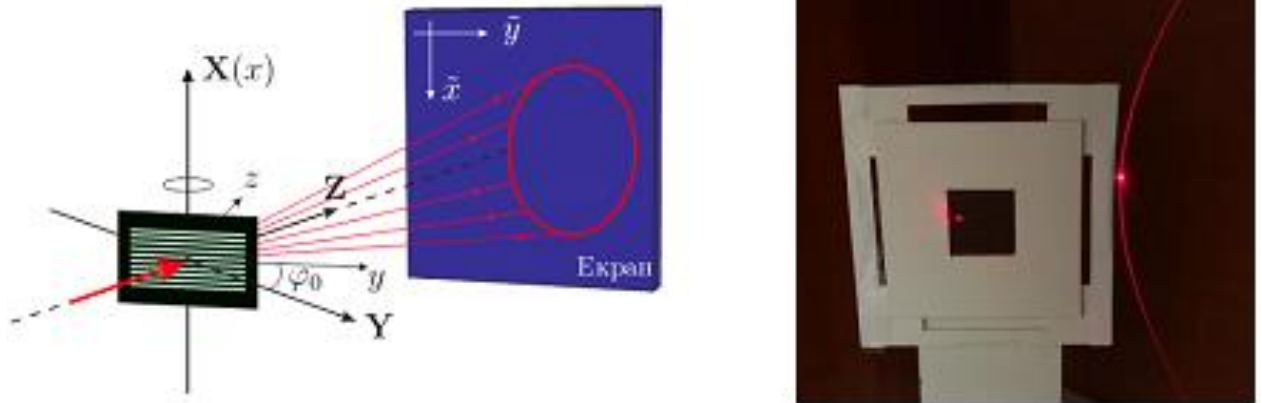


Рис. 2.1. Схема експерименту із системами координат X, Y, Z (x, y, z) та фотографія дифракційної ґратки для одного з можливих кутів повороту столика

Для кожного фіксованого положення ґратки зберігали дифракційні криві. Кут повороту ґратки φ_0 змінювали в межах від 5° до 80° .

На рис. 2.2 і 2.3 представлено зображення дифракційних кривих, отриманих в результаті виконання експерименту для ґратки орієнтованої під кутами від 80° до 50° та від 45° до 5° відповідно.

Для кутів повороту більших за 50° візуально спостерігається замкнена форма дифракційної кривої. Особливо це помітно для кутів у межах 60° - 80° . Натомість для іншого діапазону кутів маємо виродження еліптичної форми у гіперболічну.

Зауважимо, що опрацювання результатів експерименту для малих кутів (15° і менше) може призводити до певних похибок, враховуючи квазі-нормальний напрямок падіння лазерного променя на дифракційну ґратку (криві другого порядку стягуються в пряму лінію).

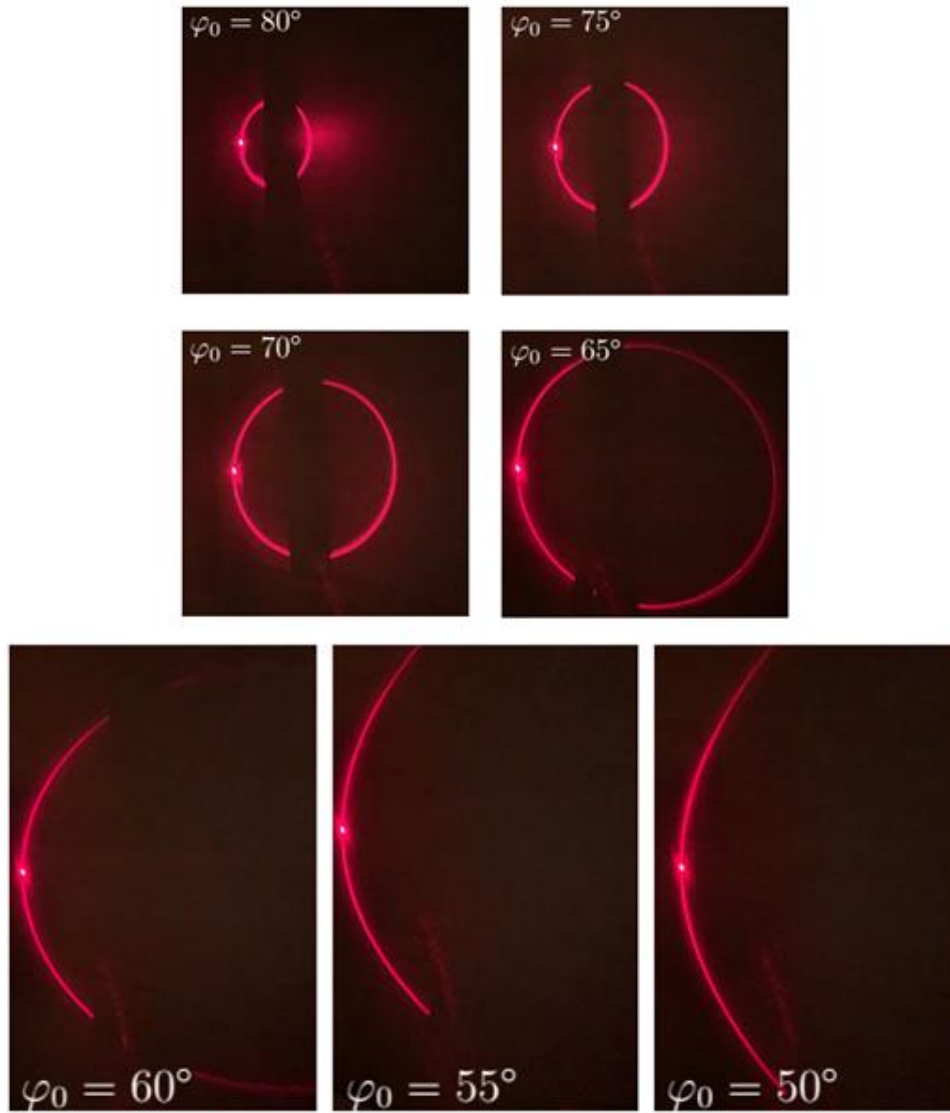


Рис. 2.2. Дифракційні картини, отримані для кутів повороту від 80° до 50°

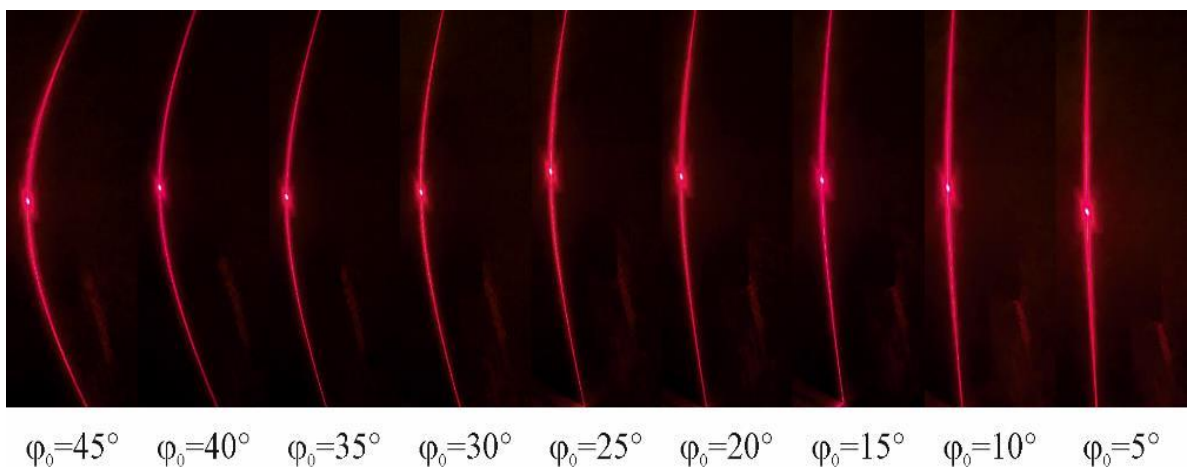


Рис. 2.3. Дифракційні картини, отримані для кутів повороту від 45° до 5°

Тому форма кривої після взаємодії лазерного променя й дифракційної ґратки (замкнена крива, незамкнена крива) однозначно дає первинну

інформацію ($\varphi_0 > 45^\circ$, $\varphi_0 < 45^\circ$) про просторове положення лазерної системи ворога. У деяких випадках такої інформації вистачатиме для того, щоб відповідними чином зреагувати на небезпеку. Натомість для прецизійного встановлення координат потрібно детально проаналізувати оцифровані дані.

2.2. Двовимірна дифракційна ґратка

У п. 2.1 представлено деякі результати для одновимірної дифракційної ґратки, за допомогою якої можна реалізувати сенсор позиціонування. Однак недоліком таких сенсорних елементів є їх застосування для визначення джерела лазерного випромінювання [91, 92] винятково в одній площині. Тож такі оптичні елементи можна використовувати для виявлення лазерної системи, яка знаходиться ліворуч-праворуч, або вгорі-внизу. Для повного розв'язання задачі позиціонування використано двовимірну дифракційну ґратку.

Розглянемо макет двовимірної (2D) дифракційної ґратки, реалізованої за допомогою того ж поліанілінового волокна діаметром 0,16 мм. Фотографія отриманої дифракційної ґратки представлено на рис. 2.4. Отриманий оптичний елемент має вигляд двошарової сітки з оптичних волокон. Відстань між волокнами, як по горизонталі так і по вертикалі, становить 1.8 мм [15].

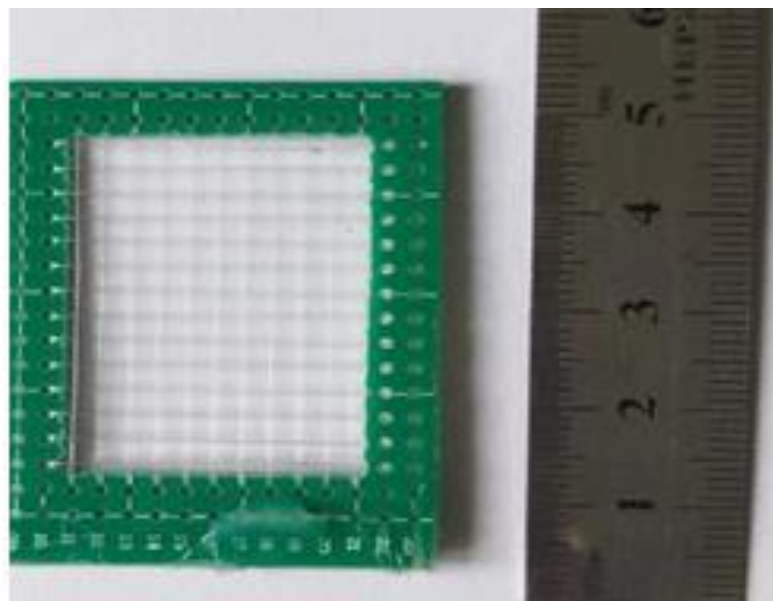


Рис. 2.4. Макет двовимірної дифракційної ґратки

Для дослідження створеного оптичного елемента використано оптичну схему, зображену на рис. 2.5

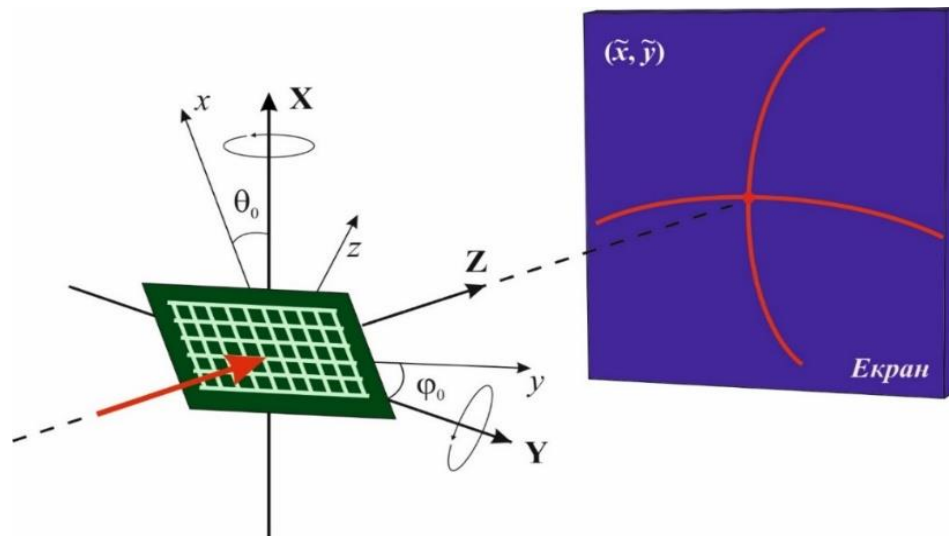


Рис. 2.5. Оптична схема експерименту

Бачимо, що сигнальний елемент орієнтується в просторі за допомогою кутів φ_0 , θ_0 та ψ , які відраховуються відносно системи координат X , Y , Z . Фізичний зміст кутів φ_0 , θ_0 зрозумілий з рис. 2.1 (поворот навколо осі X та Y відповідно), натомість ψ – відповідає повороту ґратки навколо осі Z . Також на цьому рисунку представлено систему координат x , y , z , яка зв'язана з самою дифракційною ґраткою. Якщо на таку систему спрямувати лазерний промінь, то можна спостерігати за дифракційними смугами, які в цьому випадку складатимуться з двох кривих другого порядку. Геометричні параметри цих кривих можна використати для визначення одночасно двох кутів повороту φ_0 , θ_0 (або положення джерела лазерного випромінювання).

На рис. 2.6 показано фізичну установку для дослідження дифракційних картин на двовимірній дифракційній ґратці [15].

Дифракційна ґратка розміщувалася на поворотному столику з двома ступенями вільності таким чином, щоб лазерний промінь проходив через її середину. Кути φ_0 , θ_0 орієнтації ґратки в просторі вимірювали з точністю $\pm 1^\circ$ за допомогою двох відлікових механізмів (позначених стрілками на рис. 2.6). Дифракційні картини проєктувалися на екран зі шкалою, яка використовується для прив'язки системи координат під час процедури

оцифровування зображень, та фіксували за допомогою цифрового фотоапарату.

На рис. 2.6 видно дифракційну картину (див. екран) для досліджуваної ґратки у випадку її початкового положення (для кутів $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 0^\circ$). Як бачимо, результуюча дифракційна картина складається з двох прямих ліній, які перетинаються в точці центрування оптичної системи (початок системи координат на екрані). В розглядуваному випадку за рахунок використання 2D дифракційної ґратки точкова пляма (з розмірністю 0D) від лазерного променя розгортається в картину, розмірністю 2D, яка складається з двох кривих, геометричні параметри яких змінюватимуться під час повертання оптичного елемента [15]. Це основна відмінність між досліджуваними дифракційними картинами на розглянутих тут ґратках і ґратках, представлених у [4, 91, 92], дифракційні картини на яких склалися з однієї кривої.

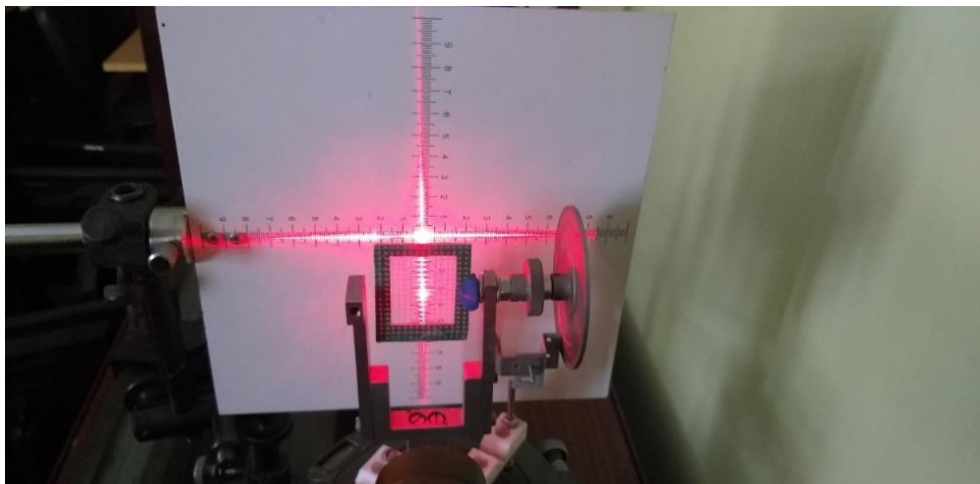
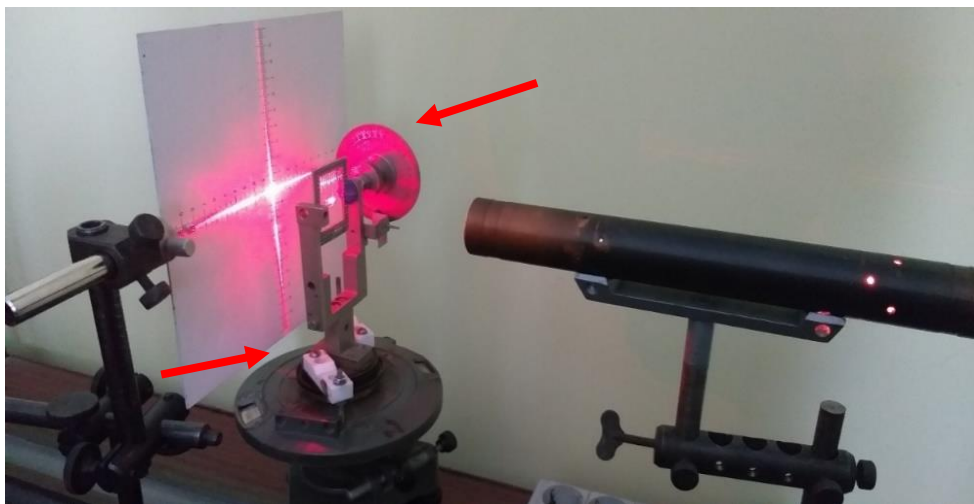


Рис. 2.6. Фотографія установки для дослідження 2D-дифракційної ґратки

2.2.1. Конічна дифракція світла на 2D дифракційній ґратці

Розглянемо результати експерименту для ґратки, орієнтованої під кутами $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = \pm 45^\circ$ та $\pm 70^\circ$ (поворот навколо горизонтальної осі Y).

Маємо дві параболи (див. рис. 2.7), орієнтовані гілками вниз для додатного кута повороту θ_0 та гілками вгору – для від’ємного. На екрані чітко видно пряму лінію, яка збігається з вертикальною віссю екрану. Ця особливість свідчить про те, що досліджуваний сигнальний елемент не розвернутий навколо вертикальної осі X .

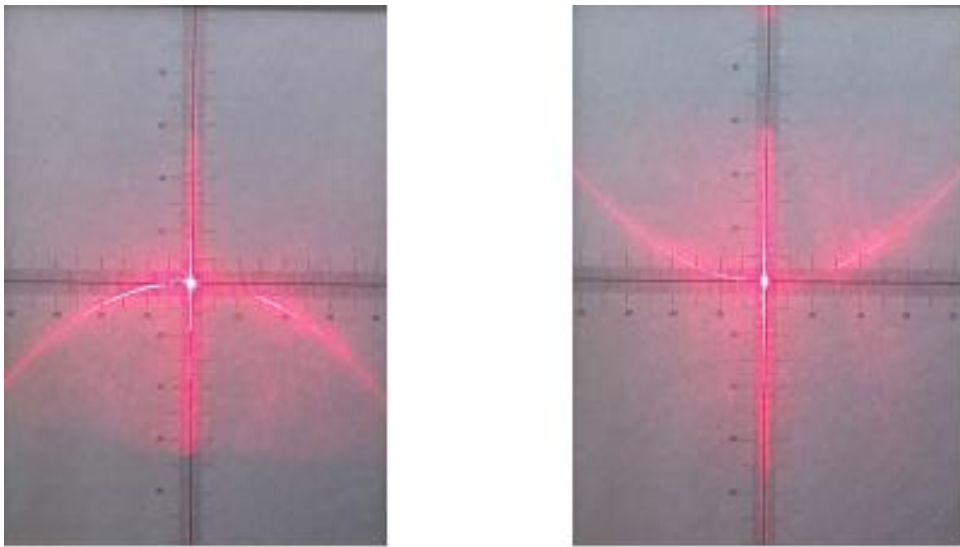


Рис. 2.7. Дифракційні картини, отримані для кутів $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 45^\circ$ (ліворуч)
та $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = -45^\circ$ (праворуч)

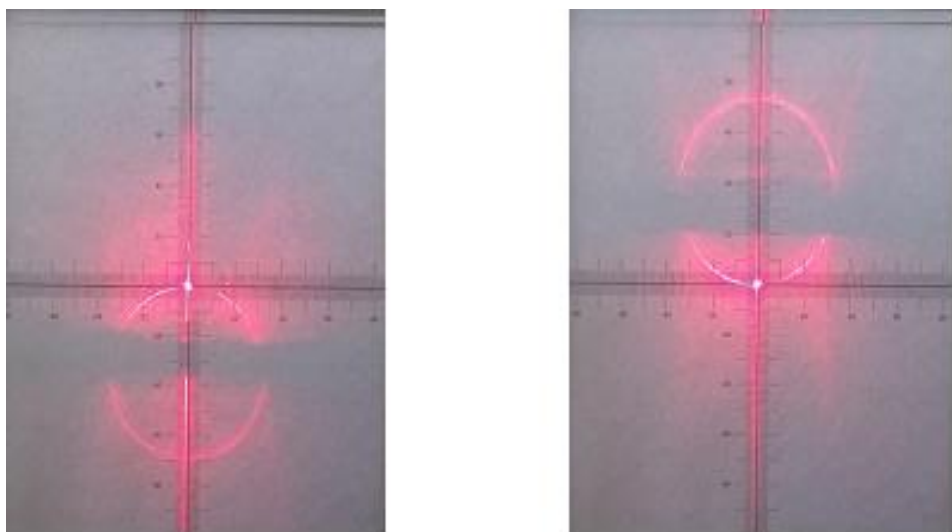


Рис. 2.8. Дифракційні картини отримані для кутів $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 70^\circ$ (ліворуч)
та $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = -70^\circ$ (праворуч)

Якщо повернути ґратку на кути, більші за 45 градусів, дифракційні смуги матимуть вигляд замкненої кривої – еліпса. Цю особливість чітко видно на рис. 2.8 для кутів $\theta_0 = \pm 70^\circ$.

На рис. 2.9 представлено отримані зображення після повороту столика навколо вертикальної осі на невеликі кути: $\pm 10^\circ$. Так, при розвертанні ґратки на кут $\varphi_0 = 10^\circ$ (за умови $\theta_0 = 70^\circ$) вертикальна пряма вироджується у криву (гіперболу), гілки якої є спрямовані ліворуч відносно початку відліку (див. рис. 2.9, ліворуч). Крім того, спостерігається поворот головних осей еліпса (проти годинникової стрілки); також зміщується його центр праворуч відносно вертикальної осі (див. рис. 2.9, ліворуч).

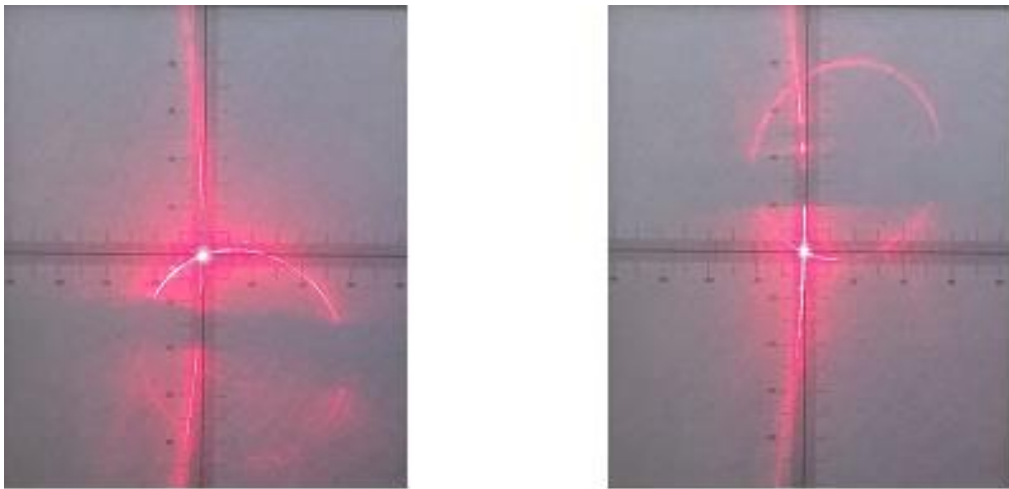


Рис. 2.9. Дифракційні картини, отримані для $\varphi_0 = 10^\circ$, $\theta_0 = 70^\circ$ (ліворуч)
та $\varphi_0 = 10^\circ$, $\theta_0 = -70^\circ$ (праворуч)

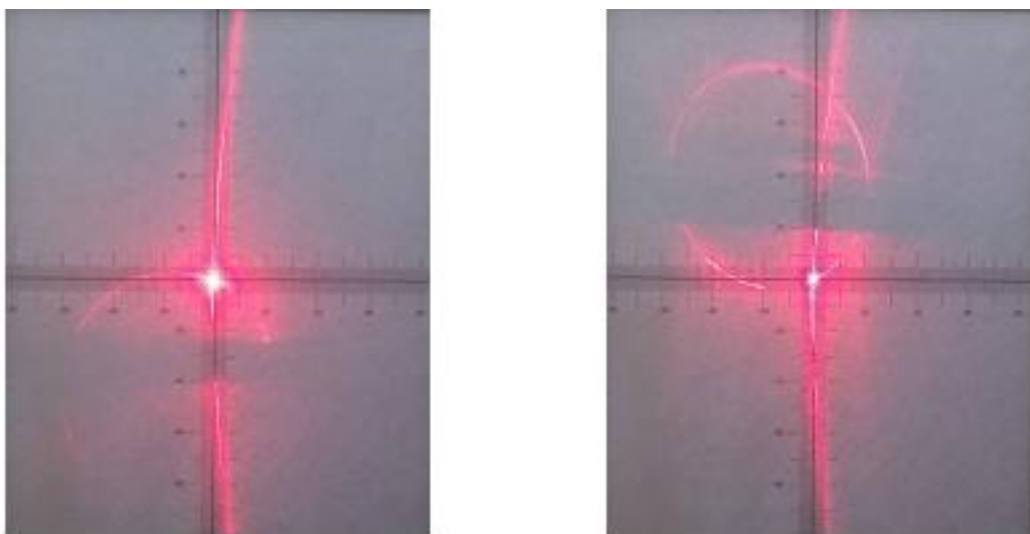


Рис. 2.10. Дифракційні картини отримані для $\varphi_0 = -10^\circ$, $\theta_0 = 70^\circ$ (ліворуч)
та $\varphi_0 = -10^\circ$, $\theta_0 = -70^\circ$ (праворуч)

Для кутів $\varphi_0 = 10^\circ$, $\theta_0 = -70^\circ$, (див. рис. 2.9, праворуч) матимемо аналогічний результат із таким же напрямком гілок гіперболи, однак поворот головних осей здійснюється за годинниковою стрілкою, а зміщення центру відбувається також праворуч.

Аналогічні зміни спостерігаються і для смуг (див. рис. 2.10) під впливом повороту дифракційної ґратки на кути $\varphi_0 = -10^\circ$.

2.2.2. Трансформація сигналів генерованих 2D дифракційною ґраткою для додатних кутів θ_0

Повертання дифракційної ґратки у двох площинах дає можливість отримати значну кількість дифракційних картин, які можна детально аналізувати методами опрацювання зображень [35, 53].

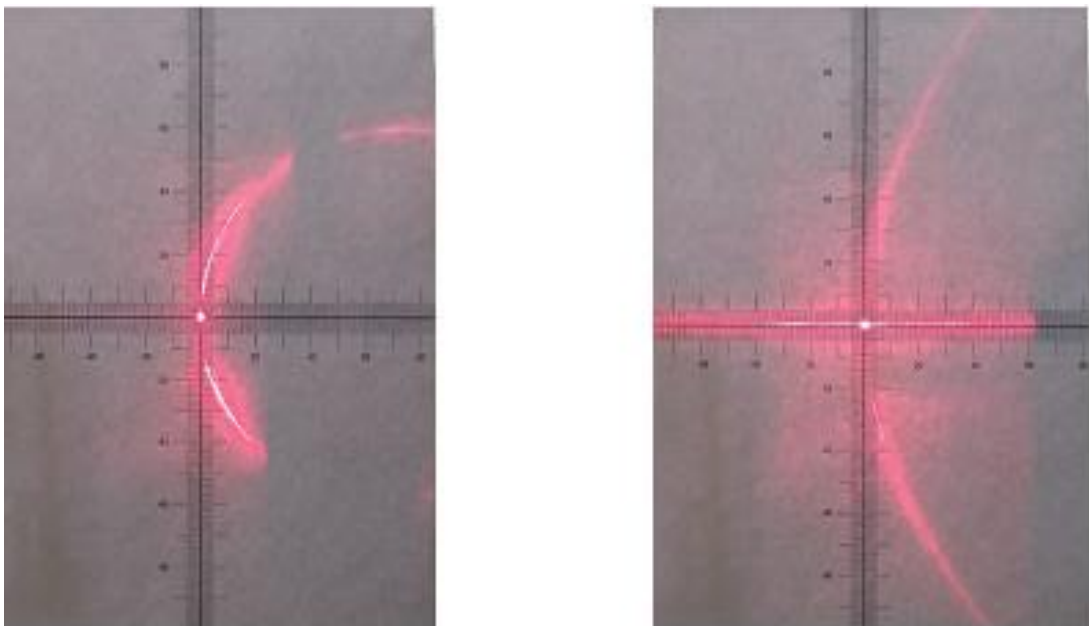


Рис. 2.11. Дифракційні картини, отримані для $\varphi_0 = -60^\circ$, $\theta_0 = 0^\circ$ (ліворуч)
та $\varphi_0 = -40^\circ$, $\theta_0 = 0^\circ$ (праворуч)

Розглянемо результати експериментів за умови істотної зміни кутів φ_0 , θ_0 . Положення ґратки змінювали в межах: $\varphi_0 = -60^\circ \dots 60^\circ$ і $\theta_0 = 0^\circ \dots 80^\circ$ із кроком $\Delta\varphi_0 = 20^\circ$, $\Delta\theta_0 = 20^\circ$. Обмеження кута повороту φ_0 зумовлене особливостями вимірювальної системи (наявність габаритних елементів, які перекривають промінь при великих кутах повороту). Дифракційні картини за

таких умов представлено на рис. 2.12 – 2.20 для різних фіксованих кутів φ_{0i} , θ_{0i} .

Як видно з рис. 2.11-а, 2.12-в,г на отриманих зображеннях відсутня горизонтальна смуга. Ця особливість зумовлена наявністю певної відстані у розміщенні сусідніх волокон та шириною променя. Експериментально показано, що цією особливістю зображень можна певним чином маніпулювати за допомогою суттєвого зменшення періоду дифракційної ґратки. Крім того на зображеннях спостерігається так зване світлове гало, зумовлене волоконним ефектом (див. [4]).

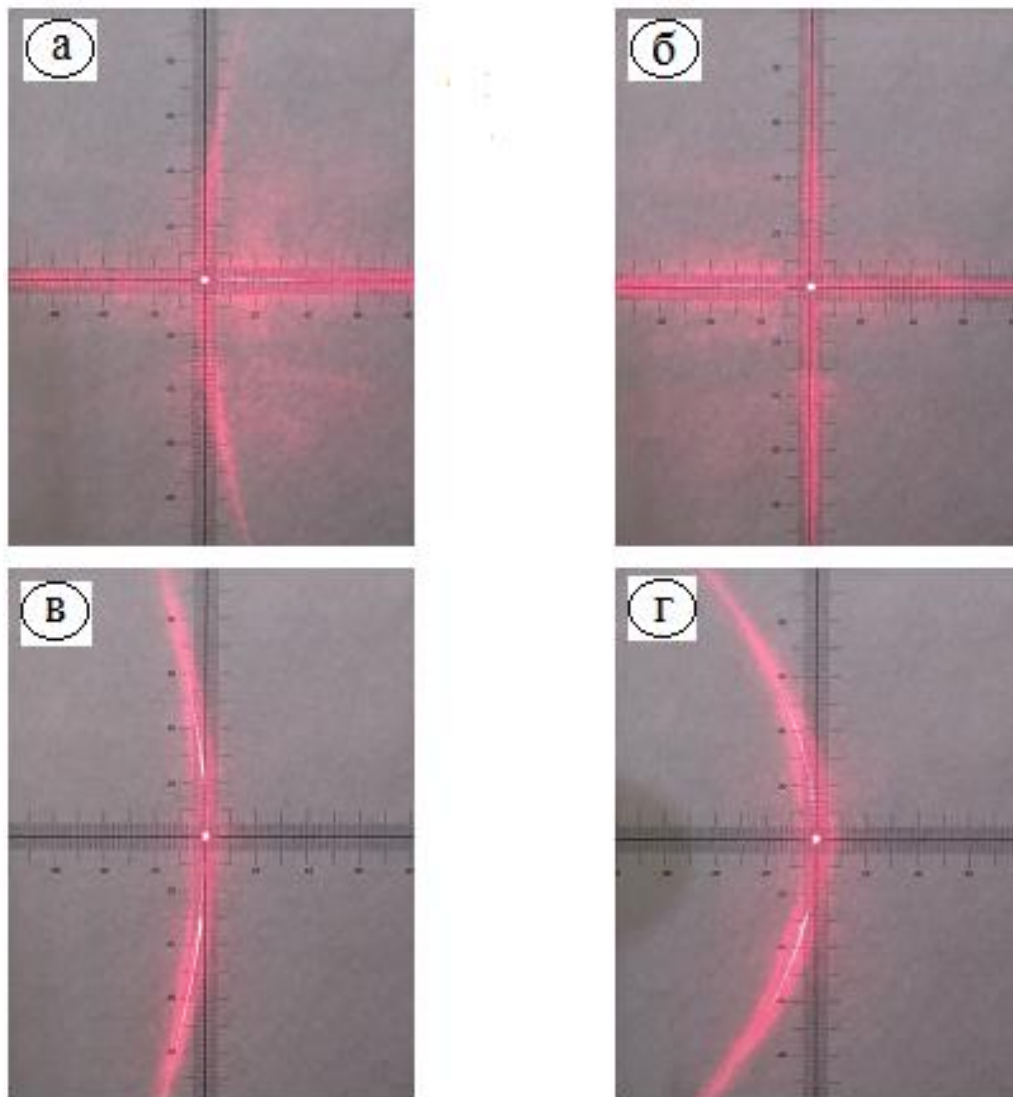


Рис. 2.12. Дифракційні картини, отримані для $\varphi_0 = -20^\circ$, $\theta_0 = 0^\circ$ (а),
 $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 0^\circ$ (б), $\varphi_0 = 20^\circ$, $\theta_0 = 0^\circ$ (в), $\varphi_0 = 40^\circ$, $\theta_0 = 0^\circ$ (г)

Подальша еволюція дифракційних картин за умови фіксованого кута $\theta_0 = 20^\circ$ представлена на рис. 2.13, 2.14.

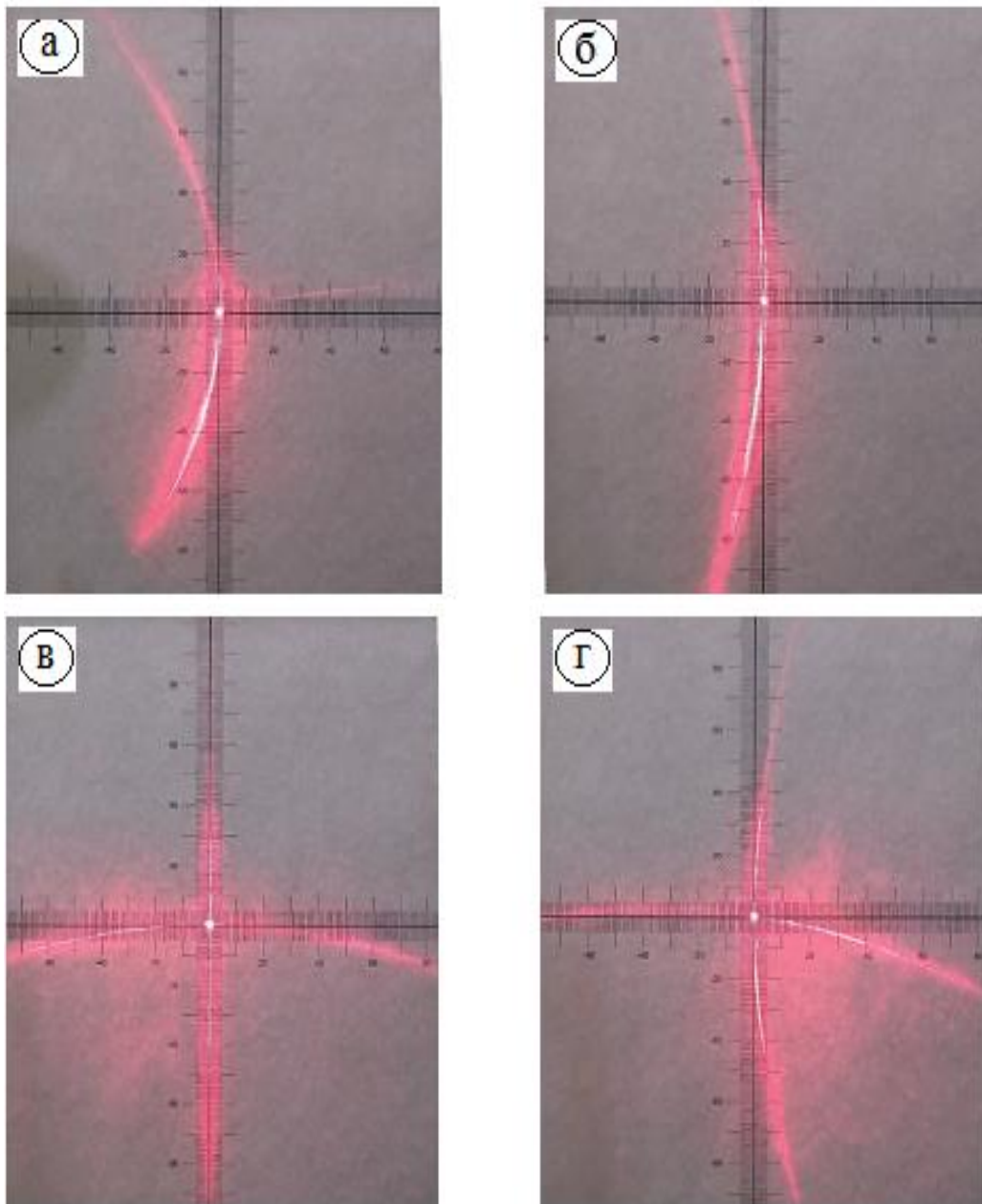


Рис. 2.13. Дифракційні картини, отримані для $\varphi_0 = 40^\circ$, $\theta_0 = 20^\circ$ (а),
 $\varphi_0 = 20^\circ$, $\theta_0 = 20^\circ$ (б), $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 20^\circ$ (в), $\varphi_0 = -20^\circ$, $\theta_0 = 20^\circ$ (г)

На рис. 2.15, 2.16 представлено результати, отримані під час сканування діапазону кутів $\varphi_0 = -60^\circ \dots 60^\circ$ при куті $\theta_0 = 40^\circ$.

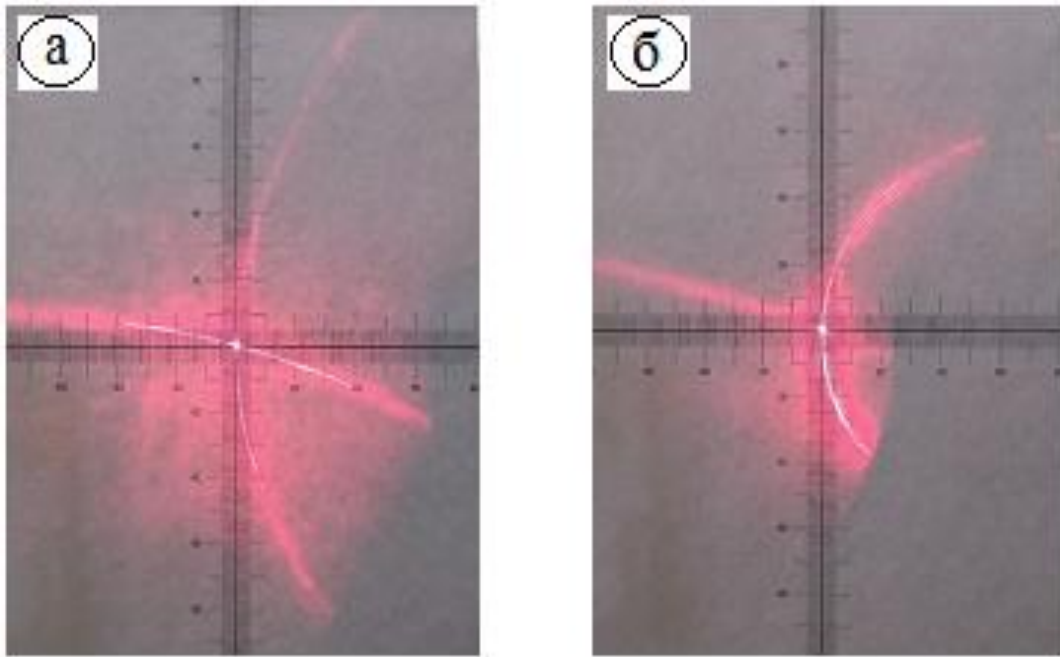


Рис. 2.14. Дифракційні картини: $\varphi_0 = -40^\circ$, $\theta_0 = 20^\circ$ (а); $\varphi_0 = -60^\circ$, $\theta_0 = 20^\circ$ (б)

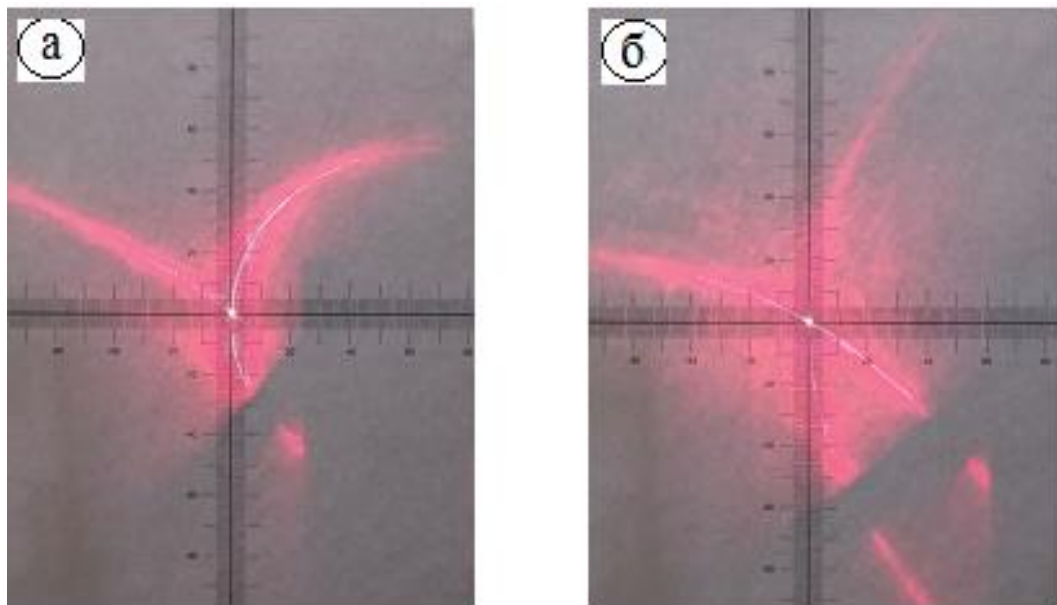


Рис. 2.15. Дифракційні картини: $\varphi_0 = -60^\circ$, $\theta_0 = 40^\circ$ (а); $\varphi_0 = -40^\circ$, $\theta_0 = 40^\circ$ (б)

Бачимо (див. рис. 2.16-в), що одна зі смуг є відсутньою, крім того наявні області з розсіяним світлом. Зауважимо, що інтенсивність смуг є неоднаковою. Ця особливість є найпомітнішою на рис. 2.16-г.

Розглянемо зображення, зафіксовані за умов зміни кутів $\varphi_0 = -60^\circ \dots 60^\circ$, $\theta_0 = 60^\circ$, відповідно.

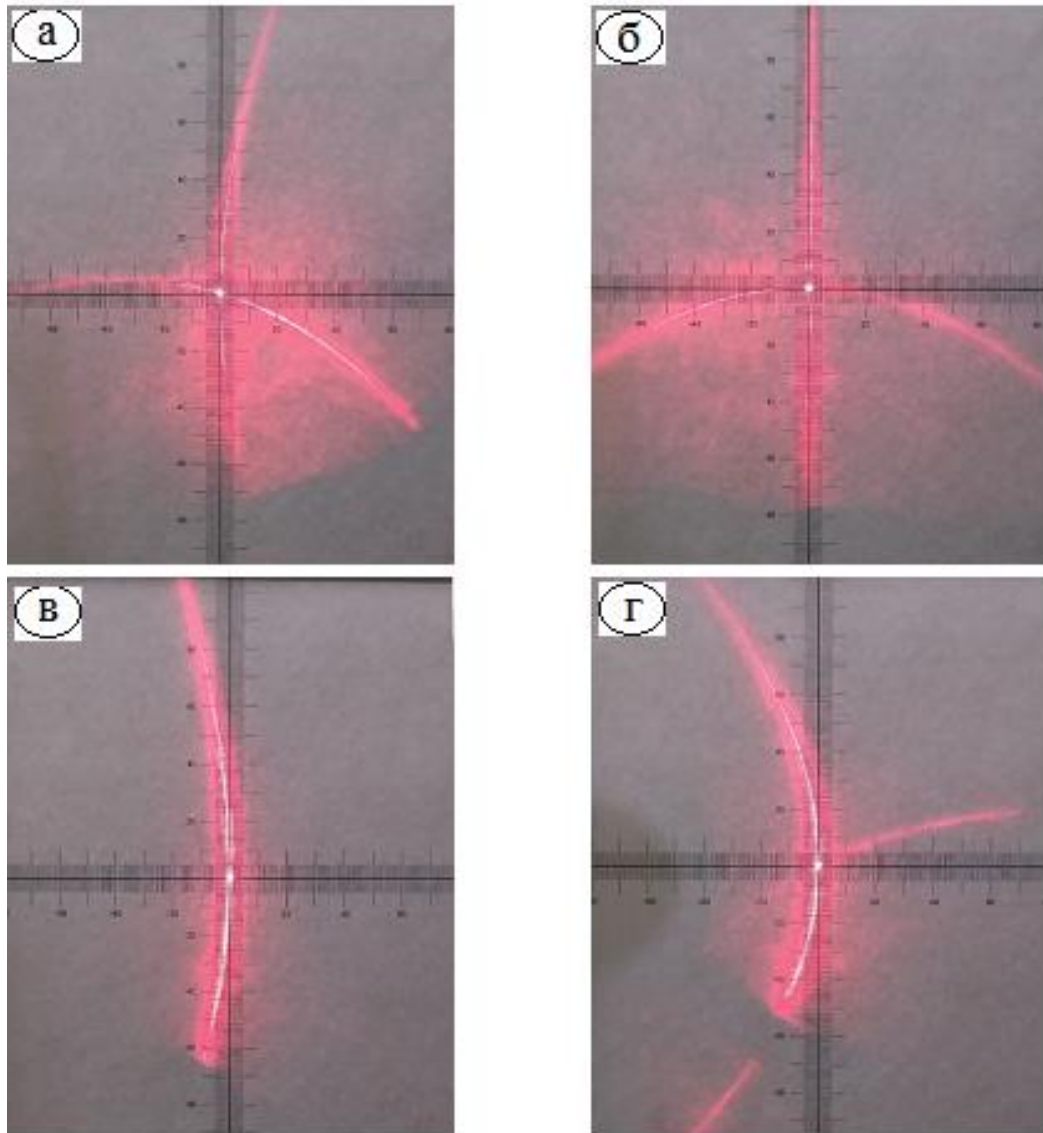


Рис. 2.16. Дифракційні картини, отримані для варійованих значень кутів:

$$\varphi_0 = -20^\circ, \theta_0 = 40^\circ \text{ (а)},$$

$$\varphi_0 = 0^\circ, \theta_0 = 40^\circ \text{ (б)}, \quad \varphi_0 = 20^\circ, \theta_0 = 40^\circ \text{ (в)}, \quad \varphi_0 = 40^\circ, \theta_0 = 40^\circ \text{ (г)}$$

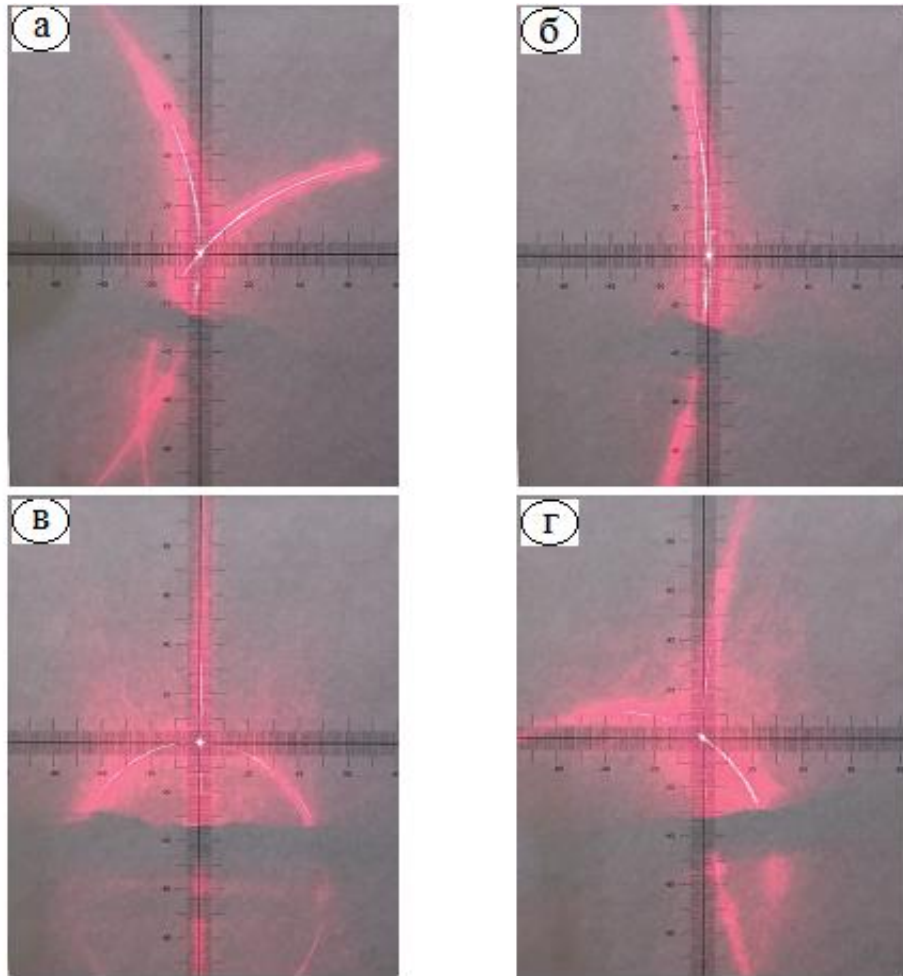


Рис. 2.17. Дифракційні картини: $\varphi_0 = 40^\circ$, $\theta_0 = 60^\circ$ (а);
 $\varphi_0 = 20^\circ$, $\theta_0 = 60^\circ$ (б); $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 60^\circ$ (в); $\varphi_0 = -20^\circ$, $\theta_0 = 60^\circ$ (г)

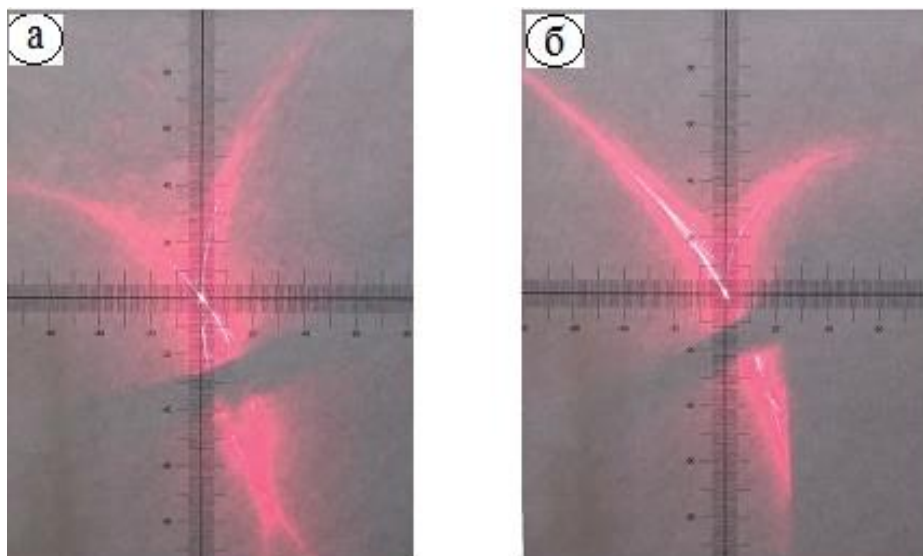


Рис. 2.18. Дифракційні картини: $\varphi_0 = -40^\circ$, $\theta_0 = 60^\circ$ (а); $\varphi_0 = -60^\circ$, $\theta_0 = 60^\circ$ (б)

Форма однієї з кривих на дифракційних картинах є еліптичною (2.17-в, -г, 2.18-б). Крім того, в цьому випадку, також, спостерігається помітне гало.

Наступний поворот ґратки відносно кута θ_0 призводить до появи дифракційних смуг, представлених на рис. 2.19, 2.20 відповідно.

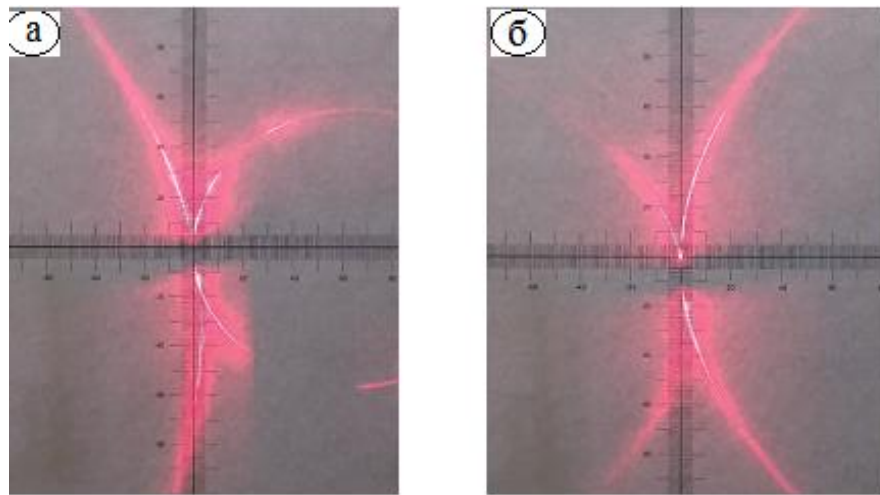


Рис. 2.19. Дифракційні картини: $\varphi_0 = -60^\circ$, $\theta_0 = 80^\circ$ (а); $\varphi_0 = -40^\circ$, $\theta_0 = 80^\circ$ (б)

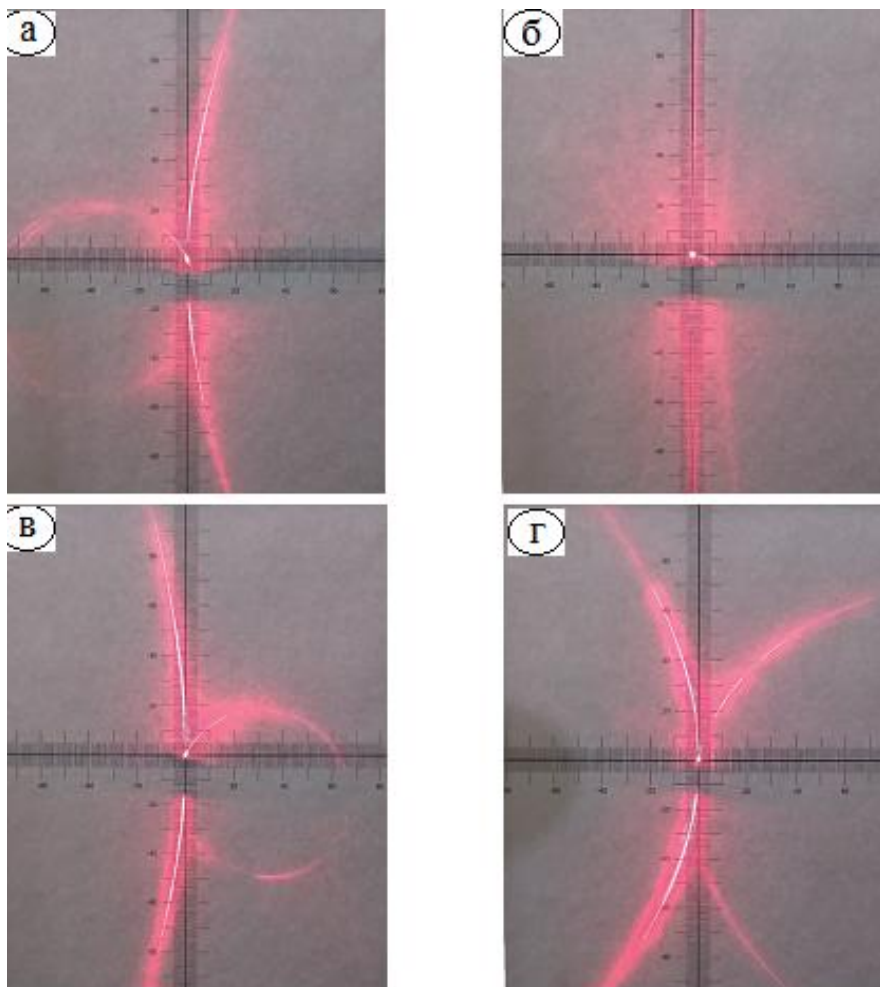


Рис. 2.20. Дифракційні картини: $\varphi_0 = -20^\circ$, $\theta_0 = 80^\circ$ (а);
 $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 80^\circ$ (б); $\varphi_0 = 20^\circ$, $\theta_0 = 80^\circ$ (в); $\varphi_0 = 40^\circ$, $\theta_0 = 80^\circ$ (г)

Результати отримані на рис. 2.19 та 2.20 відповідають випадку, коли дифракційна ґратка повернута в одній з площин на кут, близький до екстремального. За таких умов матимемо майже скісне поширення лазерного випромінювання крізь оптичний елемент.

2.2.3. Трансформація сигналів генерованих 2D дифракційною ґраткою для від'ємних кутів θ_0

Розглянемо експериментальні результати, отримані за умов сканування кутів: $\varphi_0 = -60^\circ \dots 40^\circ$ та $\theta_0 = -80^\circ \dots 0^\circ$ із кроком $\Delta\varphi_0 = 20^\circ$, $\Delta\theta_0 = 20^\circ$. Отримані зображення відповідають умові від'ємних кутів θ_0 .

Дифракційні смуги за умови змін кутів: $\varphi_0 = -60^\circ \dots 60^\circ$ при $\theta_0 = -20^\circ$, представлено на рис. 2.21 та 2.22 відповідно.

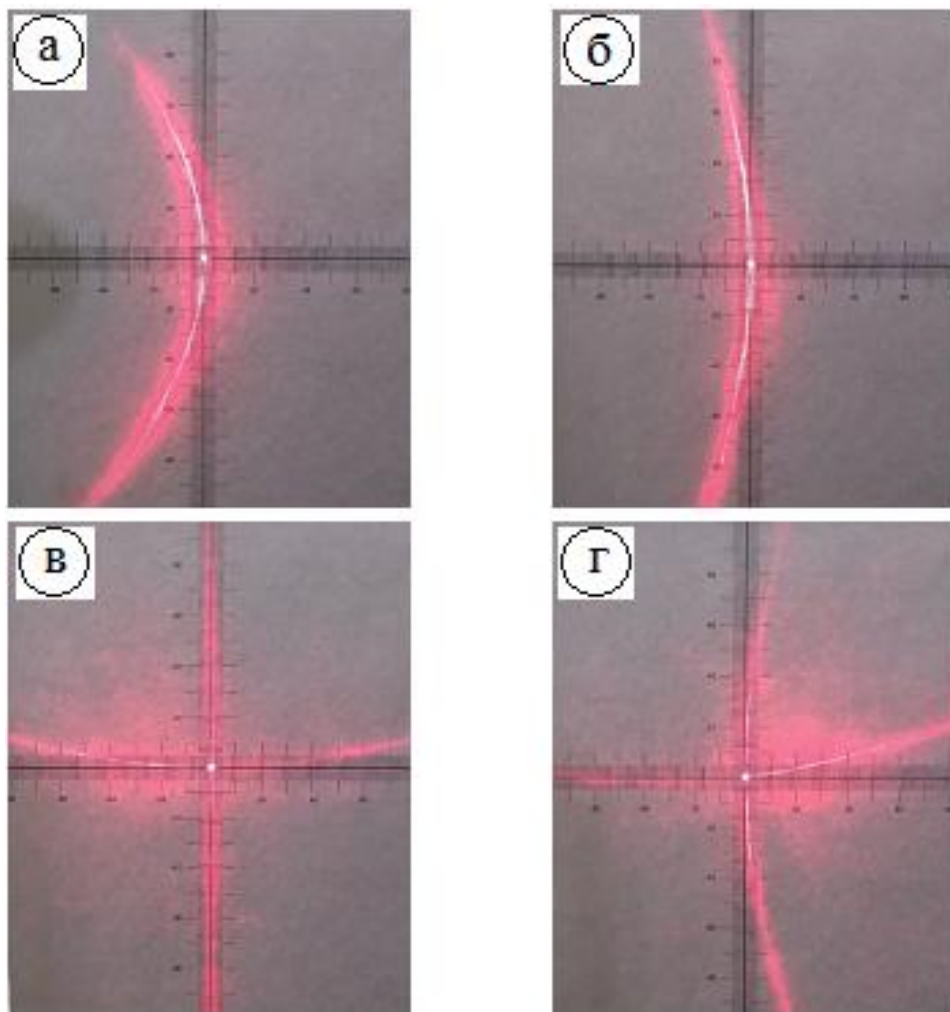


Рис. 2.21. Дифракційні картини: $\varphi_0 = 40^\circ$, $\theta_0 = -20^\circ$ (а);
 $\varphi_0 = 20^\circ$, $\theta_0 = -20^\circ$ (б); $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = -20^\circ$ (в); $\varphi_0 = -20^\circ$, $\theta_0 = -20^\circ$ (г)

Як видно з рис. 2.21, 2.22 форма кривих другого порядку узгоджується з дифракційними картинами представленими для кута $\theta_0 = 20^\circ$. Варто зауважити, що в цьому випадку також спостерігається відсутність однієї зі смуг (див. рис. 2.21-а, -б).

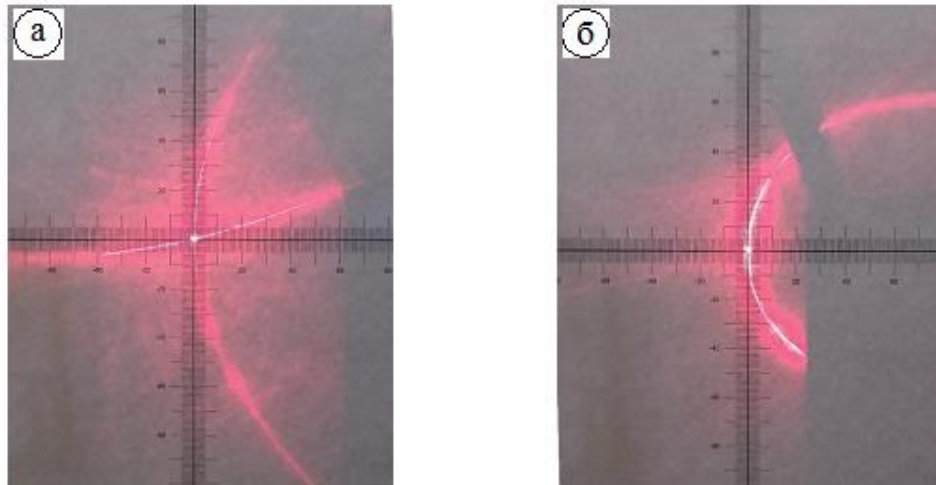


Рис. 2.22. Дифракційні картини: $\varphi_0 = -40^\circ$, $\theta_0 = -20^\circ$ (а); $\varphi_0 = -60^\circ$, $\theta_0 = -20^\circ$ (б)

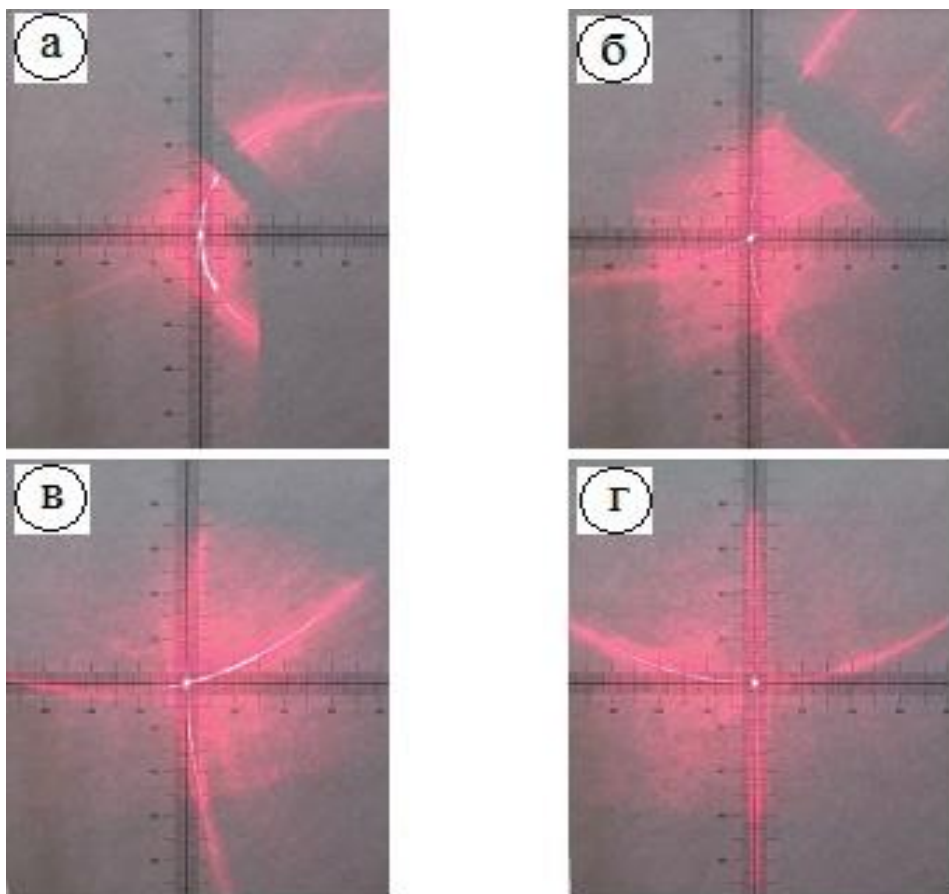


Рис. 2.23. Дифракційні картини: $\varphi_0 = -60^\circ$, $\theta_0 = -40^\circ$ (а);
 $\varphi_0 = -40^\circ$, $\theta_0 = -40^\circ$ (б); $\varphi_0 = -20^\circ$, $\theta_0 = -40^\circ$ (в); $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = -40^\circ$ (г)

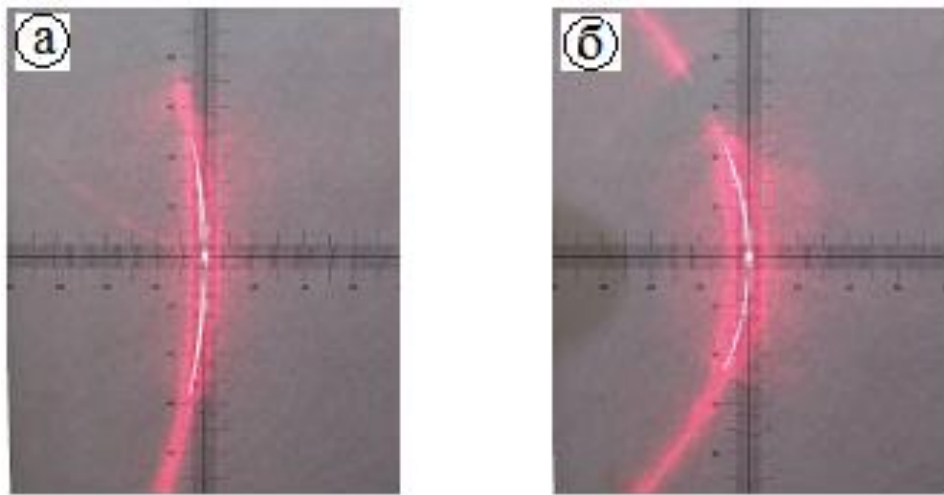


Рис. 2.24. Дифракційні картини: $\varphi_0 = 20^\circ$, $\theta_0 = -40^\circ$ (а) та $\varphi_0 = 40^\circ$, $\theta_0 = -40^\circ$ (б)

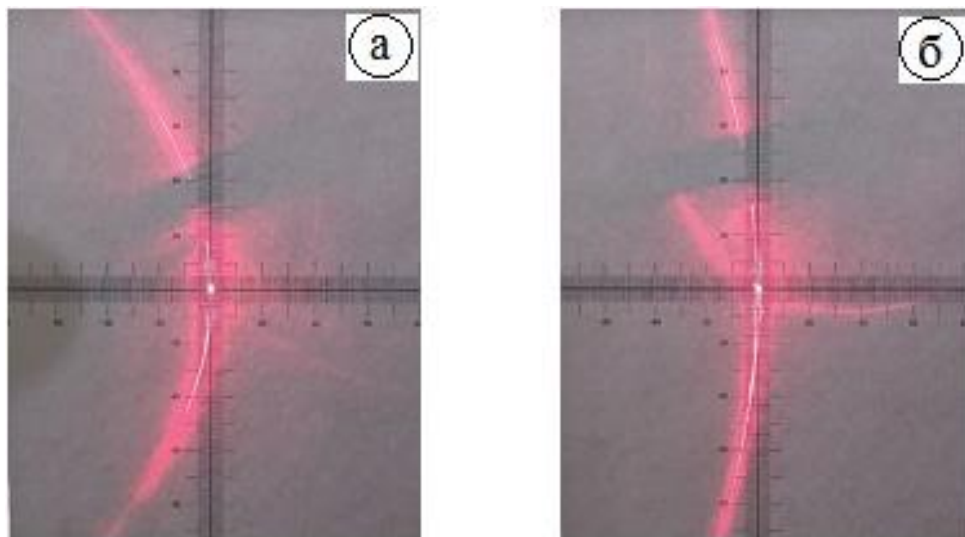


Рис. 2.25. Дифракційні картини: $\varphi_0 = 40^\circ$, $\theta_0 = -60^\circ$ (а), $\varphi_0 = 20^\circ$, $\theta_0 = -60^\circ$ (б)

Характерною особливістю смуг отриманих на рис. 2.25 є істотне збільшення інтенсивності однієї зі смуг при зменшенні кута φ_0 . Також спостерігається плавна зміна форми цієї смуги (зростання кривини).

Як видно із отриманих дифракційних кривих для деяких із них спостерігаються елементи симетрії. Очевидно що певну симетрію матимуть смуги для кутів рівних за модулем, але протилежних за знаком (див. рис. 2.25-б та 2.26-б).

Розглянемо результати вимірювань дифракційних смуг для кінцевого положення дифракційної ґратки. На рис. 2.27 представлено дифракційні картини для від'ємних та нульового значень кутів φ_0 .

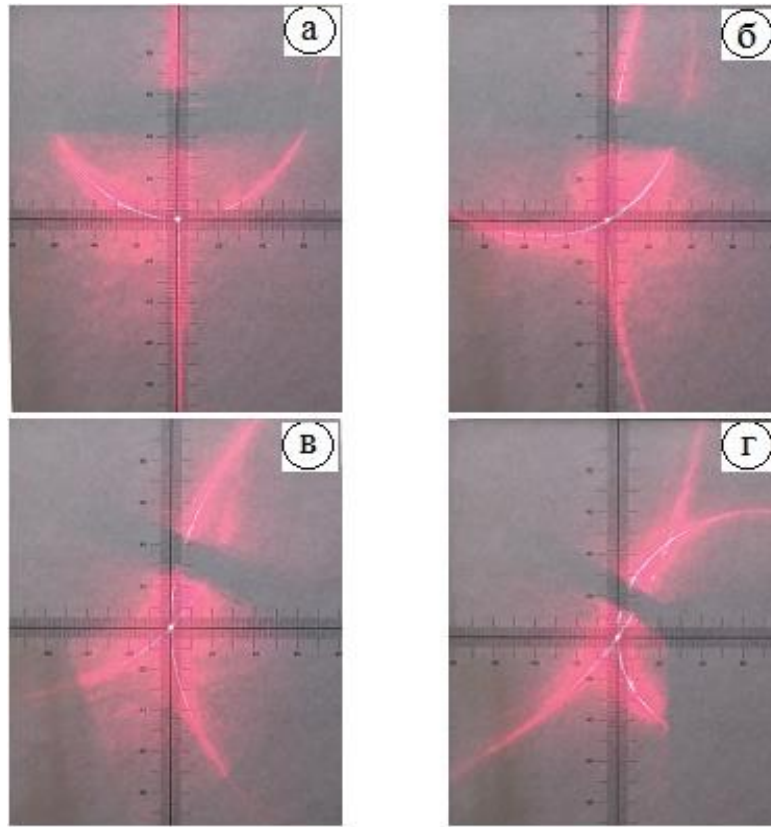


Рис. 2.26. Дифракційні картини: $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = -60^\circ$ (а);
 $\varphi_0 = -20^\circ$, $\theta_0 = -60^\circ$ (б); $\varphi_0 = -40^\circ$, $\theta_0 = -60^\circ$ (в); $\varphi_0 = -60^\circ$, $\theta_0 = -60^\circ$ (г)

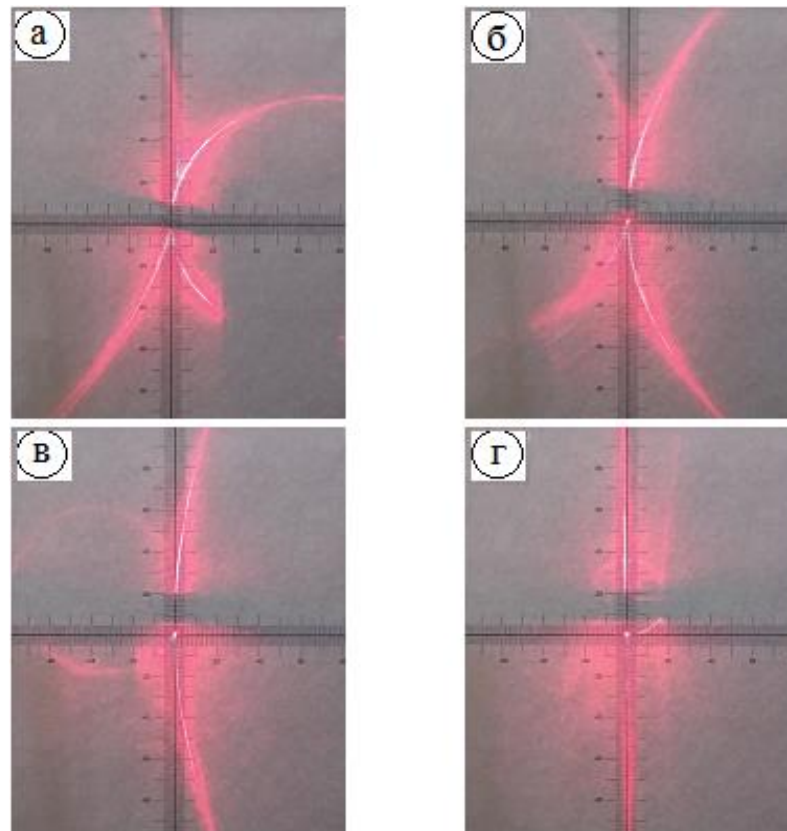


Рис. 2.27. Дифракційні картини: $\varphi_0 = -60^\circ$, $\theta_0 = -80^\circ$ (а);
 $\varphi_0 = -40^\circ$, $\theta_0 = -80^\circ$ (б); $\varphi_0 = -20^\circ$, $\theta_0 = -80^\circ$ (в); $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = -80^\circ$ (г)

Як видно з рис. 2.27-г, у цьому випадку чіткіше візуалізується замкнена крива (на відміну від зображення, приведеного на рис. 2.20-б). Цю особливість, також можна пояснити відносно невеликим періодом ґратки.

Останні два зображення для цієї області сканування подано на рис. 2.28.

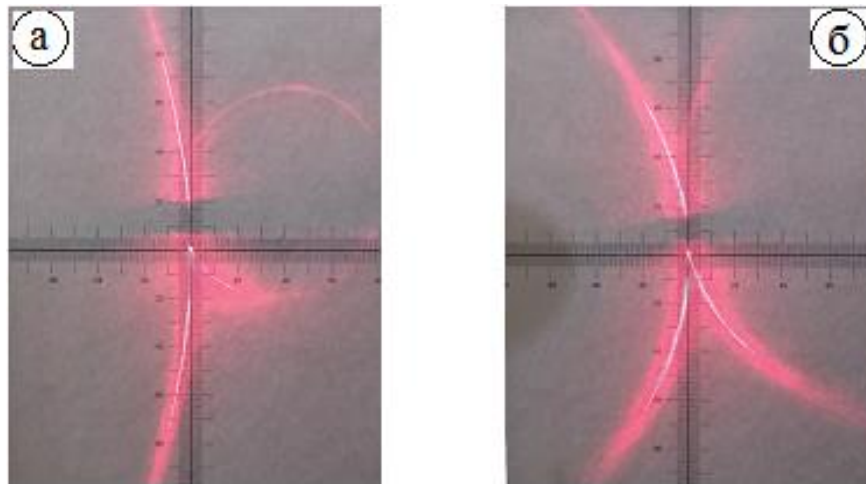


Рис. 2.28. Дифракційні картини: $\varphi_0 = 20^\circ$, $\theta_0 = -80^\circ$ (а); $\varphi_0 = 40^\circ$, $\theta_0 = -80^\circ$ (б)

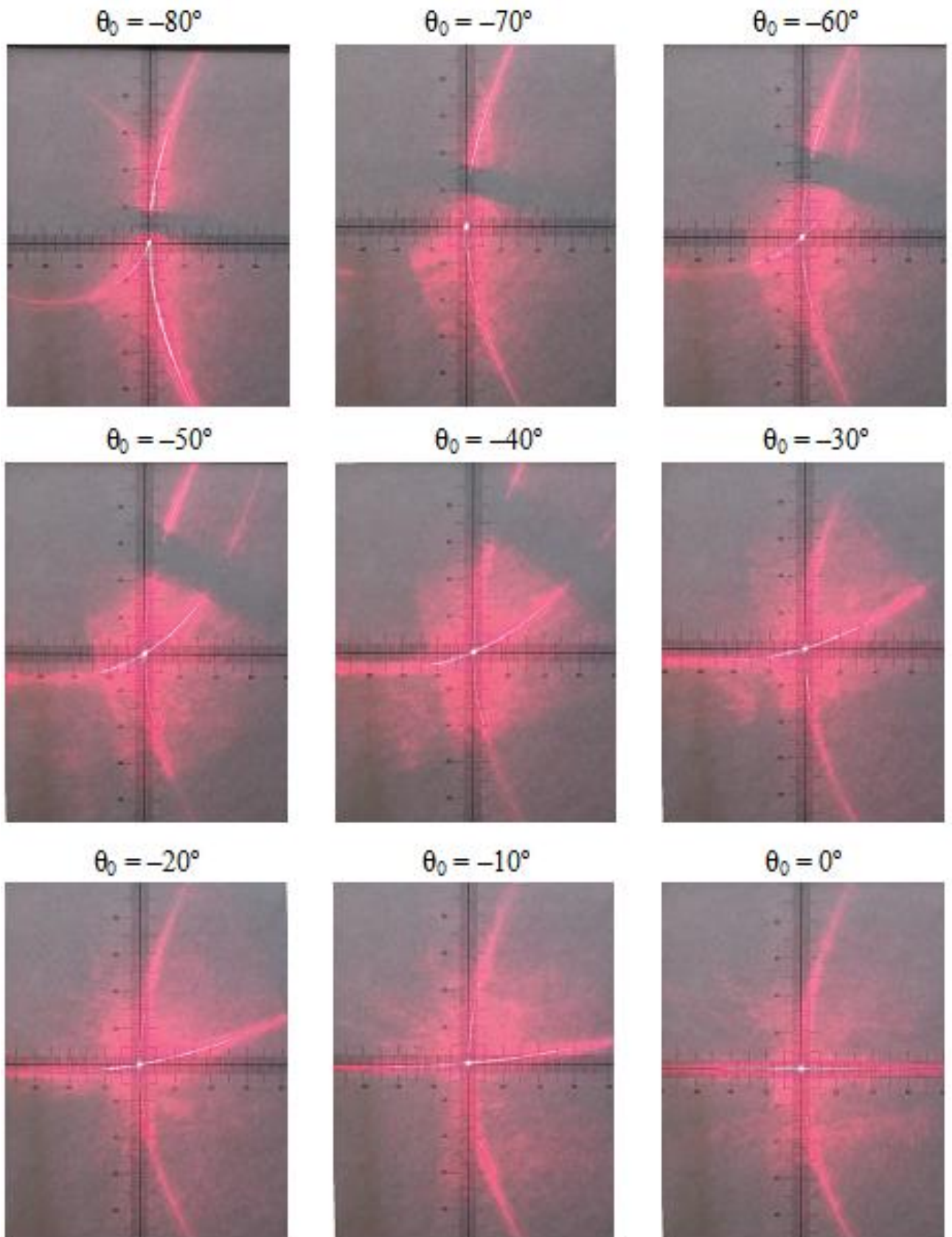
2.2.4. Трансформація сигналів, генерованих 2D дифракційною ґраткою за умови плавної зміни кутів θ_0

Розглянемо результати, отримані за умови плавної зміни кутів повороту дифракційної ґратки. Якісний аналіз змін дифракційних смуг за умови невеликої зміни одного з кутів представлено в п. 2.1 (див. рис. 2.9, 2.10). Зафіксуємо один з кутів, наприклад φ_0 , а кут θ_0 змінюватимемо в широкому діапазоні з невеликим кроком. Такий вибір кутів зумовлений геометрією нашого експерименту, оскільки за відносно великих додатних кутів φ_0 габаритні елементи оптичної вимірювальної системи перекривають лазерний промінь. Тому в переліку отриманих зображень відсутні результати для кута $\varphi_0 = 60^\circ$.

На рис. 2.29 відображено результати експерименту при $\varphi_0 = -30^\circ = \text{const}$, θ_0 змінюється від -80° до 80° з кроком $\Delta\theta_0 = 10^\circ$.

Характерною особливістю отриманих зображень є те, що одна із двох смуг (гіпербола, гілки якої знаходяться в I та IV квадрантах системи координат екрану) не зазнає суттєвих змін. Натомість форма іншої кривої

змінюється від еліптичної (для кута $\theta_0 = -80^\circ$) до також еліптичної (для кута $\theta_0 = 80^\circ$) через низку проміжних станів: парабола \rightarrow гіпербола \rightarrow пряма (для кута $\theta_0 = 0^\circ$) \rightarrow гіпербола \rightarrow парабола.



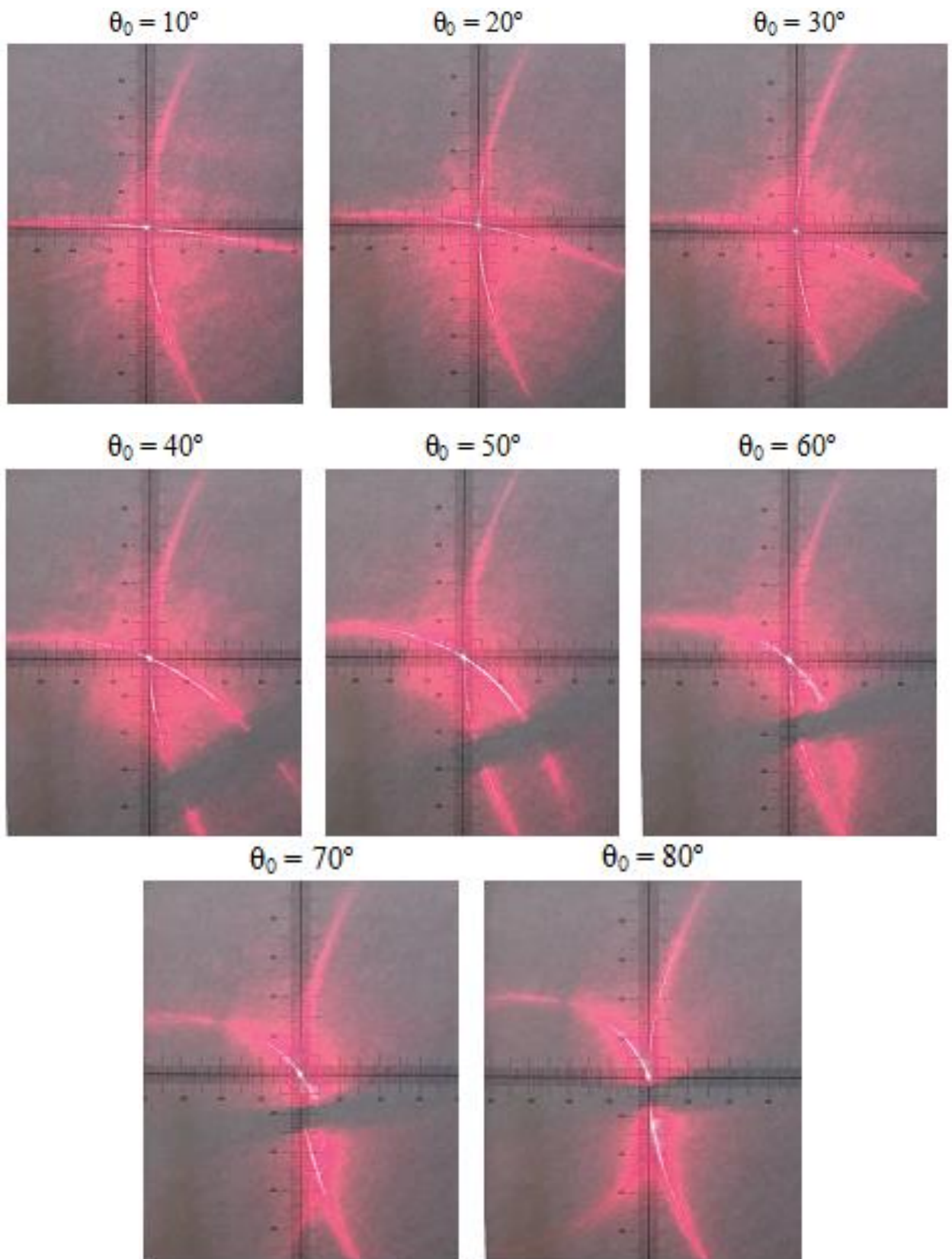


Рис. 2.29. Дифракційні картини, отримані за умов фіксованого кута $\varphi_0 = -30^\circ$ при плавній зміні θ_0 від -80° до 80°

За аналогічним алгоритмом можна досліджувати роботу сигнального елемента за умови фіксованого кута θ_0 під час плавної зміни φ_0 .

Отримані картини дифракції можна використати для визначення закономірностей змін параметрів смуг. Це, зокрема, можуть бути такі величини, як координати центру еліпсів, кути повороту їх головних осей тощо. Крім того отримані зображення можна використати для оцінки чутливості запропонованого сигнального елемента.

2.3. Комп'ютерне опрацювання зображень

Характерною особливістю дифракційних картин, отриманих під час тестування волоконно-оптичної дифракційної ґратки, є наявність областей, де крім дифракційних смуг присутнє характерне гало. Присутність таких ділянок розсіяного світла є небажаною і вносить додаткові шуми в реєстраційну систему приймача оптичного випромінювання. Тому одним із завдань, які потрібно розв'язати під час попередньої обробки зображень, є виділення контурів та фільтрація зображень.

Під зображенням розуміємо двовимірну функцію $f(x, y)$ двох просторових змінних x, y (на певній площині). Значення функції $f(x, y)$ називають інтенсивністю і, якщо величини x, y, f приймають скінченну кількість дискретних значень, то в загальному випадку говорять про цифрові зображення $G(i, j)$. Символьною мовою дискретної математики цифрові зображення можна презентувати у вигляді матриць з додатними елементами, і кожен елемент матриці відповідає елементу зображення – пікселю.

Існує багато методів опрацювання цифрових зображень, які стосуються покращення їх якості, зміни контрасту, цифрової фільтрації, Фур'є аналізу тощо [53]. Однак в нашому випадку основною операцією є виділення контурів. У загальному випадку під контуром деякого елемента зображення розуміємо сукупність пікселів в околі яких спостерігається стрибкоподібні зміни інтенсивності. Мінімальна ширина контуру частини зображення дорівнює як мінімум одному пікселю.

Розглянемо найпоширеніші методи виділення контурів цифрових зображень. Одним із найпростіших способів виділення контурів (границь

елементів зображень) є метод градієнтів та його модифікації [53]. Він базується на розрахунку часткових похідних за напрямом функції $f(x, y)$. За такого підходу зміни інтенсивності в напрямках x і y визначаються частковими похідними $\partial f(x, y)/\partial x$ і $\partial f(x, y)/\partial y$. Ці похідні пропорційні швидкості зміни інтенсивності $f(x, y)$ в заданих напрямках області зображення. На практиці потрібно виділяти контури, напрямки яких змінюються довільно, тому використовують модуль градієнта функції інтенсивності

$$|\nabla f(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}\right)^2}. \quad (2.1)$$

Модуль градієнта (2.1) пропорційний максимальній (за напрямком) швидкості зміни інтенсивності і не залежить від напрямку контуру. Співвідношення (2.1) не можна безпосередньо використовувати для цифрових $G(i, j)$ зображень. Тому модифікуємо його за допомогою відповідних різницевих схем [90], внаслідок чого матимемо:

$$|\nabla f(x, y)| \rightarrow |\nabla G(i, j)| = \sqrt{(G(i, j) - G(i-1, j))^2 + (G(i, j) - G(i, j-1))^2}. \quad (2.2)$$

Для прикладу розглянемо результат розрахунку градієнта для одного із зображень отриманих під час тестування дифракційних ґраток.

На рис. 2.30 представлено результат виділення контуру (б) із зображення (а). Чітко простежується контур еліпса (однієї із дифракційних смуг). Крім того оригінал зображення (рис. 2.30-а) містить шуми (ділянки із розсіяним світлом), які ефективно усуваються після розрахунку похідних. Також на рис. 2.30-б. чітко бачимо шкалу, однак в реальному приладі прив'язку шкали можна реалізувати за декількома точками світлочутливого сенсора, координати яких відомі.

У загальному випадку при цифровій обробці зображень можна здійснювати різні матричні операції як над усіма пікселями одночасно, так і

локально (над одним, або над деякою областю), за допомогою матриць, розміри яких збігаються з розмірами вибраної області. Такі матриці називають вікнами, ядрами, фільтрами тощо [35, 53].

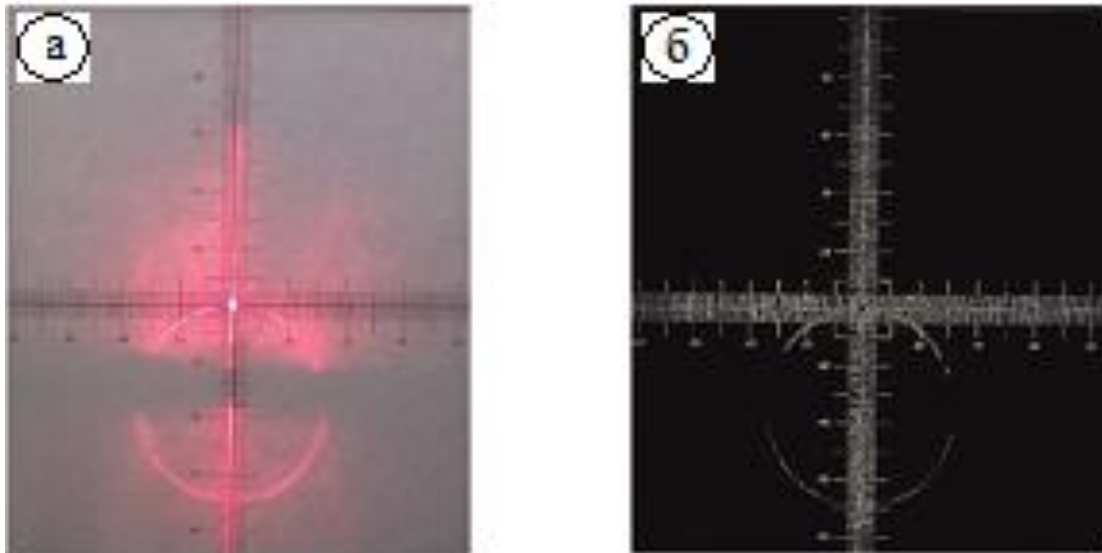


Рис. 2.30. Градієнтний метод виділення контуру

(*a* – оригінал зображення, *б* – зображення після розрахунку градієнту)

Загалом фільтрація цифрового зображення за допомогою фільтра w здійснюється за допомогою перетворення типу згортки [53]:

$$G_1(i, j) = \sum_l \sum_m w(l, m) G(i+l, j+m). \quad (2.3)$$

У рівнянні (2.3) під $w(l, m)$ розуміємо матрицю розмірності 3×3 . Найоптимальнішими фільтрами для задачі виділення контурів є фільтри Собеля, Робертса та Лапласа, ядра $w(l, m)$ для яких мають вигляд [53]

$$w_1(l, m) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad w_2(l, m) = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}; \quad (2.4)$$

$$w_1(l, m) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad w_2(l, m) = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad (2.5)$$

$$w(l, m) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

На рис. 2.31 представлено результат дії фільтра Собеля над зображенням з рис. 2.30-а.

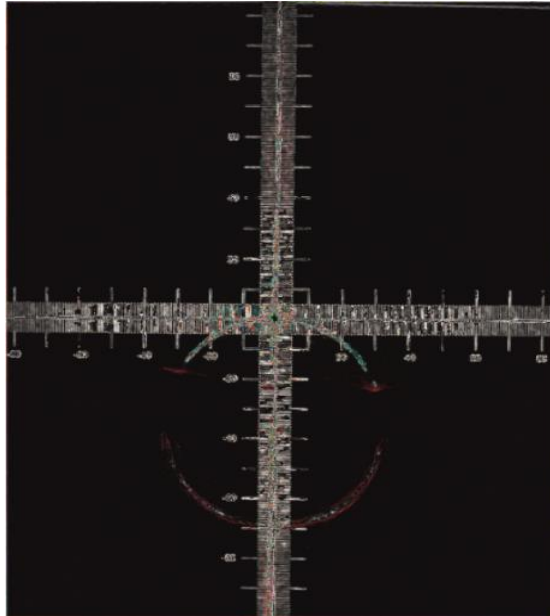


Рис. 2.31. Дія фільтра Собеля на зображення, приведенне на рис. 2.30-а

Для виділення контурів можна скористатися готовими програмними засобами, які надають можливість оцифрувати зображення з мінімізацією впливу шумів, як в ручному, так і в автоматичному режимі.

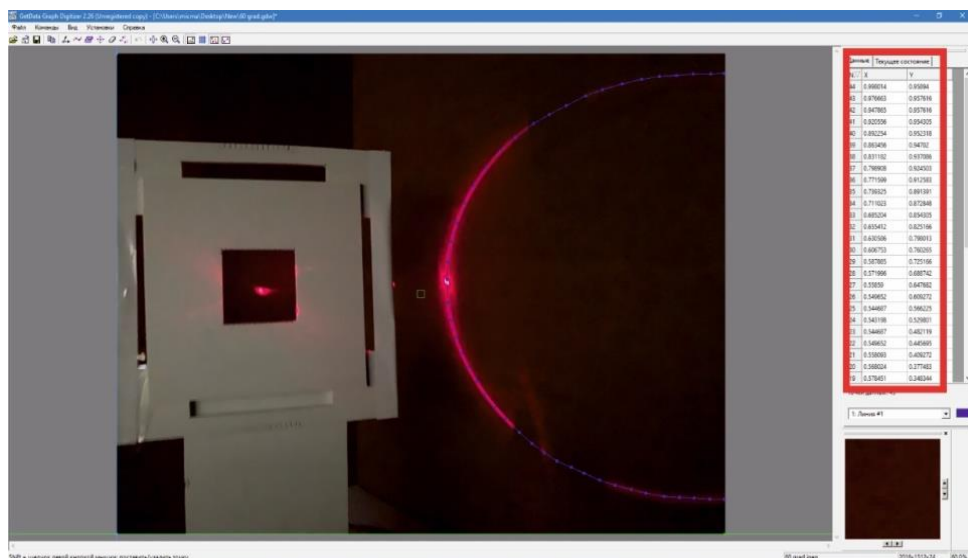


Рис. 2.32. Копія екрану з розгорнутим вікном програми Graph Digitizer 2.26.

На рис. 2.32 представлено копію екрану з розгорнутою програмою Graph Digitizer 2.26 на етапі опрацювання отриманого зображення (дифракційної смуги).

Результатом оцифрування зображення (крива на рис. 2.32) є таблиця з даними (позначена червоною рамкою), які використовуються під час наступного етапу аналізу форми дифракційних кривих. Згідно алгоритму роботи Graph Digitizer оцифровує двовимірний графічний об'єкт, враховуючи прив'язку координат, пов'язану з досліджуваним зображенням.

2.4. Висновки по розділу

Експериментально отримано дифракційні смуги за допомогою 1D полімерної дифракційної ґратки під час її повороту на кути φ_0 від 80° до 5° . Показано, що отримані смуги мають вигляд кривих другого порядку.

Встановлено, що для кутів повороту 1D дифракційної ґратки (φ_0) в межах від 80 до 50 градусів дифракційні смуги мають вигляд замкнених кривих, натомість для діапазону кутів від 45 до 5 градусів – незамкнені.

Отримано дифракційні смуги за допомогою 2D дифракційної ґратки під час зміни її орієнтації в просторі за двома ступенями вільності.

Показано, що для 2D ґратки дифракційні картини складаються з двох смуг, які також можна описати за допомогою рівняння другого порядку.

Оскільки отримані картини дифракції містять області розсіяного світла (характерне гало), запропоновано методи фільтрації зображень за допомогою числових методів.

РОЗДІЛ 3

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТА РЕГРЕСІЙНІ МЕТОДИ ОПРАЦЮВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

У цьому розділі запропоновано математичну модель для кількісного опису взаємодії полімерної волоконно-дифракційної ґратки (у п. 3.1 одновимірної, а у п. 3.2 двовимірної) із лазерним випромінюванням за умов конічної дифракції. Засобами математичного, числового і обчислювального моделювання досліджено характер дифракційних смуг залежно від кутів повороту ґратки. Апроксимація дифракційних смуг для довільних кутів повороту дифракційної ґратки здійснювалась з використанням модифікованого методу найменших квадратів та методу регресії ортогональних відстаней.

3.1. Математична модель взаємодії лазерного випромінювання з 1D дифракційною ґраткою за умови конічної дифракції

Розглянемо детальніше теоретичні основи кількісного опису конічної дифракції. Відомо, що у випадку поширення світлового променя під кутом θ_0 відносно нормалі до дифракційної ґратки (в площині перпендикулярній до площини ґратки і перпендикулярній до напрямку штрихів) положення дифракційних максимумів визначається рівнянням [61]:

$$\sin \theta_0 \pm \sin \theta_m = \pm \frac{m\lambda}{d}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.1)$$

де θ_m – кут, під яким видно дифракційний максимум порядку m , λ – довжина хвилі, d – період ґратки. Знак "плюс" відповідає відбивальній, а "мінус" – пропускальній дифракційній ґратці.

Розглянемо задачу дифракції при похилому падінні лазерного променя на дифракційну ґратку. В цьому випадку дифрактограма буде мати вигляд кривої другого порядку. Для довільної орієнтації ґратки в просторі рівняння дифракції у поданні напрямних косинусів мають вигляд [57 – 59]:

$$\alpha_i \pm \alpha_m = \pm \frac{m\lambda}{d} \sin \psi, \quad \beta_i \pm \beta_m = \pm \frac{m\lambda}{d} \cos \psi, \quad (3.2)$$

де індекс i відповідає спадному променю, для якого напрямні косинуси описуються співвідношеннями

$$\alpha_i = -\sin \theta_0 \cos \varphi_0, \quad \beta_i = -\sin \varphi_0. \quad (3.3)$$

Натомість, для дифрагованого променя α_m та β_m можна записати через координати дифракційного максимуму m -го порядку:

$$\alpha_m = \frac{x_m}{\sqrt{x_m^2 + y_m^2 + z_m^2}}, \quad \beta_m = \frac{y_m}{\sqrt{x_m^2 + y_m^2 + z_m^2}}. \quad (3.4)$$

Відповідно, ψ – кут між напрямком волокон і віссю X , а φ_0 відповідає куту, на який повертається дифракційна ґратка (кут між напрямком променя, який поширюється вздовж осі Z , та віссю z , див. рис. 2.1). Для одновимірної дифракційної ґратки матимемо $\psi = \pi/2$ та $\theta_0 = 0$. Тому після підстановки (3.3) та (3.4) у рівняння (3.2) отримуємо

$$x_m^2 + z_m^2 - y_m^2 \operatorname{ctg}^2 \varphi_0 = 0. \quad (3.5)$$

Відповідно до загальної теорії поверхонь другого порядку [4] дискримінант поверхні тотожно рівний нулю у зв'язку з відсутністю вільного члена та рівністю нулю коефіцієнтів при членах першої степені у рівнянні (3.5). Тому рівняння (3.5) описує конус з віссю вздовж осі Y , кутом між твірною конуса і його віссю $\varphi = \frac{\pi}{2} - \varphi_0$, та коловим перерізом з радіусом $R = y_m \operatorname{ctg} \varphi_0$.

Якщо перпендикулярно до осі Z розмістити екран на відстані l (рівняння якого можна записати наступним чином: $y_m \cos \varphi/l + z_m \sin \varphi/l = 1$, то переріз конуса дифракції (3.5) описуватиме рівняння [4]

$$x_m^2 \cos^4 \varphi + z_m^2 \cos 2\varphi + 2z_m l \sin^3 \varphi - l^2 \sin^2 \varphi = 0. \quad (3.6)$$

Тож переріз конуса дифракції є кривою другого порядку.

Із рівняння (3.6) видно, що для кутів $\varphi > \pi/4$ крива, на якій розміщені дифракційні максимуми, є еліпсом. Натомість для кутів $\varphi < \pi/4$ матимемо гіперболу, а для кута $\varphi = \pi/4$ – параболу.

У співвідношенні (3.6) можна перейти від дискретних координат максимумів $\{x_m, z_m\}$ до неперервних $\{x, z\}$, враховуючи дифракцію на окремих волокнах та ефекти розфокусування (полімерне волокно виконує роль циліндричної лінзи, див. розділ 1). Крім того врахуємо, що лінійна відстань між дифракційними максимумами на екрані є обернено пропорційною до постійної ґратки [58]. Тому дифрактограми на екрані мають вигляд суцільних кривих, а не є сукупністю окремих максимумів дифракції.

Зауважимо, що на отриманих дифракційних картинах чітко видно положення головного дифракційного максимуму для різних положень ґратки (найяскравіша точка), а також наявні області геометричної тіні від дифракційного елемента.

Перейшовши від системи координат повернутої ґратки (x_m, z_m) до системи координат екрану (\tilde{x}, \tilde{y}) (див рис. 2.1) за допомогою співвідношень

$$x_m \rightarrow \tilde{x}, z_m \rightarrow \tilde{y}/\cos\varphi,$$

матимемо остаточний вираз

$$\tilde{x}^2 \cos^4 \varphi + \tilde{y}^2 \frac{\cos 2\varphi}{\cos^2 \varphi} + 2\tilde{y}l \frac{\sin^3 \varphi}{\cos \varphi} - l^2 \sin^2 \varphi = 0, \quad (3.7)$$

який можна використати для аналізу експериментальних результатів.

Рівняння (3.6) і (3.7) кількісно описують взаємодію волоконно-дифракційної ґратки з лазерним випромінюванням за умов конічної дифракції. Отримані співвідношення достатньо добре описують дифракційні смуги, зображення яких представлено в розділі 2. Формули (3.6) та (3.7) отримані

для 1D дифракційної ґратки, однак їх легко можна адаптувати і для опису результатів дифракції на 2D ґратці.

Кут повороту дифракційної ґратки легко можна визначати як аналітичний розв'язок сформульованої математичної задачі тоді, коли є відомі параметри дифракційних смуг (коефіцієнти кривої другого порядку). Якщо відомо коефіцієнт $c = \frac{\cos 2\varphi}{\cos^2 \varphi}$ біля члена \tilde{y}^2 у рівнянні (3.7), то, розв'язуючи це рівняння відносно $\cos \varphi = 1/\sqrt{2-c}$, можна обчислити φ . Основний недолік такої методики обчислення кута φ полягає в тому, що коефіцієнти рівняння (3.7) можна помножити на довільне число, а форма кривої, яку воно описує, не зміниться. Тому доцільно використовувати нормовані коефіцієнти, зокрема коефіцієнт c/a . Крім того, для узгодження геометричних параметрів зображень спроектованих на екран та оцифрованих кривих, доцільно у рівнянні (3.7) ввести додатковий коефіцієнт γ шляхом заміни: $\tilde{y} \rightarrow \gamma\tilde{y}$. Тоді матимемо два параметри l та γ , значення яких можна підібрати так, щоб криві, побудовані за допомогою рівняння (3.7), найкраще узгоджувалися з експериментальними даними. Тоді для визначення невідомого кута φ можна скористатися рівнянням $c/a = \gamma^2 \cos 2\varphi / \cos^6 \varphi$, яке розв'язується числовими методами.

Таким чином, побудовано математичну модель, яка кількісно описує експериментальні результати, отримані в розділі 2. Для визначення кута повороту дифракційної ґратки (просторового положення джерела лазерного випромінювання) потрібно знати коефіцієнти кривих другого порядку (якими описуються дифракційні смуги). Тому, для апроксимації оцифрованих зображень в подальшому (у п. 3.3.) використано ефективні регресійні методи.

3.2. Математична модель взаємодії лазерного випромінювання з 2D дифракційною ґраткою за умови конічної дифракції

Для опису конічної дифракції на довільно орієнтованій у просторі 2D дифракційній ґратці скористаємося рівняннями (3.2) та співвідношеннями

(3.3) для напрямних косинусів спадного лазерного променя. Розглянемо випадок орієнтації ґратки за допомогою двох ненульових кутів φ_0 та θ_0 за умови, що кут $\psi = \frac{\pi}{2}$. Тоді, розв'язавши задачу перетину поверхні конуса конічної дифракції (див. рівняння 3.5) екраном на відстані l , можна отримати рівняння кривої, яка описуватиме дифракційну смугу для однієї з ґраток (йдеться про те, що 2D дифракційну ґратку можна розглядати, як комбінацію двох 1D підґраток із взаємно перпендикулярними напрямками волокон). Рівняння площини екрану в цьому випадку можна записати так:

$$\frac{y_m \cos \varphi}{l} + \frac{z_m \sin \varphi \sin \theta}{l} - \frac{x_m \sin \varphi \cos \theta}{l} = 1, \quad (3.8)$$

де $\theta = \frac{\pi}{2} - \theta_0$.

Тоді рівняння для дифракційних смуг набуває вигляду:

$$Ax_m^2 + Bx_m z_m + Cz_m^2 + Dx_m + Ez_m + F = 1, \quad (3.9)$$

де

$$A = \cos^4 \varphi - \sin^4 \varphi \cos^2 \theta, \quad (3.10)$$

$$B = \sin^4 \varphi \sin 2\theta, \quad (3.11)$$

$$C = \cos^4 \varphi - \sin^4 \varphi \sin^2 \theta, \quad (3.12)$$

$$D = -2l \sin^3 \varphi \cos \theta, \quad (3.13)$$

$$E = 2l \sin^3 \varphi \sin \theta, \quad (3.14)$$

$$F = -l^2 \sin^2 \varphi. \quad (3.15)$$

Таким чином, маємо рівняння кривої другого порядку в загальному випадку. Зауважимо, що рівняння (3.9) зводиться до рівняння (3.6) за умови

$\theta = \frac{\pi}{2}$, або ж $\theta_0 = 0$ (за повороту дифракційної ґратки тільки в одній площині). З рівняння (3.9) можна визначити тип кривих, кут нахилу головних осей, координати центра тощо.

Обчислимо дискримінант виразу (3.9), а саме

$$B^2 - 4AC = -4\cos^4\varphi \cos 2\varphi. \quad (3.16)$$

Тобто дискримінант рівняння (3.9) дорівнює дискримінанту рівняння (3.6), а, отже, тип кривої в цьому випадку також визначатиметься кутом φ_0 . Крім того, з аналітичної геометрії відомо, що можна виконати певні перетворення рівняння другого порядку для приведення його до стандартного (канонічного) вигляду. Передусім можна обчислити кут ξ повороту головних осей, наприклад, еліпса (шляхом переходу до нової системи координат спрощується рівняння другого порядку). Так, в нашому випадку матимемо:

$$\operatorname{tg} 2\xi = \frac{B}{A-C} = -\operatorname{tg} 2\theta. \quad (3.17)$$

Тож $\xi = -\theta$. Ця особливість добре помітна на рис. 2.9, 2.10.

Іншими параметрами рівняння другого порядку, які можна використати для аналізу експериментальних результатів ϵ , наприклад, координати її центру

$$x_0 = -\frac{\begin{vmatrix} D/2 & B/2 \\ E/2 & C \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B/2 \\ B/2 & C \end{vmatrix}} = l \frac{\sin^3 \varphi \cos \theta}{\cos 2\varphi}, \quad (3.18)$$

$$z_0 = -\frac{\begin{vmatrix} A & D/2 \\ B/2 & E/2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B/2 \\ B/2 & C \end{vmatrix}} = -l \frac{\sin^3 \varphi \sin \theta}{\cos 2\varphi}. \quad (3.19)$$

Розглянемо другу 1D підґратку 2D дифракційної ґратки. Для математичної моделі конічної дифракції врахуємо, що $\psi = 0$. Тоді з рівнянь (3.2) і (3.3)

$$\alpha_i - \alpha_m = \sin \theta_0 \cos \varphi_0 - \frac{x_m}{\sqrt{x_m^2 + y_m^2 + z_m^2}} = 0. \quad (3.20)$$

Рівняння для конуса дифракції в цьому випадку запишеться наступним чином:

$$y_m^2 + z_m^2 - \frac{1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta}{\sin^2 \varphi \cos^2 \theta} x_m^2 = 0. \quad (3.21)$$

Знайшовши перетин поверхні (3.21) з площиною екрану, матимемо вираз, аналогічний до (3.9), де треба зробити заміну $x_m \rightarrow y_m$; коефіцієнти у трансформованому рівнянні (3.9) у цьому випадку будуть такими:

$$A = \sin^4 \varphi \cos^4 \theta - \cos^2 \varphi (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta), \quad (3.22)$$

$$B = -2 \sin \varphi \cos \varphi \sin \theta (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta), \quad (3.23)$$

$$C = \sin^4 \varphi \cos^4 \theta - \sin^2 \varphi \sin^2 \theta (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta), \quad (3.24)$$

$$D = 2l (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta) \cos \varphi, \quad (3.25)$$

$$E = 2l (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta) \sin \varphi \sin \theta, \quad (3.26)$$

$$F = -(1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta) l^2. \quad (3.27)$$

Користуючись явними виразами для коефіцієнтів у загальному рівнянні кривої другого порядку, можна також визначати відповідні значення величин (3.16) – (3.19).

Розглянемо детальніше рівняння (3.21). Якщо зафіксувати кут φ (наприклад, для початкового положення $\varphi_0 = 0$ $\varphi = \pi/2$) матимемо співвідношення аналогічне до (3.5). Тобто, для другої підґратки двовимірної дифракційної ґратки спостерігатиметься поширення конуса дифракції

радіусом $R = x_m \operatorname{ctg} \theta_0$. Очевидно, що така особливість другої підгратки пов'язана з тим, що вона є майже ідентичною до першої.

Обчислимо геометричні параметри кривої другого порядку з коефіцієнтами (3.22) – (3.27) та дискримінант $D = B^2 - 4AC$ за відомими параметрами A, B, C (див. рівняння 3.22-3.24). Підставивши значення коефіцієнтів A, B, C у формулу для дискримінанту, матимемо:

$$D = 4\sin^2 \varphi \cos^2 \varphi \sin^2 \theta (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta)^2 - 4[\sin^8 \varphi \cos^8 \theta + \sin^8 \varphi \cos^6 \theta \sin^2 \theta + \sin^6 \varphi \cos^6 \theta \cos^2 \varphi - \sin^6 \varphi \cos^4 \theta \sin^2 \theta - \sin^4 \varphi \cos^4 \theta \cos^2 \varphi]. \quad (3.28)$$

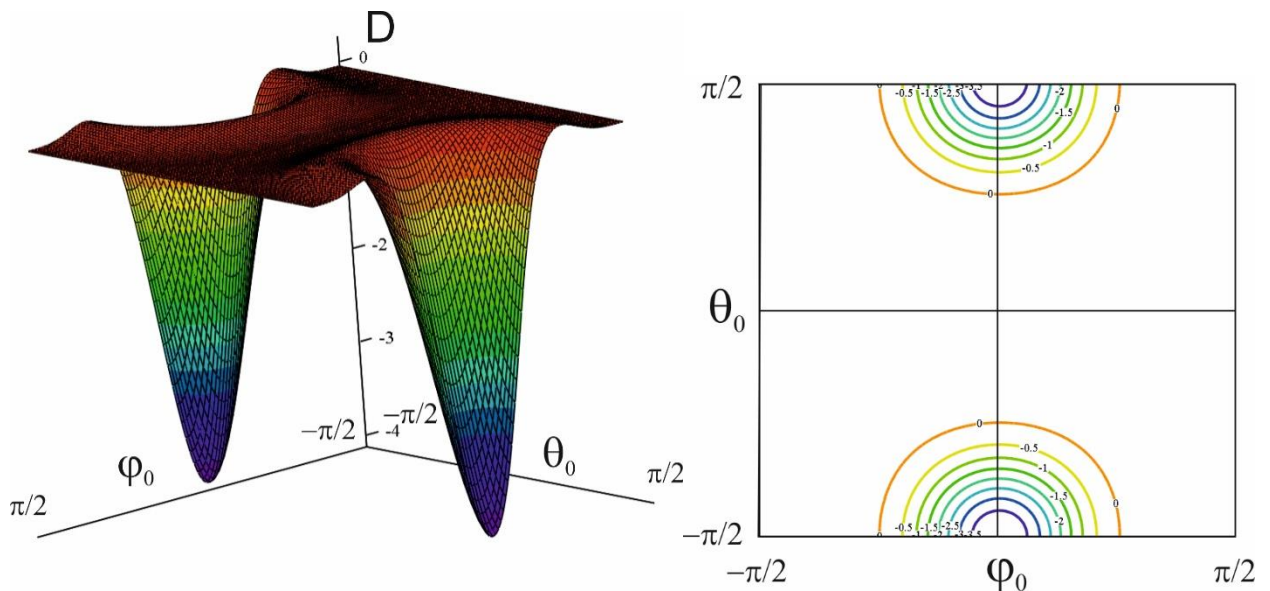


Рис. 3.1. Поверхня дискримінанту в системі координат φ_0, θ_0 та її переріз.

Криві на графіку (праворуч) вказують на діапазон кутів, де форма кривої буде еліптичною

На відміну від виразу (3.16) маємо складніше співвідношення, однак за умови $\varphi_0 = 0, \varphi = \pi/2$ дискримінант $D = -4 \cos^4 \theta \cos 2\theta$ (маємо аналогію з (3.6)). Форма кривої другого порядку в цьому випадку дається величиною кута θ : $\theta < \pi/4$ – еліпс, $\theta > \pi/4$ – гіпербола, $\theta = \pi/4$ – парабола.

Для значень кутів θ_0 та φ_0 , які задовольняють умови проведеного експерименту, тип кривої можна визначити, використовуючи, наприклад

графік поверхні (в системі координат φ_0, θ_0) D (див. рис. 3.1). Як видно з рис. 3.1, еліптична форма дифракційної смуги для другої підґратки буде спостерігатися в межах зміни кутів $|\varphi_0| < \pi/4$ та $-\pi/2 < \theta_0 < -\pi/4$ і $\pi/4 < \theta_0 < \pi/2$, відповідно.

Наступний крок полягатиме в обчисленні кута ξ нахилу головних осей. Так, використовуючи аналогічне, як у (3.17) співвідношення, матимемо:

$$tg 2\xi = \frac{B}{A-C} = \frac{\sin 2\varphi \sin \theta}{\cos 2\varphi + \sin^2 \varphi \cos^2 \theta}. \quad (3.29)$$

Цей вираз відрізняється від співвідношення (3.17), однак за умови $\varphi_0 = 0$, $\varphi = \pi/2$ матимемо $tg 2\xi = 0$. Таким чином матимемо задачу аналогічну до (3.6), де головні осі, наприклад, еліпсів є паралельними до осей системи координат екрану.

Визначимо інші параметри кривої другого порядку, як це було зроблено для однієї з підґраток (див рівняння (3.18), (3.19)). Зокрема

$$x_0 = - \frac{\begin{vmatrix} D/2 & B/2 \\ E/2 & C \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B/2 \\ B/2 & C \end{vmatrix}}, \quad (3.30)$$

де визначники

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} A & B/2 \\ B/2 & C \end{vmatrix} = \\ & \begin{vmatrix} \sin^4 \varphi \cos^4 \theta - \cos^2 \varphi (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta) & -\sin \varphi \cos \varphi \sin \theta (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta) \\ -\sin \varphi \cos \varphi \sin \theta (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta) & \sin^4 \varphi \cos^4 \theta - \sin^2 \varphi \sin^2 \theta (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta) \end{vmatrix} = \\ & = \sin^8 \varphi \cos^8 \theta + \sin^6 \varphi \cos^2 \varphi \cos^6 \theta + \sin^8 \varphi \sin^2 \theta \cos^6 \theta - \\ & - \sin^4 \varphi \cos^2 \varphi \cos^4 \theta - \sin^6 \varphi \sin^2 \theta \cos^4 \theta, \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\begin{vmatrix} D/2 & B/2 \\ E/2 & C \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} l \cos \varphi (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta) & -\sin \varphi \cos \varphi \sin \theta (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta) \\ l \sin \varphi \sin \theta (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta) & \sin^4 \varphi \cos^4 \theta - \sin^2 \varphi \sin^2 \theta (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta) \end{vmatrix}. \quad (3.32)$$

Як видно із (3.32) аналітичне співвідношення для цього визначника отримати важко, на відміну від (3.31), однак рівняння (3.30)-(3.32) дають можливість теоретично обчислити параметр x_0 .

Натомість для z_0 -координати матимемо:

$$z_0 = - \frac{\begin{vmatrix} A & D/2 \\ B/2 & C \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B/2 \\ B/2 & C \end{vmatrix}}, \quad (3.33)$$

де визначник

$$\begin{vmatrix} A & D/2 \\ B/2 & C \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sin^4 \varphi \cos^4 \theta - \cos^2 \varphi (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta) & -l \cos \varphi (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta) \\ -\sin \varphi \cos \varphi \sin \theta (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta) & l \sin \varphi \sin \theta - (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta) \end{vmatrix}. \quad (3.34)$$

Як бачимо, отримані співвідношення є дещо громіздкішими на відміну від виразів (3.16)-(3.19)

3.3. Математичне моделювання смуг двовимірної дифракційної ґратки

Математична модель двовимірної дифракційної ґратки за умови конічної дифракції світла дає можливість моделювати дифракційні смуги які спостерігаються під час експериментальних досліджень, результати яких представлено в розділі 2.

Одним із вхідних параметрів моделі є відстань l до екрану. Перейшовши до координат екрану, досліджено декілька дифракційних смуг за допомогою співвідношення (3.9) з коефіцієнтами (3.10) – (3.15) і (3.22) – (3.27). Отримані залежності проілюстровано на рис. 3.2 – 3.4.

Зокрема, на рис. 3.2 представлено розраховані дифракційні смуги для кутів $\varphi_0 = -40^\circ$ та $\theta_0 = 80^\circ$ відповідно.

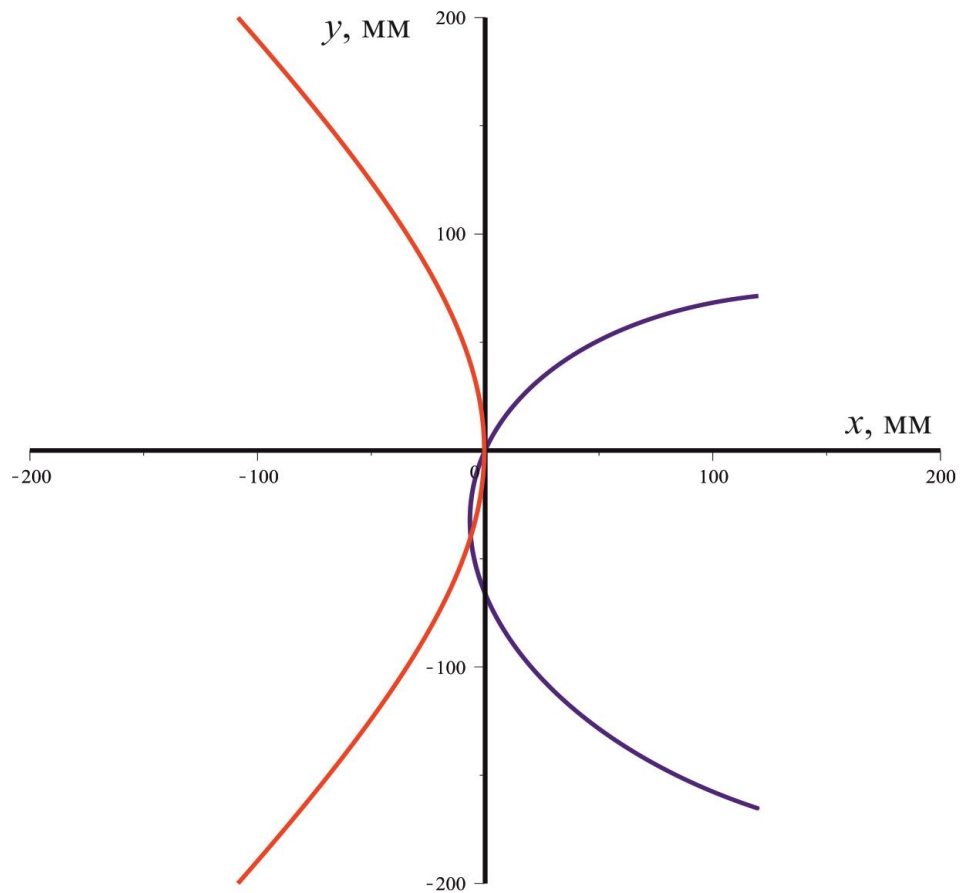


Рис. 3.2. Дифракційні смуги для кутів $\varphi_0 = -40^\circ$ та $\theta_0 = 80^\circ$

Отримані дифракційні смуги достатньо добре відтворюють результати експерименту, які представлені на рис. 2.19. Тут варто зауважити, що експериментальні зображення дифракційних смуг фіксували в прохідному світлі, тому для узгодження результатів моделювання розраховані криві потрібно дзеркально відобразити відносно осі ОУ (або зважаючи на симетричність ґратки криві на рис. 3.2 відповідають зображенню отриманому для кутів $\varphi_0 = 40^\circ$ та $\theta_0 = 80^\circ$).

Розглянемо результати математичного моделювання для орієнтації ґратки $\varphi_0 = \pm 20^\circ$ та $\theta_0 = 65^\circ$. На рис. 3.3 представлено результати розрахунків дифракційних смуг для кутів $\varphi_0 = 20^\circ$ та $\theta_0 = 65^\circ$. Маємо комбінацію гіперболи та еліпса (такі значення кутів визначають еліптичний тип кривої, див. рис. 3.1) геометричні параметри, яких узгоджуються з результатами, представленими на рис. 2.10.

Смуги для кутів орієнтації ґратки $\varphi_0 = -20^\circ$ та $\theta_0 = 65^\circ$ представлено на рис. 3.3.

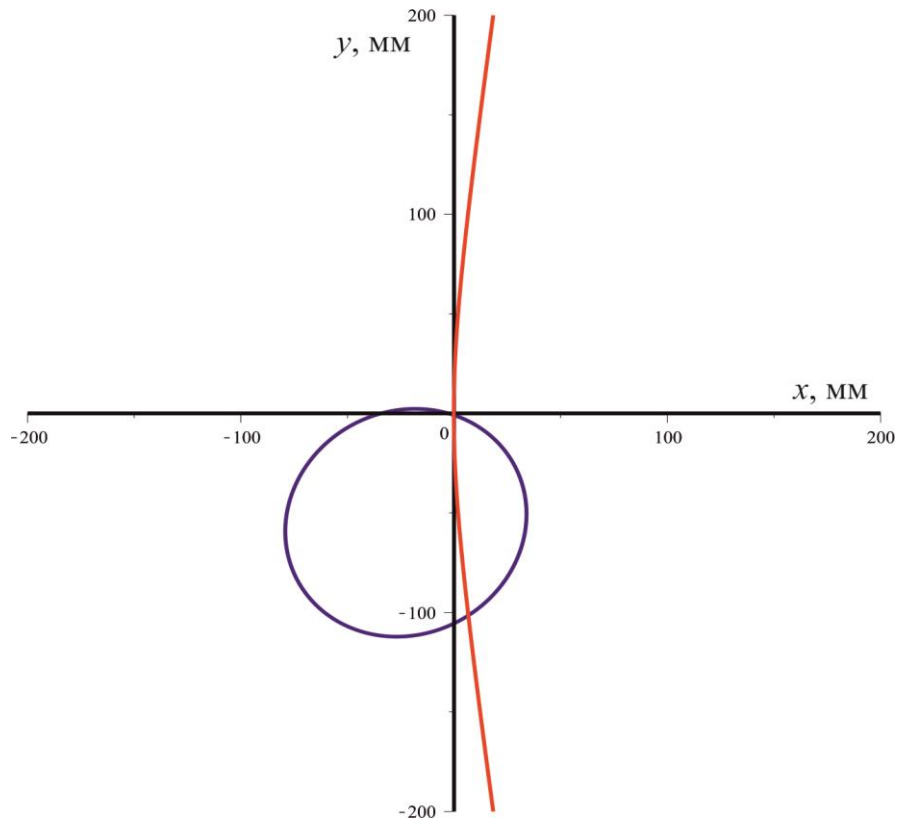


Рис. 3.3. Дифракційні смуги для кутів $\varphi_0 = 20^\circ$ та $\theta_0 = 65^\circ$

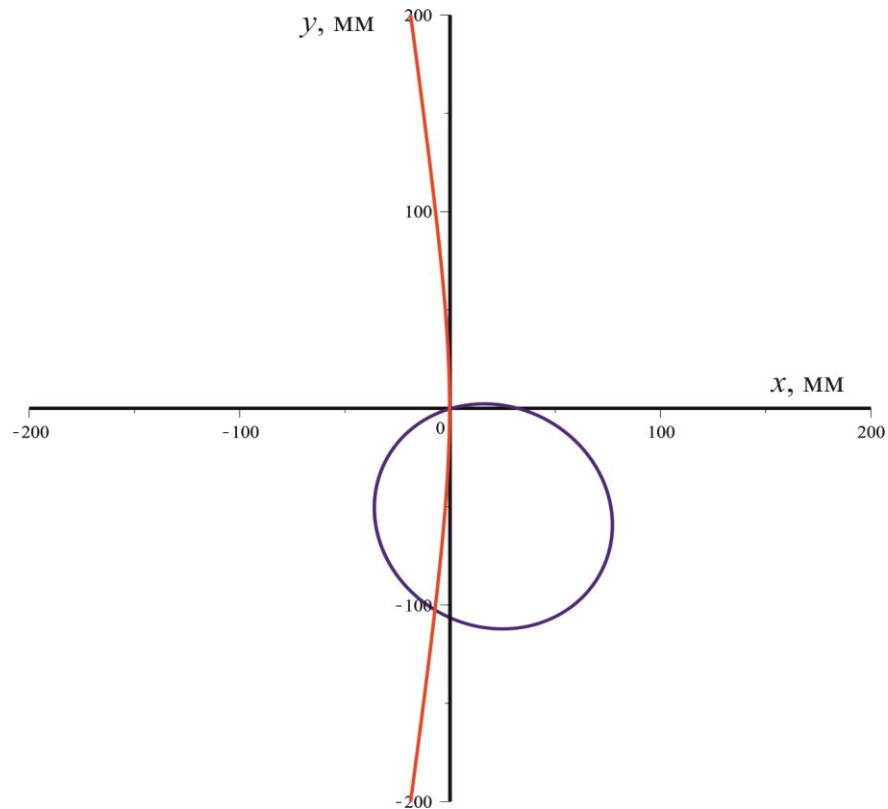


Рис. 3.4. Дифракційні смуги для кутів $\varphi_0 = -20^\circ$ та $\theta_0 = 65^\circ$

Дифракційні смуги для кутів орієнтації ґратки $\varphi_0 = -20^\circ$ та $\theta_0 = 65^\circ$ представлено на рис. 3.4.

Загалом, зважаючи на результати моделювання, дану математичну модель можна використовувати для кількісного опису взаємодії лазерного випромінювання з двовимірною дифракційною ґраткою.

3.4. Аналітико-числова апроксимація кривих конічної дифракції

Конічний переріз описує крива другого порядку, яку в загальному можна аналітично подати в такому вигляді:

$$F(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0. \quad (3.35)$$

Рівняння (3.35) описує еліпс у разі, коли дискримінант $D = b^2 - 4ac < 0$. За умови $D > 0$ матимемо гіперболу, а коли $D = 0$ – параболу.

Перед нами постає завдання: визначити коефіцієнти подання (3.35) за набором N точок (x_i, y_i) , отриманих у результаті експерименту. Однією з найбільш широко використовуваних методологій у наукових та інженерних дослідженнях є підгонка рівнянь до наявних даних аналітико-числовим методом найменших квадратів [33, 41, 46, 52, 54, 60, 80, 83, 86, 89]. Розглянемо детальніше алгоритм розрахунку коефіцієнтів рівняння (3.35) у разі, коли конічним перерізом є еліптична крива.

3.4.1. Метод найменших квадратів для апроксимації еліптичних кривих

Для зручності введемо позначення:

$$\mathbf{a} = [a, b, c, d, e, f]^T ;$$

$$\mathbf{x} = [x^2, xy, y^2, x, y, 1].$$

Тоді рівняння (3.35) у векторному вигляді можна записати так:

$$F_{\mathbf{a}}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}\mathbf{a}. \quad (3.36)$$

За наявності набору з N точок (x_i, y_i) для знаходження параметрів невідомого вектора \mathbf{a} потрібно мінімізувати суми:

$$\min_{\mathbf{a}} \sum_{i=1}^N F(x_i, y_i)^2 = \min_{\mathbf{a}} \sum_{i=1}^N (F_{\mathbf{a}}(\mathbf{x}_i))^2 = \min_{\mathbf{a}} \sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_i \mathbf{a})^2. \quad (3.37)$$

Задача (3.37) розв'язується методом найменших квадратів [82]. Аби забезпечити умову "еліптичності" знайдених коефіцієнтів використовується наступний алгоритм. Не зменшуючи загальності, приймаємо, для прикладу, що $D=1$, і задачу апроксимації зводимо до процедури, викладеної в праці [54]:

$$\min_{\mathbf{a}} \|\mathbf{D}\mathbf{a}\|, \quad \mathbf{a}^T \mathbf{C}\mathbf{a} = 1, \quad (3.38)$$

де

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_i^2 & x_i y_i & y_i^2 & x_i & y_i & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N^2 & x_N y_N & y_N^2 & x_N & y_N & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.39)$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

Алгоритм розв'язування задачі (3.38) методом найменших квадратів складається з кількох послідовних кроків. Передусім, застосувавши метод множників Лагранжа, записуємо умову

$$\mathbf{S}\mathbf{a} = \lambda^T \mathbf{C}\mathbf{a}, \quad \mathbf{a}^T \mathbf{C}\mathbf{a} \quad (3.41)$$

для визначення \mathbf{a} .

Тут

$$\mathbf{S} = \mathbf{D}^T \mathbf{D} = \begin{pmatrix} S_{x^4} & S_{x^3y} & S_{x^2y^2} & S_{x^3} & S_{x^2y} & S_{x^2} \\ S_{x^3y} & S_{x^2y^2} & S_{xy^3} & S_{x^2y} & S_{xy^2} & S_{xy} \\ S_{x^2y^2} & S_{xy^3} & S_{y^4} & S_{xy^2} & S_{y^3} & S_{y^2} \\ S_{x^3} & S_{x^2y} & S_{xy^2} & S_{x^2} & S_{xy} & S_x \\ S_{x^2y} & S_{xy^2} & S_{y^3} & S_{xy} & S_{y^2} & S_y \\ S_{x^2} & S_{xy} & S_{y^2} & S_x & S_y & S_1 \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

є симетричною матрицею розмірності 6×6 , елементи якої $S_{x^a y^b} = \sum_{i=1}^N x_i^a y_i^b$.

Наступний крок полягає у визначенні власних векторів \mathbf{a}_k за умови додатних мінімальних власних значень λ_k . Нарешті після процедури масштабування $\mathbf{a}_k^T \mathbf{C} \mathbf{a}_k = 1$ отримуємо набір коефіцієнтів для еліптичної апроксимації.

3.4.2. Модифікація методу найменших квадратів

Для методу (описаного в п. 3.3.1) визначення коефіцієнтів кривої другого порядку, яка описує еліпс, характерні певні недоліки. Передусім, матриці \mathbf{C} та \mathbf{S} (див. вирази для матриць (3.40) та (3.42)) є виродженими. Так матриця \mathbf{C} є однозначно виродженою, а детермінант \mathbf{S} дорівнює 0 за умови коли всі експериментальні точки справді належать еліптичній кривій (ця умова є малоїмовірною, але в цьому випадку маємо задачу апроксимації з найбільш коректними даними). За рахунок таких властивостей цих матриць пошук власних значень за допомогою формули (3.38) може бути чисельно нестійким (розбіжним). Крім того, власні значення в цьому випадку можуть бути некоректними (комплексні числа, безмежні значення).

Врахувавши особливості представлення матриць \mathbf{S} , \mathbf{C} та \mathbf{D} можемо спростити задачу визначення власних значень та власних векторів. Насамперед матрицю \mathbf{D} можна факторизувати і представити її у вигляді комбінації з лінійної та квадратичної частин:

$$\mathbf{D} = (\mathbf{D}_1 | \mathbf{D}_2), \quad (3.43)$$

де

$$\mathbf{D}_1 = \begin{pmatrix} x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_i^2 & x_i y_i & y_i^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N^2 & x_N y_N & y_N^2 \end{pmatrix}, \quad (3.44)$$

$$\mathbf{D}_2 = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_i & y_i & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N & y_N & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.45)$$

Врахувавши ці особливості, матриці \mathbf{D} та \mathbf{S} можна записати у вигляді блочної матриці:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1 & \mathbf{S}_2 \\ \mathbf{S}_2^T & \mathbf{S}_3 \end{pmatrix}, \quad (3.46)$$

де $\mathbf{S}_1 = \mathbf{D}_1^T \mathbf{D}_1$, $\mathbf{S}_2 = \mathbf{D}_1^T \mathbf{D}_2$, $\mathbf{S}_3 = \mathbf{D}_2^T \mathbf{D}_2$.

Аналогічним чином конструюємо матрицю \mathbf{C} :

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad (3.47)$$

де $\mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ – нуль-матриця, а $\mathbf{C}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Також за допомогою блоків можна представити вектор \mathbf{a} з коефіцієнтами a, b, c, d, e, f :

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix}. \quad (3.48)$$

Врахувавши такі представлення матриць, перше рівняння у (3.38) можна записати в розгорнутому вигляді так:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{S}_1 & \mathbf{S}_2 \\ \mathbf{S}_2^T & \mathbf{S}_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} \mathbf{C}_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \end{pmatrix}, \quad (3.49)$$

або ж

$$\begin{cases} \mathbf{S}_1 \mathbf{a}_1 + \mathbf{S}_2 \mathbf{a}_2 = \lambda \mathbf{C}_1 \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{S}_2^T \mathbf{a}_1 + \mathbf{S}_3 \mathbf{a}_2 = \mathbf{0}. \end{cases} \quad (3.50)$$

Розглянемо детальніше матрицю

$$\mathbf{S}_3 = \mathbf{D}_2^T \mathbf{D}_2 = \begin{pmatrix} S_{x^2} & S_{x^3y} & S_x \\ S_{x^3y} & S_{y^2} & S_y \\ S_x & S_y & S_1 \end{pmatrix}. \quad (3.51)$$

Зважаючи на те, яким чином визначаються елементи матриці \mathbf{S} в (3.42), \mathbf{S}_3 відповідає матриці, яка виникає під час розв'язування задачі лінійної апроксимації. Матриця \mathbf{S}_3 є виродженою тільки тоді, коли всі точки належать лінії. Тоді за умовами нашої задачі зі системи (3.50) можна визначити \mathbf{a}_2 :

$$\mathbf{a}_2 = -\mathbf{S}_3^{-1} \mathbf{S}_2^T \mathbf{a}_1. \quad (3.52)$$

Тоді перше рівняння системи (3.50) набуває вигляду:

$$\left(\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2 \mathbf{S}_3^{-1} \mathbf{S}_2^T \right) \mathbf{a}_1 = \lambda \mathbf{C}_1 \mathbf{a}_1. \quad (3.53)$$

Оскільки $\det(\mathbf{C}_1) \neq 0$, то (3.53) можна записати так:

$$\mathbf{C}_1^{-1} \left(\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2 \mathbf{S}_3^{-1} \mathbf{S}_2^T \right) \mathbf{a}_1 = \lambda \mathbf{a}_1. \quad (3.54)$$

Друге рівняння в (3.38) у поданні блочних матриць можна записати наступним чином:

$$\mathbf{a}_1^T \mathbf{C}_1 \mathbf{a}_1 = 1. \quad (3.55)$$

Враховавши блочну форму відповідних матриць, умова (3.38) набуває остаточного вигляду:

$$\begin{cases} \mathbf{M}\mathbf{a}_1 = \lambda\mathbf{a}_1, \\ \mathbf{a}_1^T \mathbf{C}_1 \mathbf{a}_1 = 1, \\ \mathbf{a}_2 = -\mathbf{S}_3^{-1} \mathbf{S}_2^T \mathbf{a}_1, \\ \mathbf{a} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{M} = \mathbf{C}_1^{-1} (\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2 \mathbf{S}_3^{-1} \mathbf{S}_2^T). \end{cases} \quad (3.56)$$

Розв'язок записаної системи рівнянь (3.49) дає змогу отримати шукані коефіцієнти, які визначають вид еліптичної кривої.

3.4.3. Про лінійні та нелінійні апроксимації

Метод найменших квадратів найчастіше застосовують при апроксимації набору даних (x_i, y_i) , $i = 1 \dots n$, де x_i – незалежні змінні, а y_i – залежні; за допомогою цього методу тоді можна визначити параметри $\boldsymbol{\beta}$ і відповідну апроксимацію нелінійної функціональної залежності $y_i = f(x_i, \boldsymbol{\beta})$. Крім того, в класичному варіанті методу [83] припускають, що x_i отримано точно (або з похибкою, величина якої є малою і нею нехтують), а y_i – неточно. Позначивши похибку як $y_i - \varepsilon_i$ в процесі застосування методу найменших квадратів матимемо

$$y_i + \varepsilon_i = f(x_i, \boldsymbol{\beta}). \quad (3.57)$$

Тоді

$$\min_{\boldsymbol{\beta}} \sum_i [\varepsilon_i]^2 = \min_{\boldsymbol{\beta}} \sum_i [f(x_i, \boldsymbol{\beta}) - y_i]^2. \quad (3.58)$$

Задача істотно спрощується у частковому випадку, зокрема для лінійних моделей; тоді рівняння (3.57) можна подати в матричному вигляді відповідно як у роботі [83]

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (3.59)$$

де \mathbf{Y} – вектор залежних змінних y_i , \mathbf{X} – матриця незалежних змінних, $\boldsymbol{\beta}$ – вектор шуканих параметрів, $\boldsymbol{\varepsilon}$ – вектор похибок.

Зазвичай вважають, що похибки ε_i є нормально розподілені незалежні випадкові величини з нульовим математичним сподіванням та дисперсією σ . Функція густини розподілу ймовірностей цих величин має вигляд [83]:

$$\Pi_i \left[(2\pi)^{-1/2} \sigma^{-1} e^{-\varepsilon_i^2 / 2\sigma^2} \right] = (2\pi)^{-n/2} \sigma^{-n} e^{-\sum_i \varepsilon_i^2 / 2\sigma^2}. \quad (3.60)$$

За таких умов для розв'язання розглядуваної тут задачі використовують нормальну форму матричного рівняння: $\mathbf{X}^T \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}^T \mathbf{Y}$, а коефіцієнти $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ обчислюють за допомогою виразу

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} + (\mathbf{X}^T \mathbf{Y}). \quad (3.61)$$

У розгорнутому вигляді

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} = \begin{pmatrix} n & \sum x_{i1} & \sum x_{i2} & \cdots \\ \sum x_{i1} & \sum x_{i1}^2 & \sum x_{i1}x_{i2} & \cdots \\ \sum x_{i2} & \sum x_{i1}x_{i2} & \sum x_{i2}^2 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X}^T \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \sum y_i \\ \sum x_{i1}y_i \\ \sum x_{i2}y_i \\ \vdots \end{pmatrix}. \quad (3.62)$$

Зважаючи на приведені залежності (3.57)–(3.62) неважко помітити, що реалізація лінійної задачі не становить принципових труднощів.

Якщо ж модель є нелінійною, її намагаються звести то лінійної шляхом перетворення функцій (наприклад, логарифмування). У випадку, якщо таку процедуру реалізувати неможливо використовують модифікації методу найменших квадратів і, наприклад, алгоритм Левенберга–Марквардта, метод Гаусса–Ньютона та інші [82, 83]. Ці алгоритми є ітераційними і потребують початкового наближення для коефіцієнтів $\boldsymbol{\beta}$. Вони базуються на процедурі лінеаризації нелінійної залежності $f(\mathbf{x}'_i, \boldsymbol{\beta})$ [83]:

$$f(\mathbf{x}'_i, \boldsymbol{\beta}) = f(\mathbf{x}'_i, \boldsymbol{\beta}^0) + \sum_j \left(\frac{\partial f(\mathbf{x}'_i, \boldsymbol{\beta}^0)}{\partial \beta_j} \right) (\beta_j - \beta_j^0). \quad (3.63)$$

або в матричному вигляді:

$$f(\boldsymbol{\beta}) = f(\boldsymbol{\beta}^0) + \mathbf{F}(\boldsymbol{\beta}^0)(\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^0), \quad (3.64)$$

де $\mathbf{f}(\boldsymbol{\beta})$ – вектор-стовпець функцій $f(\mathbf{x}'_i, \boldsymbol{\beta})$, \mathbf{x}'_i – вектор незалежних змінних, а

$$\mathbf{F}(\boldsymbol{\beta}^0) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f(\mathbf{x}'_1, \boldsymbol{\beta}^0)}{\partial \beta_1} & \frac{\partial f(\mathbf{x}'_1, \boldsymbol{\beta}^0)}{\partial \beta_2} & \frac{\partial f(\mathbf{x}'_1, \boldsymbol{\beta}^0)}{\partial \beta_3} & \dots \\ \frac{\partial f(\mathbf{x}'_2, \boldsymbol{\beta}^0)}{\partial \beta_1} & \frac{\partial f(\mathbf{x}'_2, \boldsymbol{\beta}^0)}{\partial \beta_2} & \frac{\partial f(\mathbf{x}'_2, \boldsymbol{\beta}^0)}{\partial \beta_3} & \dots \\ \frac{\partial f(\mathbf{x}'_3, \boldsymbol{\beta}^0)}{\partial \beta_1} & \frac{\partial f(\mathbf{x}'_3, \boldsymbol{\beta}^0)}{\partial \beta_2} & \frac{\partial f(\mathbf{x}'_3, \boldsymbol{\beta}^0)}{\partial \beta_3} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots \end{pmatrix}. \quad (3.65)$$

Однак такі модифікації методу найменших квадратів не дають можливості апроксимувати дані для функцій, заданих неявно. В цьому випадку можна використати метод регресії ортогональних відстаней (Orthogonal Distance Regression) [42, 49, 78, 87], який уперше був запропонований у [38]; його можна ефективно використати для знаходження коефіцієнтів функцій заданих як явно, так і неявно [32, 36].

3.4.4. Метод регресії ортогональних відстаней

Вище було розглянуто та обґрунтовано застосування одного із відомих методів еліптичної апроксимації, який дає можливість визначити параметри кривої другого порядку. Однак, як було попередньо неодноразово наголошено на тому, що конічні перетини мають форму не тільки еліпса, а й гіперболи та параболи і в загальному випадку описуються квадратичною функцією, заданою неявно, тому метод регресії ортогональних відстаней можна розглядати як універсальний метод знаходження кривої другого порядку.

Отже, починаємо із загального випадку, коли не можна знехтувати похибками δ_i величин x_i . Тоді рівняння (3.57) набуває вигляду

$$y_i + \varepsilon_i = f(x_i + \delta_i, \boldsymbol{\beta}). \quad (3.66)$$

Для визначення невідомих параметрів β використаємо поняття найменшої відстані ($r_i^2 = \min_{\delta_i, \varepsilon_i} \{\varepsilon_i^2 + \delta_i^2\}$) від наявних даних стосовно інформації про емпіричні наближення, отримані експериментальним чином, до теоретично шуканої функціональної залежності, яка визначає вигляд кривої f . За таких умов задача зводиться до пошуку величини

$$\min_{\beta, \delta, \varepsilon} \sum_i \{\varepsilon_i^2 + \delta_i^2\}, \quad (3.67)$$

або

$$\min_{\beta, \delta} \sum_i \left((f(x_i + \delta_i, \beta) - y_i)^2 + \delta_i^2 \right). \quad (3.68)$$

Дану умову можна узагальнити на випадок застосування вагових коефіцієнтів. В цьому випадку матимемо узагальнену задачу зваженої регресії ортогональних відстаней (Weighted Orthogonal Distance Regression):

$$\min_{\beta, \delta} \sum_i w_i^2 [(f(x_i + \delta_i, \beta) - y_i)^2 + d_i^2 \delta_i^2], \quad (3.69)$$

де $d_i > 0$, $w_i > 0$ ($w_i = 1/\sigma_{\varepsilon_i}$, $d_i = \sigma_{\varepsilon_i}/\sigma_{\delta_i}$) [39].

Розглянемо ітераційний процес розв'язування цієї задачі. Нехай для $i = 1, 2, \dots, n$

$$\begin{cases} g_i(\beta, \delta) = w_i [(f(x_i + \delta_i, \beta) - y_i)] \\ g_{i+n}(\beta, \delta) = w_i d_i \delta_i \end{cases}, \quad (3.70)$$

Тоді умова (3.69) набуває вигляду:

$$\min_{\beta, \delta} \sum_{i=1}^{2n} [g_i(\beta, \delta)]^2, \quad (3.71)$$

Нехай $\theta = (\beta, \delta)^T$, а $J_{ij} = \frac{\partial g_i}{\partial \theta_j}$ – елементи Якобіану \mathbf{J} від

$\mathbf{g}(\theta) = (g_1(\theta), g_2(\theta), \dots, g_{2n}(\theta))^T$. Тоді після здійснення лінеаризації задачі, аналогічно як у (3.63), отримуємо

$$\boldsymbol{\theta} = \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}^c) + \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}^c)(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^c) = \mathbf{g}^c + \mathbf{J}^c \mathbf{s}. \quad (3.72)$$

Тож задача стає лінійною і зводиться до пошуку

$$\min_{\mathbf{s}} \left\| \mathbf{g}^c + \mathbf{J}^c \mathbf{s} \right\|^2, \quad (3.73)$$

$$\|\mathbf{s}\| \leq \tau, \quad (3.74)$$

де τ – параметр точності, який задає умову збіжності ітераційного процесу.

Варто зауважити, що матриця \mathbf{J} – має свої особливості, зокрема, якщо позначити перші n компонент \mathbf{g} , як \mathbf{g}_1 , а наступні n – як \mathbf{g}_2 , матимемо:

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{g}_1}{\partial \boldsymbol{\beta}} & \frac{\partial \mathbf{g}_1}{\partial \boldsymbol{\delta}} \\ \frac{\partial \mathbf{g}_2}{\partial \boldsymbol{\beta}} & \frac{\partial \mathbf{g}_2}{\partial \boldsymbol{\delta}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{g}_1}{\partial \boldsymbol{\beta}} & \mathbf{H} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D} \end{pmatrix}, \quad (3.75)$$

де

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} w_1 \frac{\partial f(x_1 + \delta_1, \boldsymbol{\beta})}{\partial \delta_1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & w_n \frac{\partial f(x_n + \delta_n, \boldsymbol{\beta})}{\partial \delta_n} \end{pmatrix}, \quad (3.76)$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} w_1 d_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & w_n d_n \end{pmatrix}. \quad (3.77)$$

Структура цієї матриці в подальшому суттєво спрощує розв'язування задачі.

Узагальнимо розглянутий підхід до функцій, заданих неявно. Позначимо $\tilde{x}_i = (x_i, y_i)$; $\tilde{f}(\tilde{x}_i + \tilde{\delta}_i, \boldsymbol{\beta}) = 0$ – функція, задана неявно. Розв'язок задачі шукаємо як

$$\min_{\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\delta}} \sum_i \tilde{w}_i \tilde{\delta}_i^2. \quad (3.78)$$

Запропоновані в п. 3.2 і 3.3 методи знаходження коефіцієнтів кривої другого порядку використано при розв'язуванні задачі позиціонування запропонованого оптичного елемента за отримуваними дифракційними картинами.

3.5. Висновки по розділу

Запропоновано математичну модель, яка описує взаємодію 1D волоконно-дифракційної ґратки із лазерним випромінюванням. Засобами математичного й числового моделювання отримано, що при повороті ґратки на кут φ_0 результатом взаємодії світла з дифракційною ґраткою є поширення конуса дифракції. При перетині дифракційного конуса площиною екрану форма дифракційних смуг набуває вигляду еліпса (для кутів $\varphi_0 > 45^\circ$), параболи ($\varphi_0 = 45^\circ$) чи гіперболи ($\varphi_0 < 45^\circ$).

Розроблена математична модель узагальнена на випадок взаємодії 2D волоконно-дифракційної ґратки із лазерним випромінюванням. Засобами математичного моделювання отримано, що внаслідок дифракції на 2D дифракційній ґратці, орієнтованій довільним чином у просторі, виникають дві смуги – розсіяні криві другого порядку.

На основі аналітичних розв'язків сформульованої математичної задачі запропоновано алгоритм визначення кутів падіння променя на ґратку.

Для числової апроксимації дифракційних смуг у випадку довільних кутів повороту дифракційної ґратки використано модифікований метод найменших квадратів та метод регресії ортогональних відстаней.

РОЗДІЛ 4

ТРАНСФОРМАЦІЯ СИГНАЛІВ, ГЕНЕРОВАНИХ ОДНОВИМІРНИМИ ТА ДВОВИМІРНИМИ ВОЛОКОННО-ДИФРАКЦІЙНИМИ ГРАТКАМИ

Дифракційні смуги є достатньо інформативними; їхнє оцифрування дає можливість отримати інформацію про орієнтацію дифракційної ґратки, або, іншими словами, кутові координати джерела лазерного випромінювання. У цьому розділі розглянуто результати опрацювання даних для 1D та 2D ґраток засобами математичного, числового та обчислювального моделювання, розробленого у розділі 3.

4.1. Визначення кута повороту 1D дифракційної ґратки

Визначення кута повороту 1D дифракційної ґратки за дифракційними смугами можна розділити на дві окремі задачі – залежно від кута орієнтації ґратки. Спочатку розглянемо результати для кутів, які знаходяться в межах від 80° до 50° (відповідають дифракційним картинам представленим на рис. 2.2). Такі умови відповідають наявності еліптичної форми дифракційних смуг і для їх аналізу використано регресійні методи, описані в п. 3.3.

Таблиця 4.1. Параметри еліптичних кривих; φ_0 – кут повороту ґратки, φ_{01} , φ_{02} – обчислені значення кута повороту

φ_0	a	b	c	d	e	f	φ_{01}	φ_{02}
50°	0,7874	0,1012	0,6081	-0,9235	-1,9503	1,1397	$57,9^\circ$	$50,0^\circ$
55°	0,9015	-0,0973	0,4216	-1,0627	-1,4849	1,0207	$52,7^\circ$	$53,3^\circ$
60°	0,6675	0,0277	0,7441	-0,7142	-1,4457	0,7485	$63,2^\circ$	$53,2^\circ$
65°	0,4836	0,0892	0,8707	-0,5238	-1,3331	0,5819	$70,2^\circ$	$65,2^\circ$
70°	-0,4237	0,0230	-0,9055	0,4763	1,2853	-0,5850	$72,9^\circ$	$68,1^\circ$
75°	0,3872	-0,0127	0,9219	-0,4314	-1,2522	0,5432	$74,4^\circ$	$75,7^\circ$
80°	-0,3317	0,0082	-0,9434	0,3960	1,1169	-0,4490	$76,6^\circ$	$78,5^\circ$

На рис. 4.1, 4.2 подано результати апроксимації оцифрованих даних для даного діапазону зміни кута φ_0 повороту ґратки, а в таб. 4.1 – обчислені значення параметрів a, b, c, d, e, f кривих другого порядку (3.8).

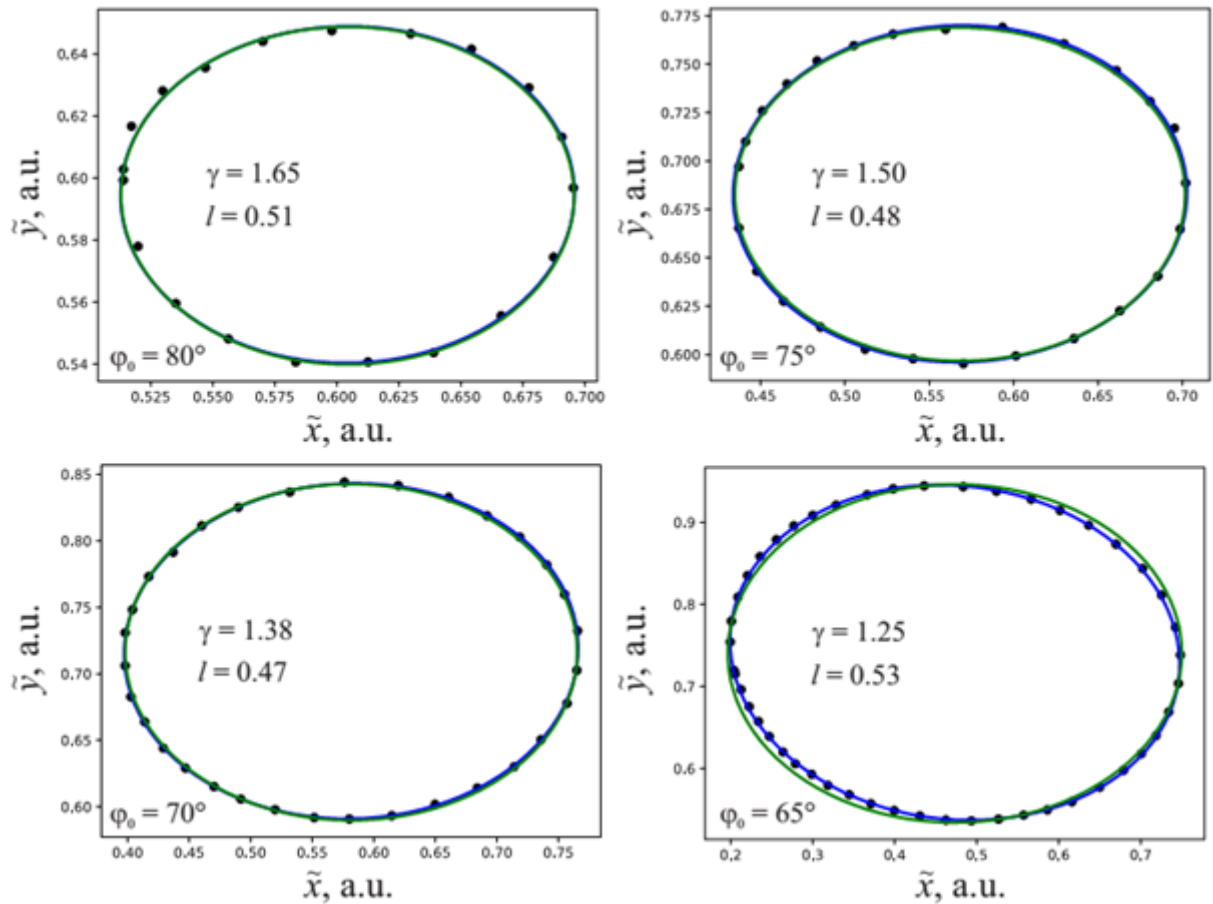


Рис. 4.1. Дифрактограми для кутів орієнтації ґратки $\varphi_0 = 80^\circ, 75^\circ, 70^\circ, 65^\circ$
 ● – оцифровані значення; сині криві побудовані на основі коефіцієнтів таб. 4.1; зелені криві побудовані за допомогою рівняння (3.7) з коефіцієнтами γ та l ; а.у. – відносні одиниці

Як бачимо, абсолютне значення коефіцієнта c ($|c| < 1$) збільшується зі збільшенням кута повороту дифракційної ґратки (за винятком значень, отриманих для $\varphi_0 = 55^\circ$). Тому в першому наближенні значення кута φ_0 можна оцінити, використовуючи співвідношення: $c = \cos 2\varphi / \cos^2 \varphi$ (див. формулу (3.7)). Використовуючи відомі формули тригонометрії, матимемо: $\cos \varphi = 1/\sqrt{2 - c}$ (див. таб. 4.1, φ_{01}). Отримано достатньо добре узгодження між експериментальними і обчисленими даними, хоча для деяких кутів очевидними є певні відхилення.

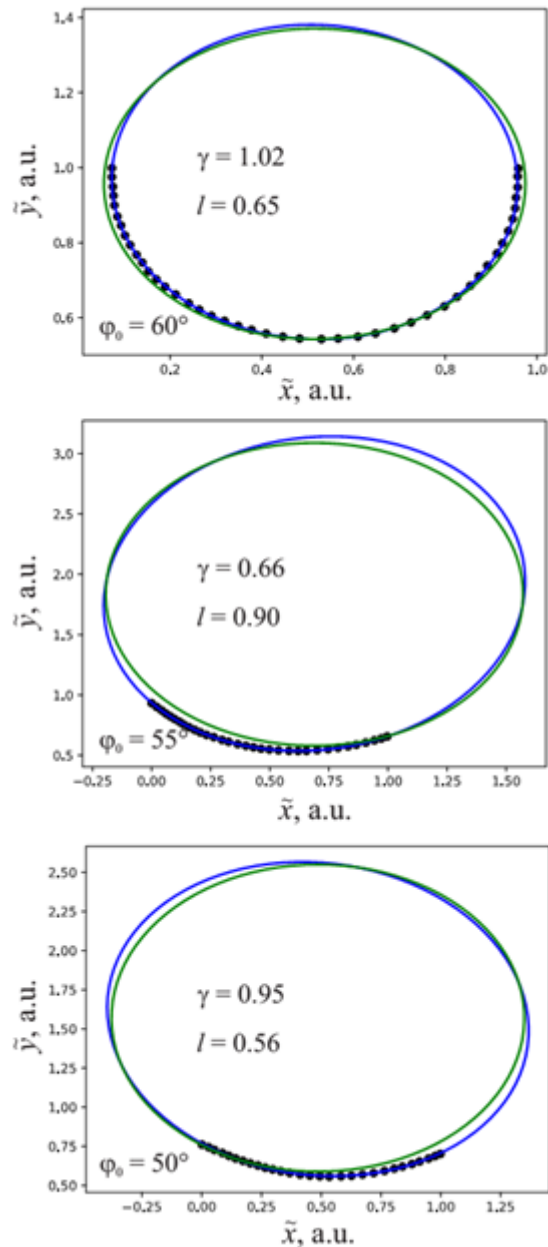


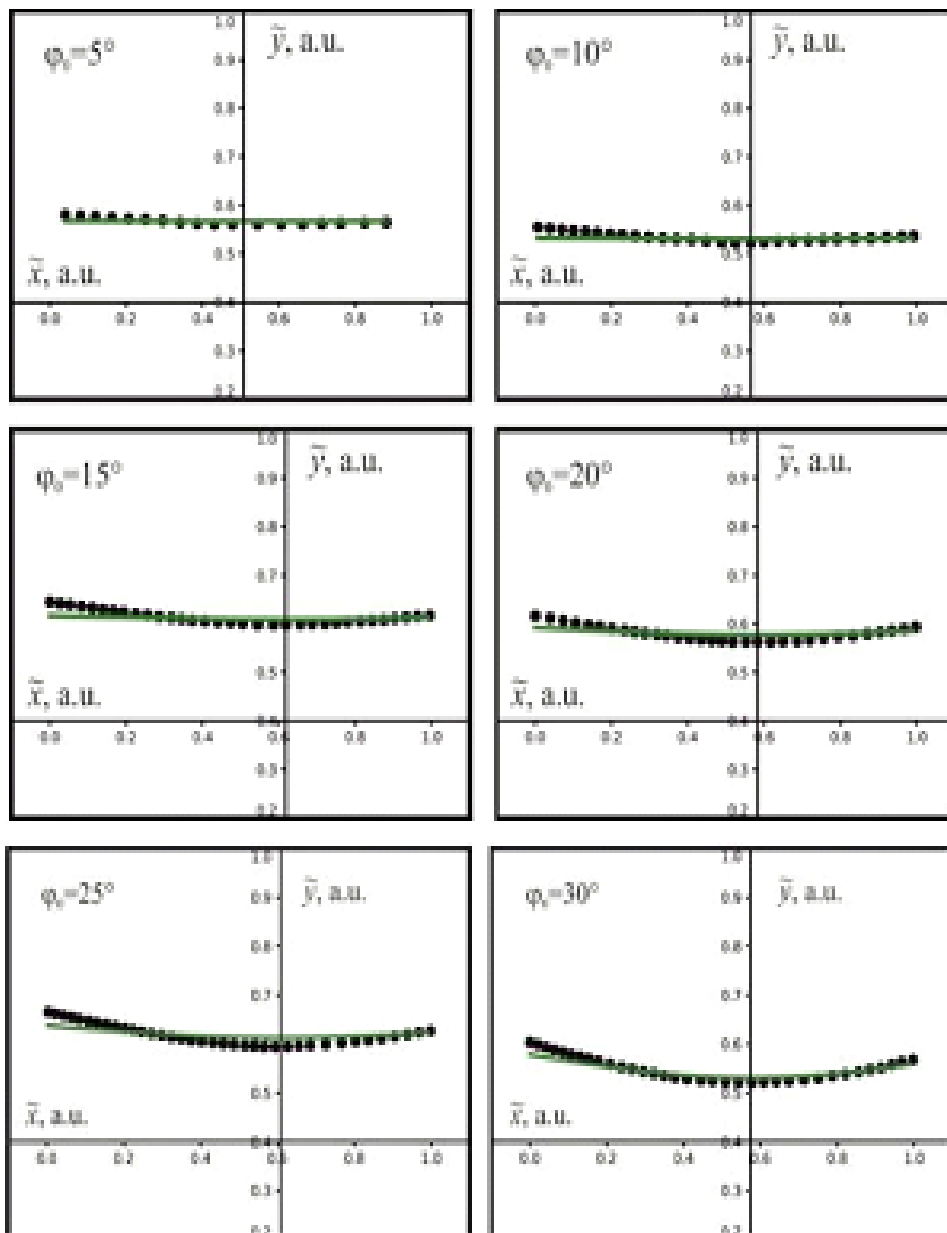
Рис. 4.2. Дифрактограми для кутів орієнтацій ґратки $\varphi_0 = 60^\circ, 55^\circ, 50^\circ$
 ● – оцифровані значення; сині криві побудовано на основі коефіцієнтів таб. 4.1; зелені криві побудовані за допомогою рівняння (3.7) з коефіцієнтами γ та l ; а.у. – відносні одиниці

Враховуючи особливість функції (3.7), можна обчислити кут повороту за допомогою співвідношення для нормованих коефіцієнтів. Вибором емпіричних параметрів l та γ можна забезпечити найкраще узгодження кривих, побудованих за допомогою рівняння (3.7), з експериментальними.

Отримано такі значення параметрів: $\gamma = 1.2 \pm 0.4$ та $l = 0.6 \pm 0.2$, які в нашому випадку можна вважати константами вимірювальної системи.

Обчислені згідно з цим методом значення кута φ_0 представлено в таб. 4.1 (φ_{02}). Значення коефіцієнтів l та γ істотно варіюються залежно від кута повороту ґратки. Це зумовлено особливостями експерименту, зокрема невеликою зміною відстані від цифрового фотоапарата до екрану, а також фокусуванням (для отримання оптимального зображення дифракційної картини).

Рис. 4.1 і 4.2. показують, що запропонована у розділі 3 математична модель конічної дифракції достатньо добре описує дифракційні смуги. Маючи числові значення двох параметрів l та γ , можна змоделювати еліптичні криві за допомогою рівняння (3.7) для різних значень кута φ_0 (див. рис. 4.1–4.2, суцільні криві).



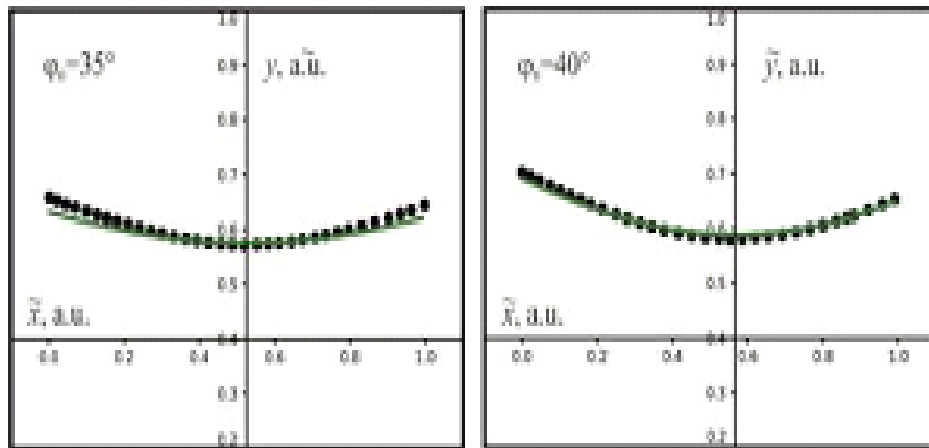


Рис. 4.3. Дифрактограми для кутів орієнтації ґратки $\varphi_0 = 5^\circ - 40^\circ$

● – оцифровані значення; суцільні криві побудовані за допомогою рівняння (3.7) з коефіцієнтами γ та l ; а.у. – відносні одиниці

Результати опрацювання даних для кутів повороту φ_0 менших за 50° представлено на рис. 4.3 та 4.4, відповідно.

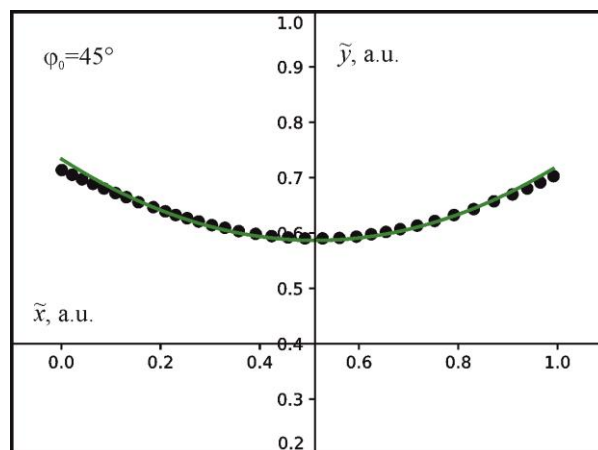


Рис. 4.4. Дифрактограма для орієнтації ґратки $\varphi_0 = 45^\circ$.

● – оцифровані значення; суцільна крива побудована за допомогою рівняння (3.7) з коефіцієнтами γ та l ; а.у. – відносні одиниці

На рис. 4.5 представлено залежність розрахованого φ_{0C} кута повороту ґратки від її фактичної орієнтації під час експерименту (для кутів $\varphi_0 = 5^\circ - 45^\circ$). В результаті апроксимації $\varphi_{0C} = f(\varphi_0) = A\varphi_0 + B$ прямою було отримано такі параметри $A = 0.6 \pm 0.2$ та $B = 15^\circ \pm 6^\circ$.

Як видно із отриманих результатів (рис. 4.3–4.5) точність визначення кута за допомогою дифрактограм для малих кутів є невеликою. Ця

особливість пов'язана із тим, що для малих кутів повороту ґратки форма дифракційних смуг мало відрізняється від прямої (див. рис. 2.3).

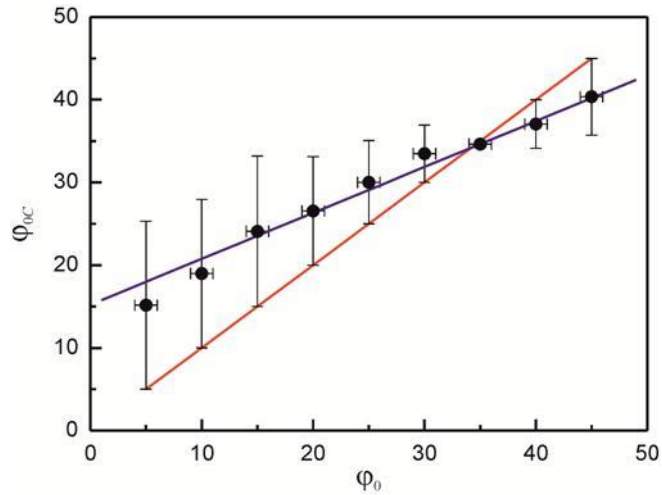


Рис. 4.5. Залежність розрахованого кута повороту ґратки φ_{0C} від її орієнтації φ_0 під час експерименту. Червоним кольором позначено ідеальну лінійну залежність, синім – результат апроксимації отриманих даних

Розглянемо залежність розрахованого кута повороту φ_{0C} для всього діапазону зміни кута повороту дифракційної ґратки. Отримані дані можна найбільш коректно описати лінійною залежністю (як це було зроблено для діапазону зміни кутів від 5° до 45° , див. рис. 4.5). Так, пряма апроксимації (рис. 4.6, пряма чорного кольору) має параметри: $\tilde{A} = 0.8 \pm 0.1$ та $\tilde{B} = 9^\circ \pm 2^\circ$.

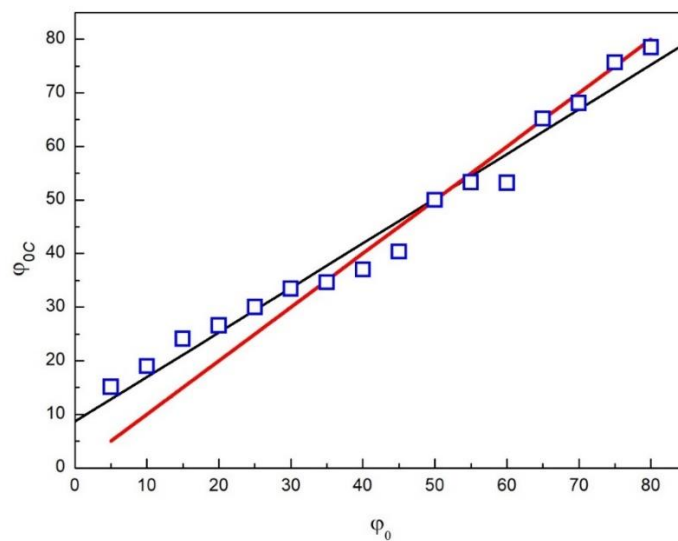


Рис. 4.6. Залежність обчисленого кута повороту дифракційної ґратки φ_{0C} (\square) від її орієнтації φ_0 для діапазону від 5° до 80° . Ідеальна лінійна залежність (червона лінія), результат апроксимації отриманих даних (чорна лінія)

Розрахований коефіцієнт кореляції для даної залежності $R = 0.98$, що свідчить про те, що лінійна апроксимація достатньо добре описує картину взаємодії дифракційної ґратки з променем при заданих значеннях кутів (лінійний сенсор). Крім того, використовуючи весь масив даних (16 точок), нахил прямої $\tilde{A} = 0.8$ краще узгоджується з ідеальним випадком. Натомість відхилення коефіцієнта \tilde{B} від ідеального значення є значним (ідеальне значення для параметра \tilde{B} дорівнює 0°). Однак і значення цього параметра є меншим, ніж для прямої, представленої на рис. 4.5.

Таким чином, отримано достатньо добре узгодження між значеннями заданого кута повороту дифракційної ґратки і обчисленими. Крім того під час аналізу експериментальних результатів було використано кілька емпіричних коефіцієнтів. Це зокрема γ та l , які використовувалися для розрахунку параметрів кривих другого порядку, а також коефіцієнти \tilde{A} та \tilde{B} , що описують результуючі залежності і можуть використовуватися для визначення відповідних поправок коригування. Однак всі ці особливості можна програмно враховувати в проміжних розрахунках.

Зауважимо, що такі оптичні системи, побудовані на основі дифракційних ґраток все одно потребуватимуть процедури калібрування, зважаючи на важливість напрямку їх можливого практичного застосування.

4.2. Конічна дифракція на двовимірній дифракційній ґратці

Особливістю дифрактограм, отриманих для 2D дифракційних ґраток, є наявність двох дифракційних смуг. На рис. 4.7 представлено смуги, отримані в результаті оцифрування зображень для кутів $\varphi_0 = \pm 50^\circ$, $\theta_0 = 70^\circ$.

Бачимо, що кількість точок є достатньою для проведення аналізу даних. Крім того, необхідною умовою коректної апроксимації даних є прив'язка системи координат до координат екрану.

Розглянемо результати апроксимації дифракційних смуг, зображення яких представлено в п. 2.2.1. Ці дифракційні картини отримано під час тестування сигнального елемента. Деякі з них відповідають умові повороту

двовимірної ґратки на кут $\pm 45^\circ$ (див. рис. 2.7). Варто зауважити, що така орієнтація сигнального елемента (або просторове положення лазерного прицілу) є малоюмовірним (див. аналіз [4]). Крім того поворот ґратки на невеликі симетричні кути призводить до геометричного збурення параметрів еліпсів (див. рис. 2.9, 2.10). Ці особливості добре помітні на відповідних зображеннях, які після оцифрування можна використати для визначення параметрів кривих другого порядку.

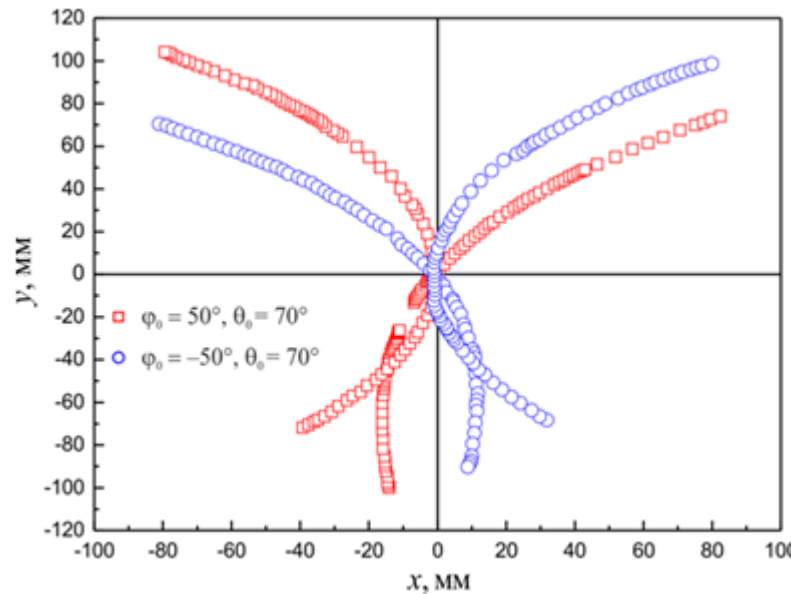


Рис. 4.7. Оцифровані дифракційні смуги для кутів $\varphi_0 = \pm 50^\circ$, $\theta_0 = 70^\circ$

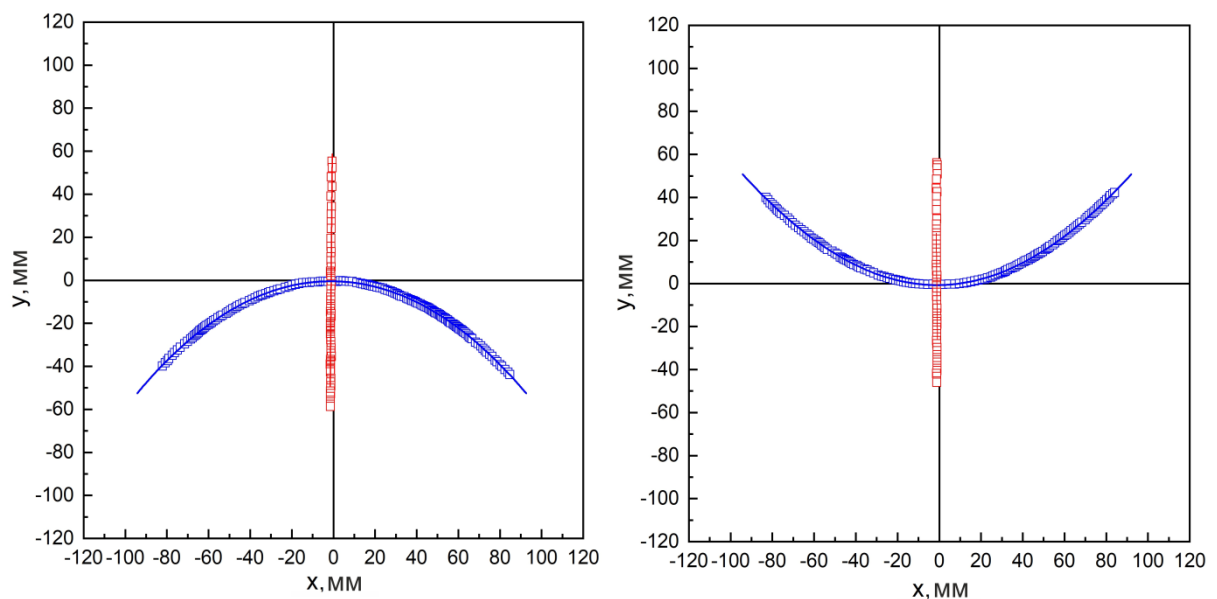


Рис. 4.8. Оцифровані дифракційні смуги

для $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 45^\circ$ та $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = -45^\circ$

(\square , \square —оцифровані дані, суцільні лінії – результат апроксимації)

На рис. 4.8 представлено оцифровані дифракційні смуги для кутів орієнтації ґратки ($0^\circ, \pm 45^\circ$).

На рис 4.9 представлено результат оцифрування зображень, отриманих після повороту ґратки на кути $\varphi_0 = 0^\circ, \theta_0 = \pm 70^\circ$.

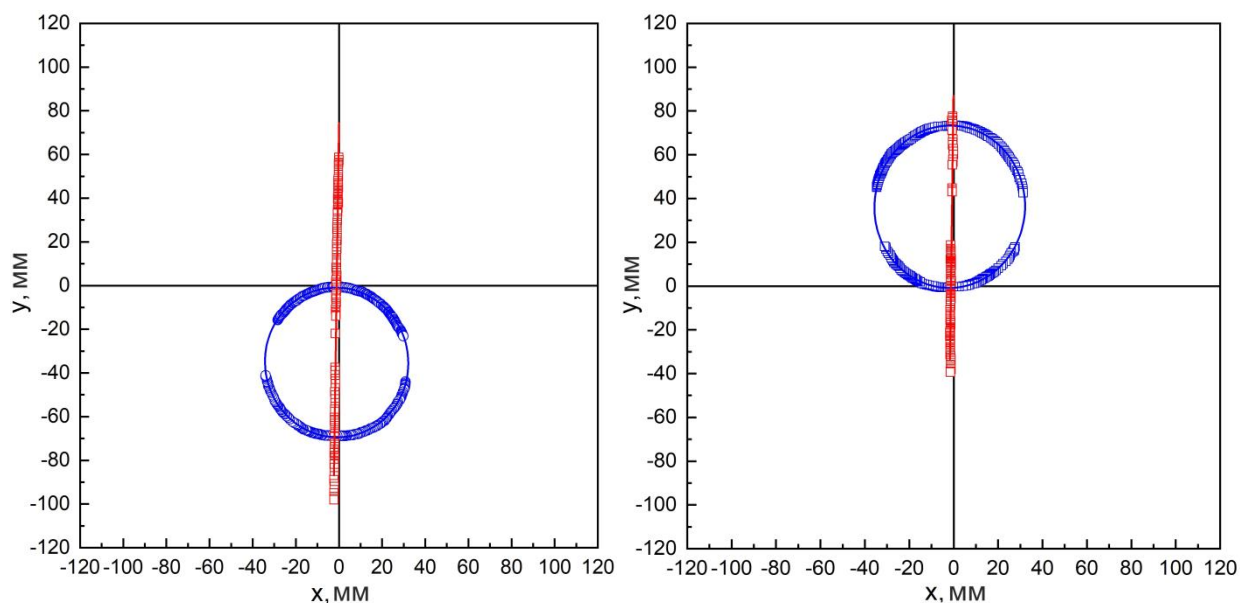


Рис. 4.9. Оцифровані дифракційні смуги

для $\varphi_0 = 0^\circ, \theta_0 = 70^\circ$ та $\varphi_0 = 0^\circ, \theta_0 = -70^\circ$

(\square, \square – оцифровані дані, суцільні лінії – результат апроксимації)

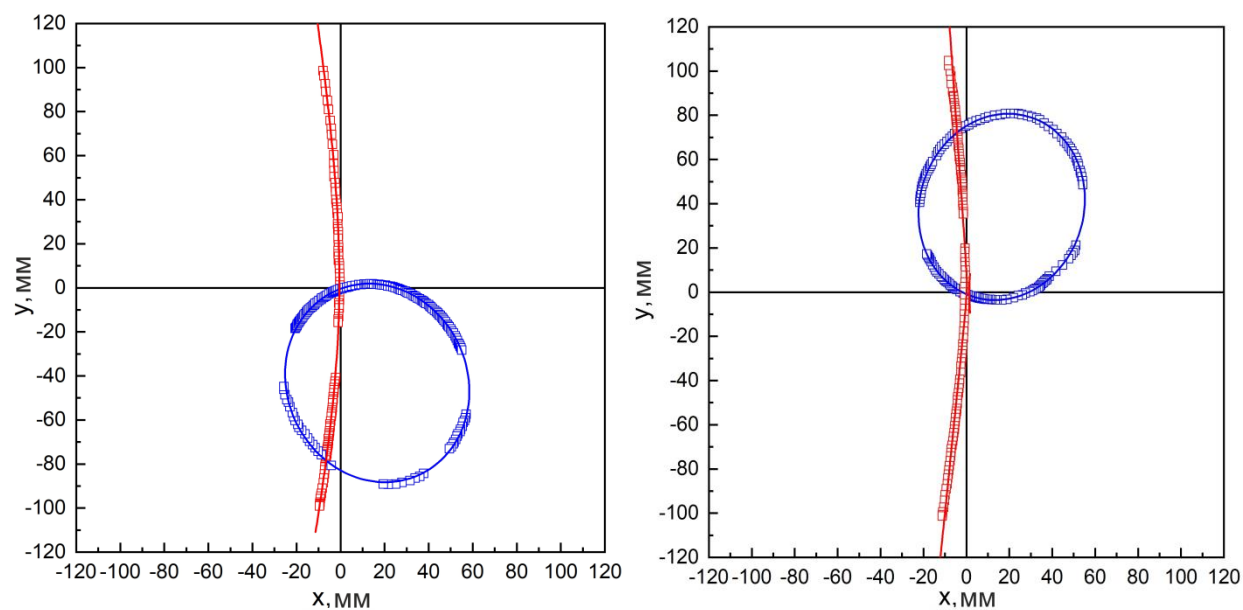


Рис. 4.10. Оцифровані дифракційні смуги для $\varphi_0 = 10^\circ, \theta_0 = 70^\circ$ і $\varphi_0 = 10^\circ, \theta_0 = -70^\circ$ (\square, \square – оцифровані дані, суцільні лінії – результат апроксимації)

Як видно з рис. 4.9 одна зі смуг є прямою лінією і це спрощує задачу апроксимації. Натомість регресійний аналіз даних для кутів $\varphi_0 = \pm 10^\circ$, $\theta_0 = \pm 70^\circ$ передбачає визначення апроксимаційних коефіцієнтів для двох смуг одночасно.

Бачимо, що апроксимація даних є достатньо доброю. Ця особливість представлена за допомогою суцільних кривих, які коректно описують отримані результати експерименту під час початкового тестування досліджуваного сигнального елемента.

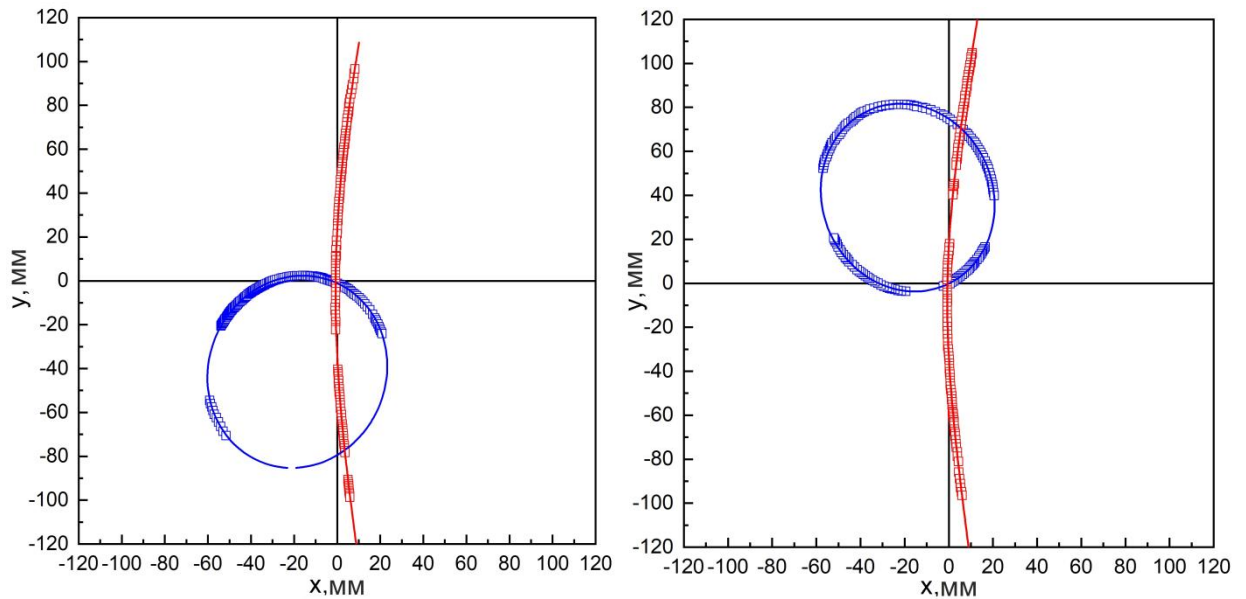


Рис. 4.11. Оцифровані дифракційні смуги для $\varphi_0 = -10^\circ$, $\theta_0 = 70^\circ$, $\varphi_0 = -10^\circ$, $\theta_0 = -70^\circ$ (\square, \square – оцифровані дані, суцільні лінії – результат апроксимації)

Кількісні результати нормованих на коефіцієнт a кривих другого порядку представлено в таблиці 4.2.

Таблиця 4.2. Апроксимаційні коефіцієнти кривих другого порядку

φ_0, θ_0	a	b	c	d	e	f	Дискри- мінант	Форма кривої
$0^\circ, 45^\circ$	1	0,01314	0,1246	2,3334	173,9949	67,9332	<0	Еліпс
$0^\circ, -45^\circ$	1	-0,000195	-0,14176	2,21012	-161,2325	-120,8082	>0	Гіпербола
$0^\circ, 70^\circ$	1	0,02242	0,94053	2,93902	66,1685	61,1659	<0	Еліпс
$0^\circ, -70^\circ$	1	-0,01259	0,83735	4,0309	-60,75121	-45,73624	<0	Еліпс
$10^\circ, 70^\circ$	1	0,15988	0,86156	-26,34128	71,72689	28,99193	<0	Еліпс
	1	-0,03152	-0,03531	-34,12753	0,20813	-18,78349	>0	Гіпербола
$10^\circ, -70^\circ$	1	-0,14746	0,84639	-27,17788	-62,86316	-58,1556	<0	Еліпс

	1	-0,0337	-0,00764	-1,41657	0,04909	0,16768	>0	Гіпербола
-10°, 70°	1	-0,11607	0,908	32,17947	73,13955	76,90879	<0	Еліпс
	1	-0,04608	-0,04881	53,44272	-0,52666	37,99106	>0	Гіпербола
-10°, -70°	1	0,14964	0,85086	31,45392	-63,54678	-9,5063	<0	Еліпс
	1	-0,02881	-0,02948	26,54743	-0,48139	16,39928	>0	Гіпербола

Форма кривої другого порядку визначається величиною дискримінанту, (знаком ексцентриситету). Так, якщо дискримінант рівняння (3.7) $D < 0$ матимемо еліпс, $D > 0$ – гіперболу, $D = 0$ – параболу. Як бачимо з таб. 4.2 після розрахунку дискримінанту жодну із кривих не можна віднести до параболи, незважаючи на результати експерименту для кутів $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = \pm 45^\circ$.

4.2.1. Оцифрування даних і опрацювання експериментальних результатів для додатних кутів θ_0

Розглянемо результати опрацювання зображень, приведених у п. 2.2.2; ці зображення відповідають умові додатних кутів θ_0 . Як і в попередньому випадку можна отримати коефіцієнти кривих другого порядку, які найкраще описують експериментальні результати.

На кожному зображенні виділятимемо дві криві та застосовуватимемо регресійні методи для знаходження невідомих коефіцієнтів. Варто зауважити, що під час роботи з реальним прототипом сенсора потрібно реалізувати алгоритм, який співставлятиме оцифровані точки з першою та другою кривими. Це означає, що мікроконтролер (цифровий сигнальний процесор), який опрацьовуватиме отримані зображення, повинен також розв'язувати таку задачу в реальному масштабі часу.

На рис. 4.12. – 4.18 представлено результати оцифрування і апроксимації кривих, зображення яких наведено в п. 2.2.2.

Варто зауважити, що не на всіх зображеннях були помітні дві дифракційні смуги. Однак, цей випадок є тривіальним, оскільки одна зі смуг збігається з горизонтальною віссю і її можна передбачити.

Результат цифрової обробки наступних зображень подано на рис. 4.13 (приведено результати для $\theta_0 = 20^\circ$).

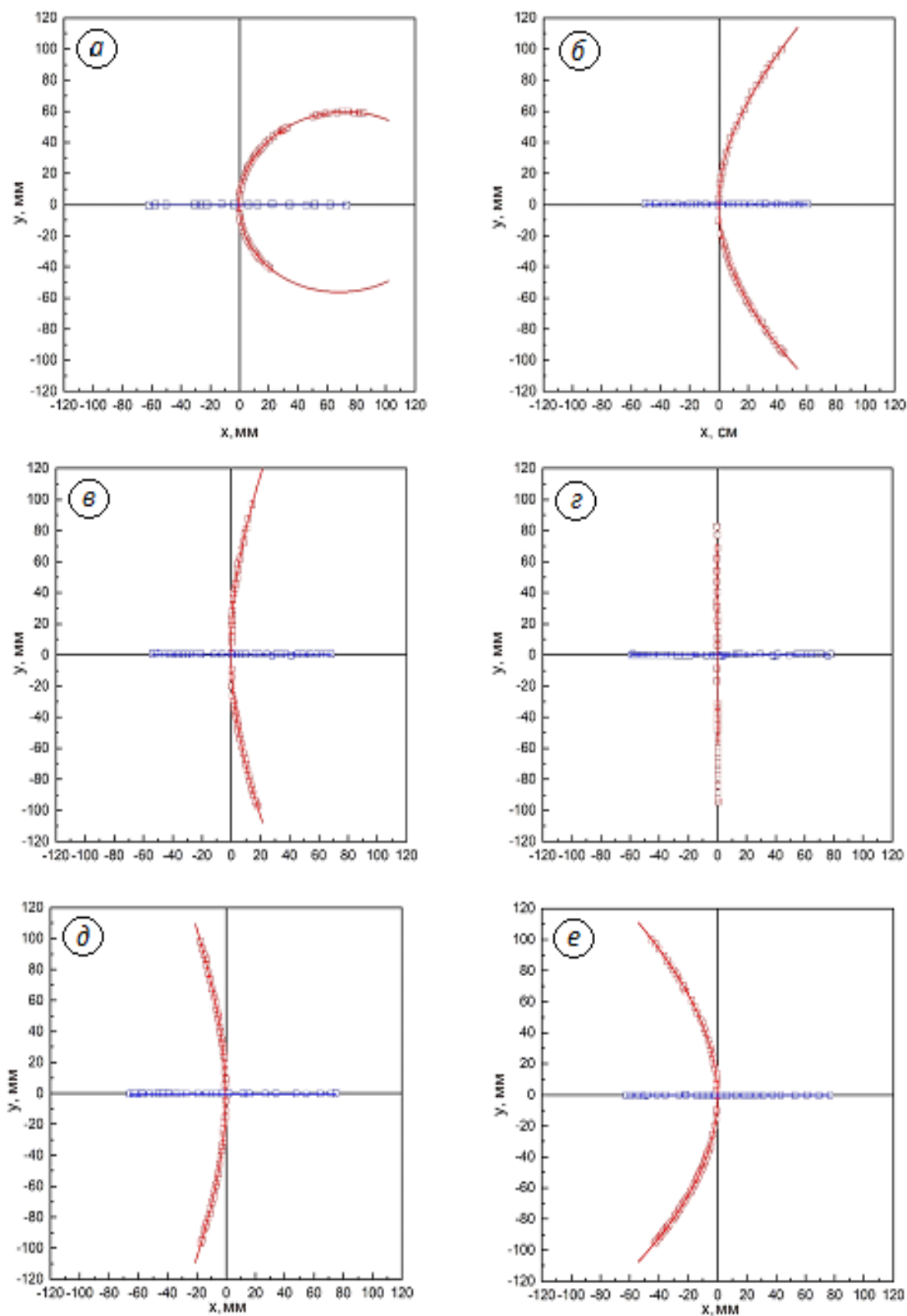


Рис. 4.12. Оцифровані дифракційні смуги для $\varphi_0 = -60^\circ$ (а), -40° (б), -20° (в), 0° (г), 20° (д), 40° (е) за умови $\theta_0 = 0^\circ$
(□, □ – оцифровані дані, суцільні лінії – результат апроксимації)

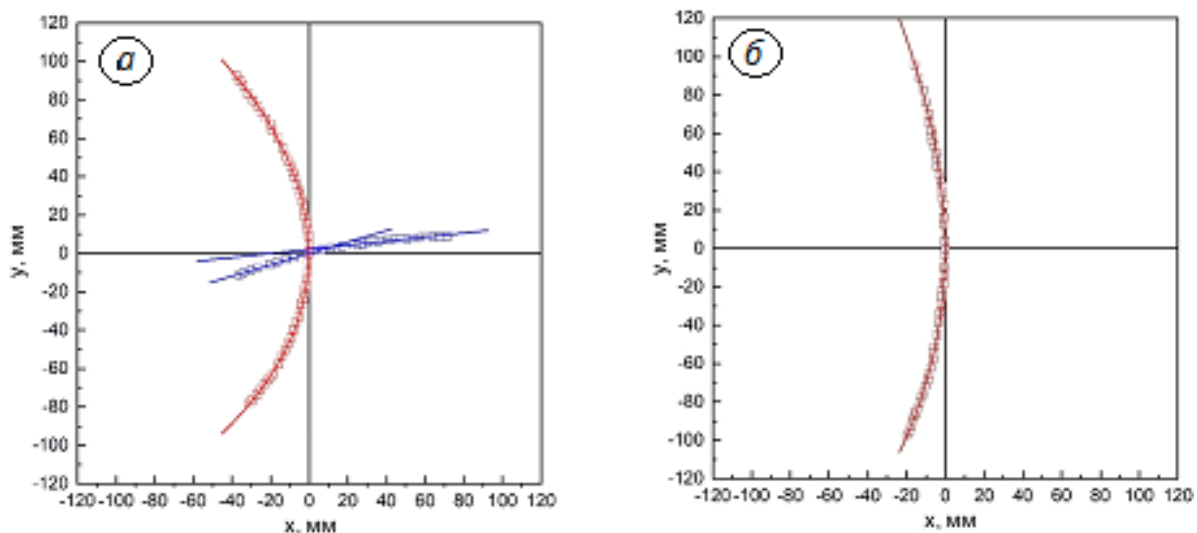


Рис. 4.13. Оцифровані дифракційні смуги для $\varphi_0 = 40^\circ$ (а), 40° (б) за умови $\theta_0 = 20^\circ$ (□, □ – оцифровані дані, суцільні лінії – результат апроксимації)

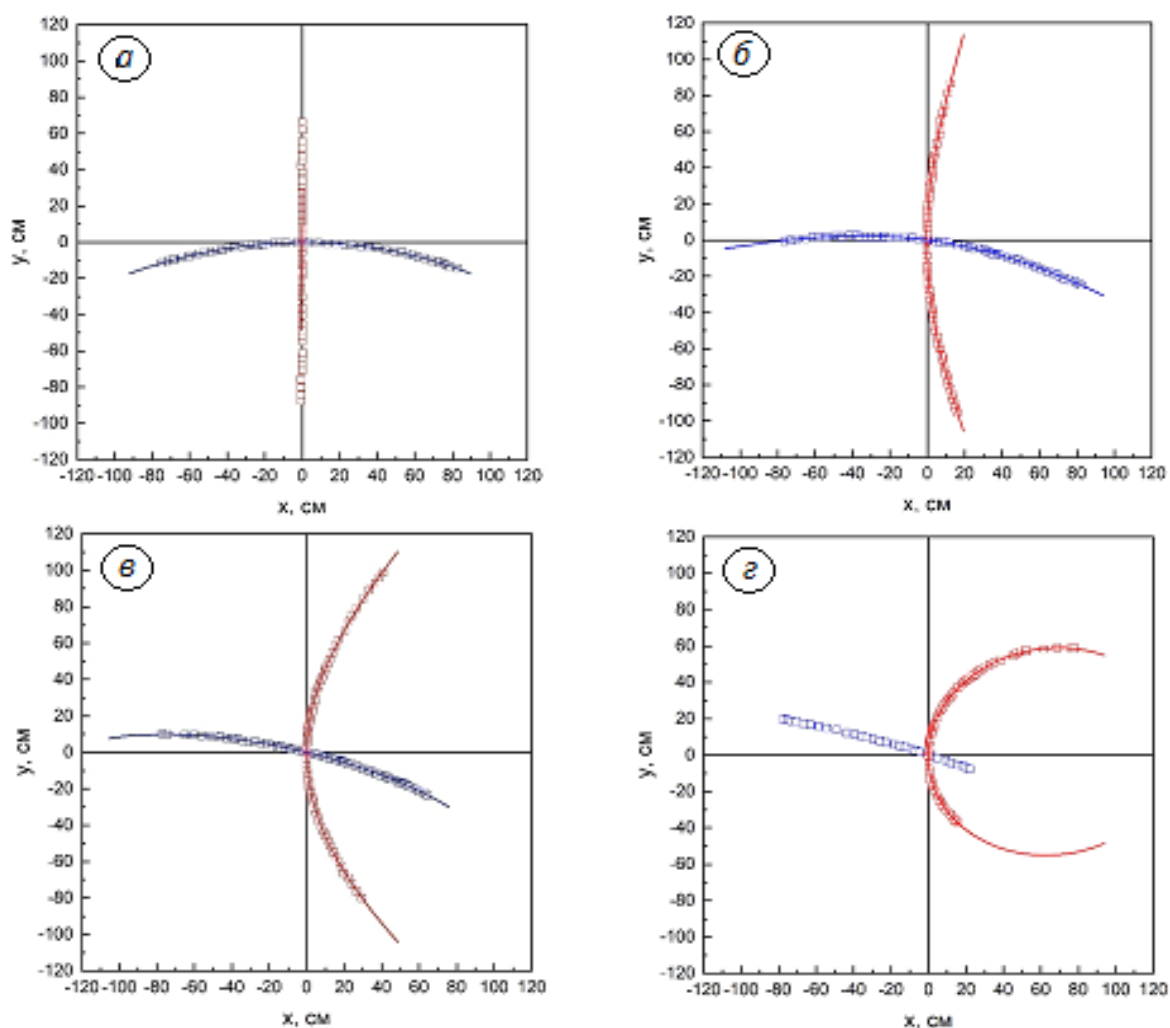


Рис. 4. 14. Оцифровані дифракційні смуги для $\varphi_0 = 0^\circ$ (а), -20° (б), -40° (в), -60° (г) за умови $\theta_0 = 20^\circ$

(□, □ – оцифровані дані, суцільні лінії – результат апроксимації)

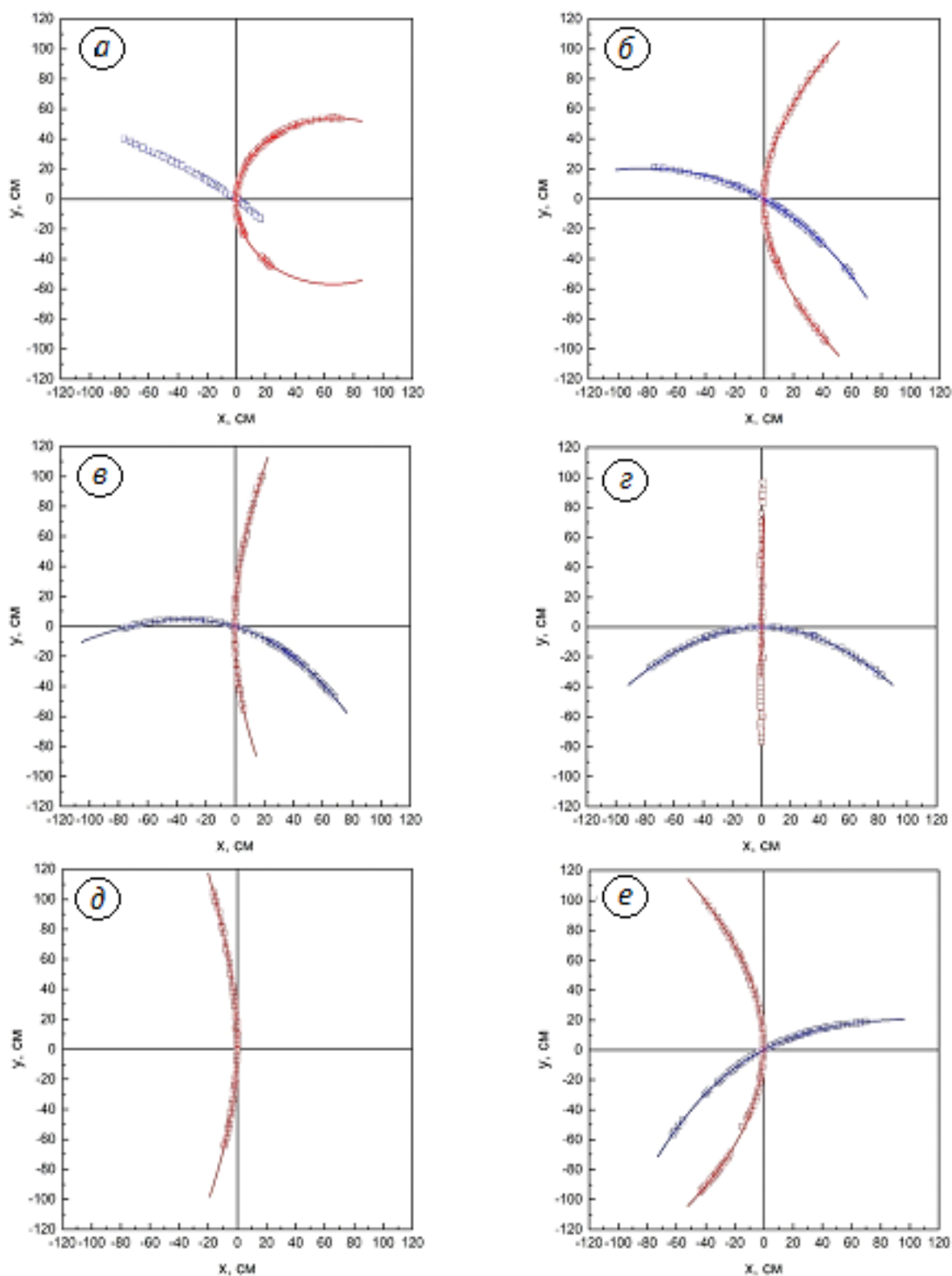


Рис. 4.15. Оцифровані дифракційні смуги для $\varphi_0 = -60^\circ$ (а), -40° (б), -20° (в), 0° (г), 20° (д), 40° (е) за умови $\theta_0 = 40^\circ$

(□, □ – оцифровані дані, суцільні лінії – результат апроксимації)

Як видно з рис. 4.15-а, результат апроксимації для однієї з кривих є незадовільним. Ця особливість пояснюється аналогічно, як і для зображень отриманих для кута $\theta_0 = 20^\circ$ відповідно.

На рис. 4.16–4.17 графічно представлено оцифровані зображення для кута $\theta_0 = 60^\circ$ повороту 2D дифракційної ґратки.

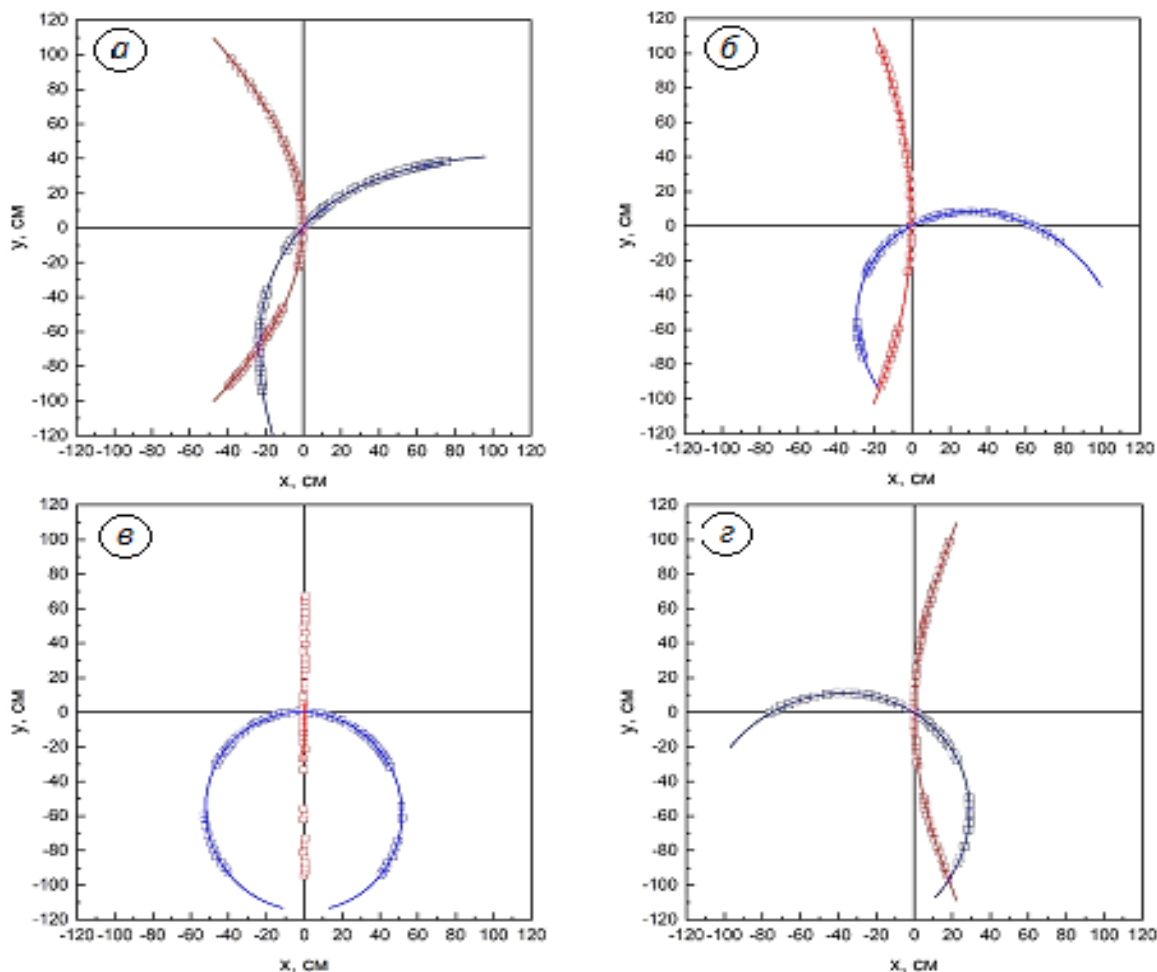


Рис. 4.16. Оцифровані дифракційні смуги для $\varphi_0 = 40^\circ$ (а), 20° (б), 0° (в), -20° (г) за умови $\theta_0 = 60^\circ$

(□, □ – оцифровані дані, суцільні лінії – результат апроксимації)

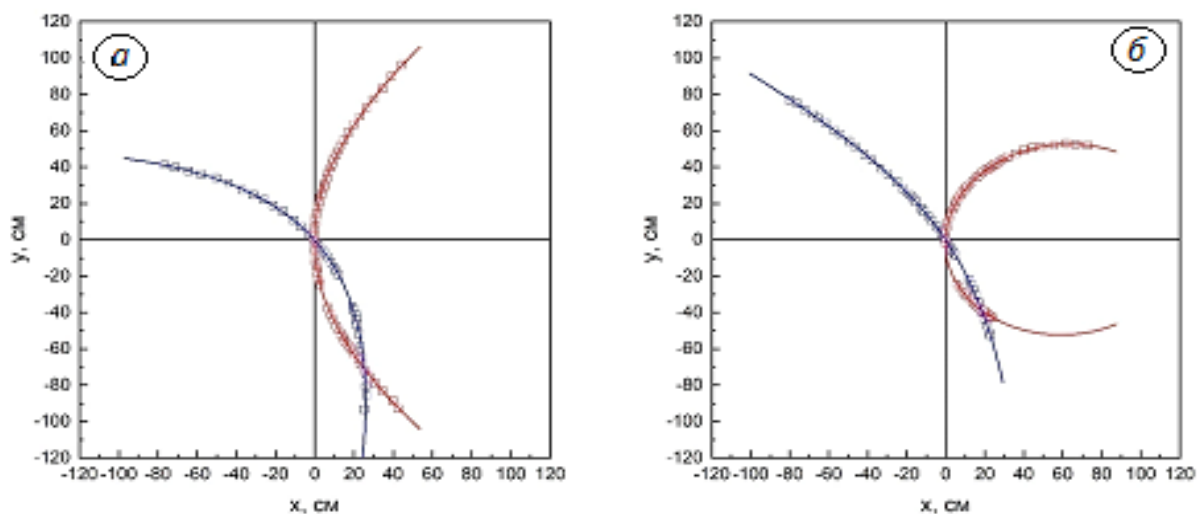


Рис. 4.17. Оцифровані дифракційні смуги для $\varphi_0 = -40^\circ$ (а), -60° (б) при $\theta_0 = 60^\circ$ (□, □ – оцифровані дані, суцільні лінії – результат апроксимації)

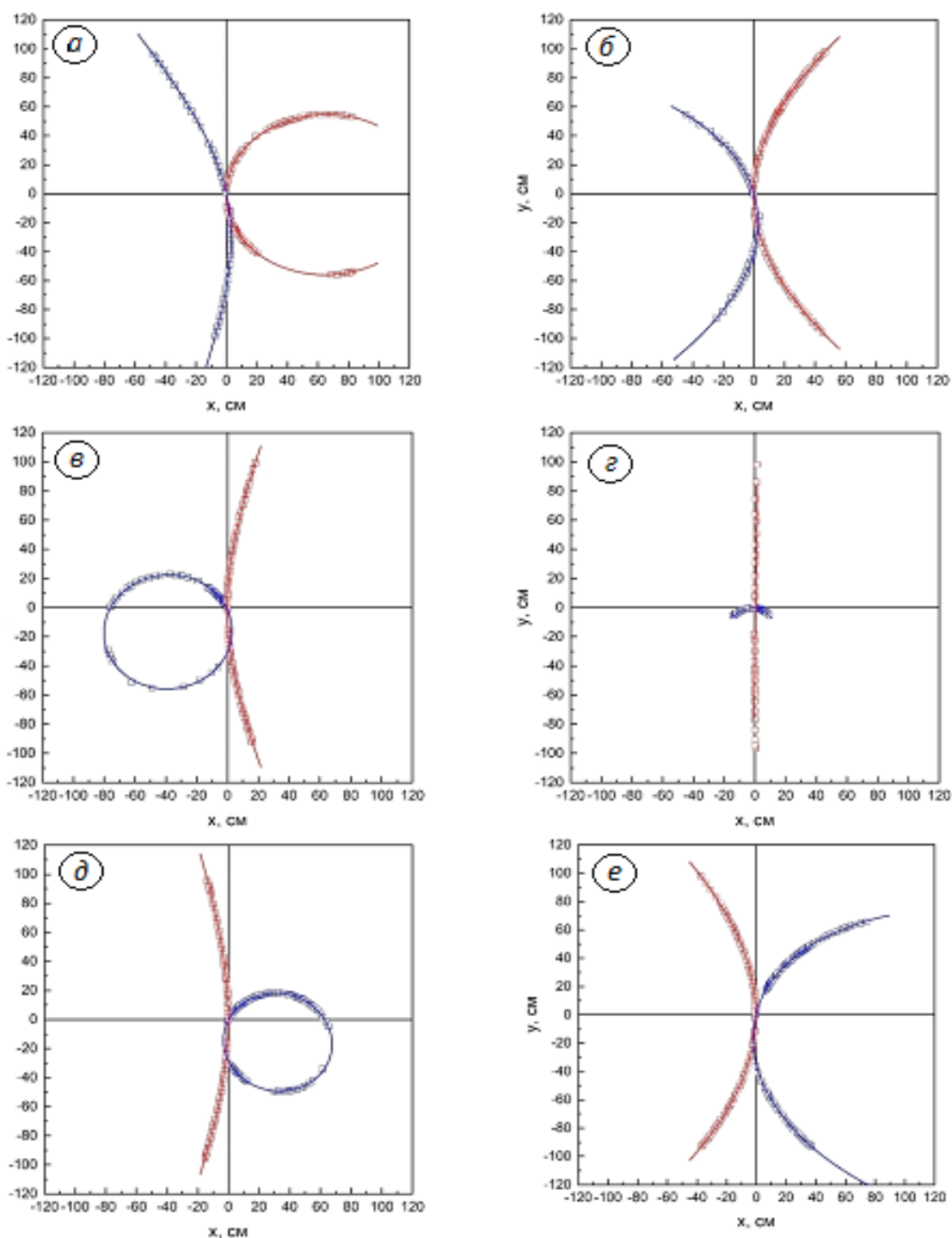


Рис. 4. 18. Оцифровані дифракційні смуги

для $\varphi_0 = -60^\circ$ (а), -40° (б), -20° (в), -0° (г), 20° (д), 40° (е) за умови $\theta_0 = 80^\circ$

Останнє фіксоване положення сигнального елемента в нашому експерименті для додатних θ_0 відповідає куту 80° . Така орієнтація ґратки в просторі відповідає умові поширення лазерного променя близького до площини ґратки. Дифракційні смуги в цьому випадку істотно викривляються, однак апроксимація здійснюється без особливих труднощів.

Кількісні результати нормованих кривих другого порядку для всієї серії оцифрованих зображень представлено в таб. 4.3.

Таблиця 4.3. Апроксимаційні коефіцієнти кривих другого порядку для додатних кутів θ_0

φ_0, θ_0	a	b	c	d	e	f	Дискри- мінант	Форма кривої
-60°, 0°	1	-0,07392	1,47322	-139,97211	0,12363	-44,69455	<0	Еліпс
	0	0	0	-2,03×10 ⁻⁴	1	0,03527	-	Пряма
-40°, 0°	1	0,34541	-2,47048	497,87842	1,66772	38,34506	>0	Гіпербола
	0	0	0	0,00107	1	-0,22219	-	Пряма
-20°, 0°	1	0,05262	-0,30906	163,90793	2,54979	18,62681	>0	Гіпербола
	0	0	0	0,00169	1	-0,35916	-	Пряма
0°, 0°	0	0	0	139,483	1	4,54417	-	Пряма
	0	0	0	-0,00215	1	-0,10464	-	Пряма
20°, 0°	1	-0,04547	-0,21770	-104,41345	-0,86072	-47,55180	>0	Гіпербола
	0	0	0	9,21×10 ⁻⁵	1	0,14859	-	Пряма
40°, 0°	1	-0,33806	-3,24065	-663,31020	-7,40297	-122,8604	>0	Гіпербола
	0	0	0	-4,16×10 ⁻⁴	1	0,30459	-	Пряма
40°, 20°	1	1,10785	6,41601	1395,50667	4,81426	394,38887	<0	Еліпс
	1	-12,77439	31,69252	19,94548	-67,33948	-1,34819	>0	Гіпербола
20°, 20°	1	1,60466	2,58238	1425,42408	4,12393	492,37018	<0	Еліпс
	0	0	0	-70,52695	1	-0,22514	-	Пряма
0°, 20°	1	-0,2235	0,91026	-1,42166	496,82641	72,164	<0	Еліпс
	1	0,08721	-0,1628	79,99108	-0,41681	21,64869	>0	Гіпербола
-20°, 0°	1	-1,75107	-4,01344	73,88755	556,93756	-94,64591	>0	Гіпербола
	1	0,27951	-1,69146	350,87599	-3,26947	-14,65213	>0	Гіпербола
-40°, 0°	1	2,41835	6,13667	127,52843	514,71485	-12,70696	<0	Еліпс
	1	-0,12005	1,34732	-131,85717	2,73666	-20,69477	<0	Еліпс
-60°, 0°	-	-	-	-	-	-	-	-
-60°, 0°	1	-0,0226	1,44986	-132,74333	5,83911	-39,2073	<0	Еліпс
	-	-	-	-	-	-	-	-
-40°, 0°	1	0,15545	-2,82144	552,43222	-6,67649	76,8591	>0	Гіпербола
	1	2,2144×10 ⁻⁵	0,79636	162,34704	300,98812	78,91166	<0	Еліпс
-20°, 40°	1	0,18822	-0,46555	226,92737	-1,80805	67,70155	>0	Гіпербола
	1	-0,8307	-0,26675	72,74767	247,0473	23,69411	>0	Гіпербола
0°, 40°	0	0	0	-57,84136	1	-5,34451	-	Пряма
	1	-0,00167	-0,20544	1,20728	204,18283	-19,71578	>0	Гіпербола
20°, 40°	1	-0,13184	-0,24226	-125,28284	1,23559	-39,04993	>0	Гіпербола
	-	-	-	-	-	-	-	-
40°, 40°	1	-0,68654	-5,48396	-1211,8642	18,55903	-479,6776	>0	Гіпербола
	1	3,69480	-1,15471	-278,88638	543,69764	-153,6214	>0	Гіпербола
40°, 60°	1	-0,45491	-3,61441	-792,56501	11,85911	-266,76279	>0	Гіпербола
	1	1,76866	1,56052	-304,53842	258,03502	-123,10642	<0	Еліпс
20°, 60°	1	-0,58736	-2,01503	-1183,9922	11,92528	-480,40595	>0	Гіпербола
	1	0,27413	0,93381	-63,41116	107,5063	-35,38131	<0	Еліпс
0°, 60°	0	0	0	-30,76792	1	7,75262	-	Пряма
	1	0,04315	0,81467	3,18156	93,4419	-10,65051	<0	Еліпс

Продовження таблиці 4.3

-20°, 0°	1	0,02931	-0,28408	129,39254	-0,4096	29,06012	>0	Гіпербола
	1	-0,1254	0,93734	75,47946	111,00453	32,81965	<0	Еліпс
-40°, 60°	1	0,30442	-4,37197	843,03589	-7,21842	226,13592	>0	Гіпербола
	1	-4,51861	1,90805	551,41274	456,67565	176,65747	>0	Гіпербола
-60°, 60°	1	-0,08006	1,37231	-122,32144	4,40685	-36,94471	<0	Еліпс
	1	1,87981	0,06219	-154,84038	-97,19933	-17,5307	>0	Гіпербола
-60°, 80°	1	-0,01433	1,39584	-130,44866	2,70285	-36,11749	<0	Еліпс
	1	0,45602	-0,36999	-114,99057	-23,85371	-5,26364	>0	Гіпербола
-40°, 80°	1	0,23201	-4,49640	872,28197	-7,89101	230,85994	>0	Гіпербола
	1	-1,13523	3,9666	567,88764	158,8044	8,16794	<0	Еліпс
-20°, 80°	1	0,03624	-0,17508	75,74147	-0,49526	18,65898	>0	Гіпербола
	1	-0,0365	1,12549	76,65022	35,9655	52,15363	<0	Еліпс
0°, 80°	0	0	0	-82,28615	1	28,4805	-	Пряма
	1	-0,31277	0,26194	2,68736	27,1119	5,18839	<0	Еліпс
20°, 80°	1	-0,04989	-0,15537	-85,3251	0,26572	-23,46765	>0	Гіпербола
	1	0,08603	1,10138	-62,87341	31,69437	4,60185	<0	Еліпс
40°, 80°	1	-0,56660	-5,07074	-1218,7127	1,43791	-573,56305	>0	Гіпербола
	1	0,59256	2,27103	-314,72982	77,02811	-142,5070	<0	Еліпс

4.2.2. Оцифрування даних і опрацювання експериментальних результатів для від'ємних кутів θ_0

Розглянемо результати опрацювання зображень, які представлено в п. 2.2.3; вони відповідають умові від'ємних кутів θ_0 . Значна кількість зображень дає можливість отримати коефіцієнти кривих другого порядку і кількісно простежити еволюцію параметрів дифракційних смуг. Аналогічно, як і в попередніх пунктах, на кожному зображенні виділятимемо дві криві та застосовуватимемо регресійні методи для знаходження невідомих коефіцієнтів.

Стартуємо з найменшого (за модулем) значення кута θ_0 . На рис. 4.19 представлено оцифровані зображення та регресійні криві за умови $\theta_0 = -20^\circ$.

Як видно з отриманої серії рисунків апроксимація даних оцифрованих зображень реалізується достатньо добре. Винятком в даному випадку є відсутність однієї з дифракційних смуг на рис 4.19-а, б, е (друга смуга не зафіксована під час проведення експерименту).

Наступна область сканування кутів відповідає умові від'ємного кута $\theta_0 = -40^\circ$; відповідні побудовані апроксимаційні криві подано на рис. 4.20.

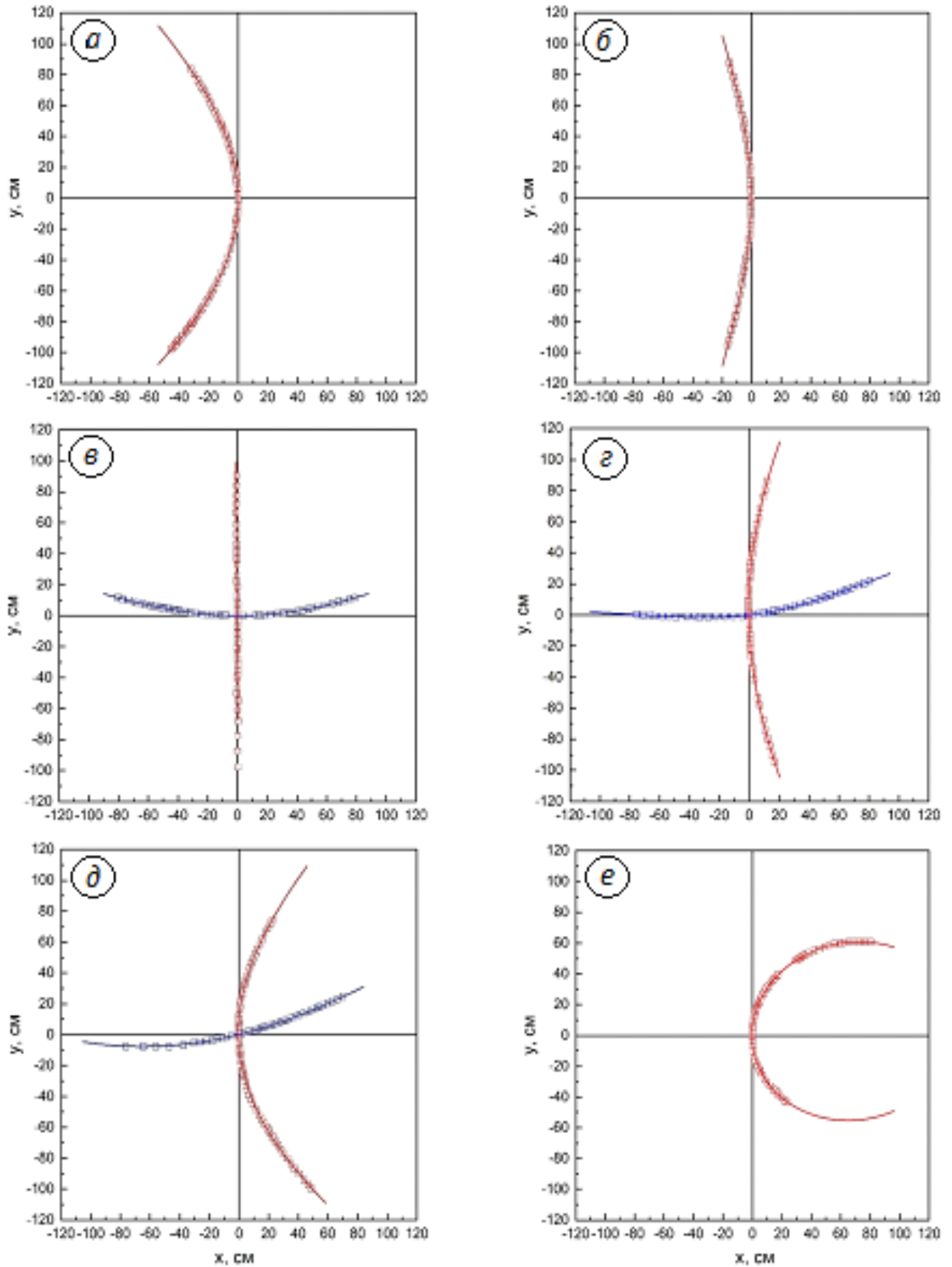


Рис. 4. 19. Оцифровані дифракційні смуги для $\varphi_0 = 40^\circ$ (а), 20° (б), 0° (в), -20°

(г), -40° (д), -60° (е) за умови $\theta_0 = -20^\circ$

(□, □ – оцифровані дані, суцільні лінії – результат апроксимації)

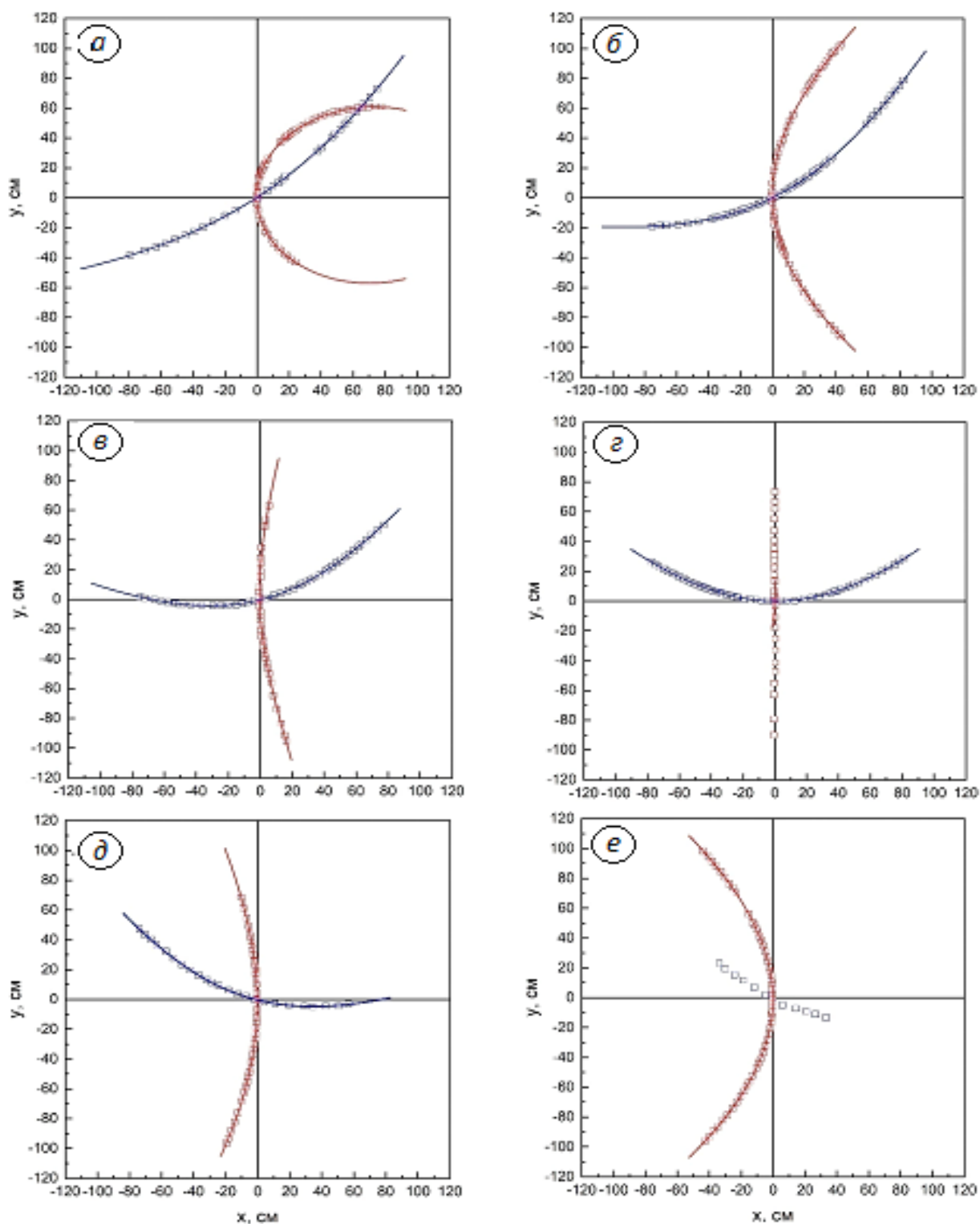


Рис. 4.20. Оцифровані дифракційні смуги для $\varphi_0 = -60^\circ$ (а), -40° (б), -20° (в), 0° (г), 20° (д), 40° (е) за умови $\theta_0 = -40^\circ$
 (□, □ – оцифровані дані, суцільні лінії – результат апроксимації)

Як видно з рис. 4.20-е, дані для кривої (позначені синім кольором) не апроксимовано (не вдалося розрахувати відповідні регресійні коефіцієнти).

Однак і на отриманому зображенні відповідна крива майже не ідентифікується.

Розглянемо результати цифрової обробки дифрактограм для $\theta_0 = -60^\circ$.

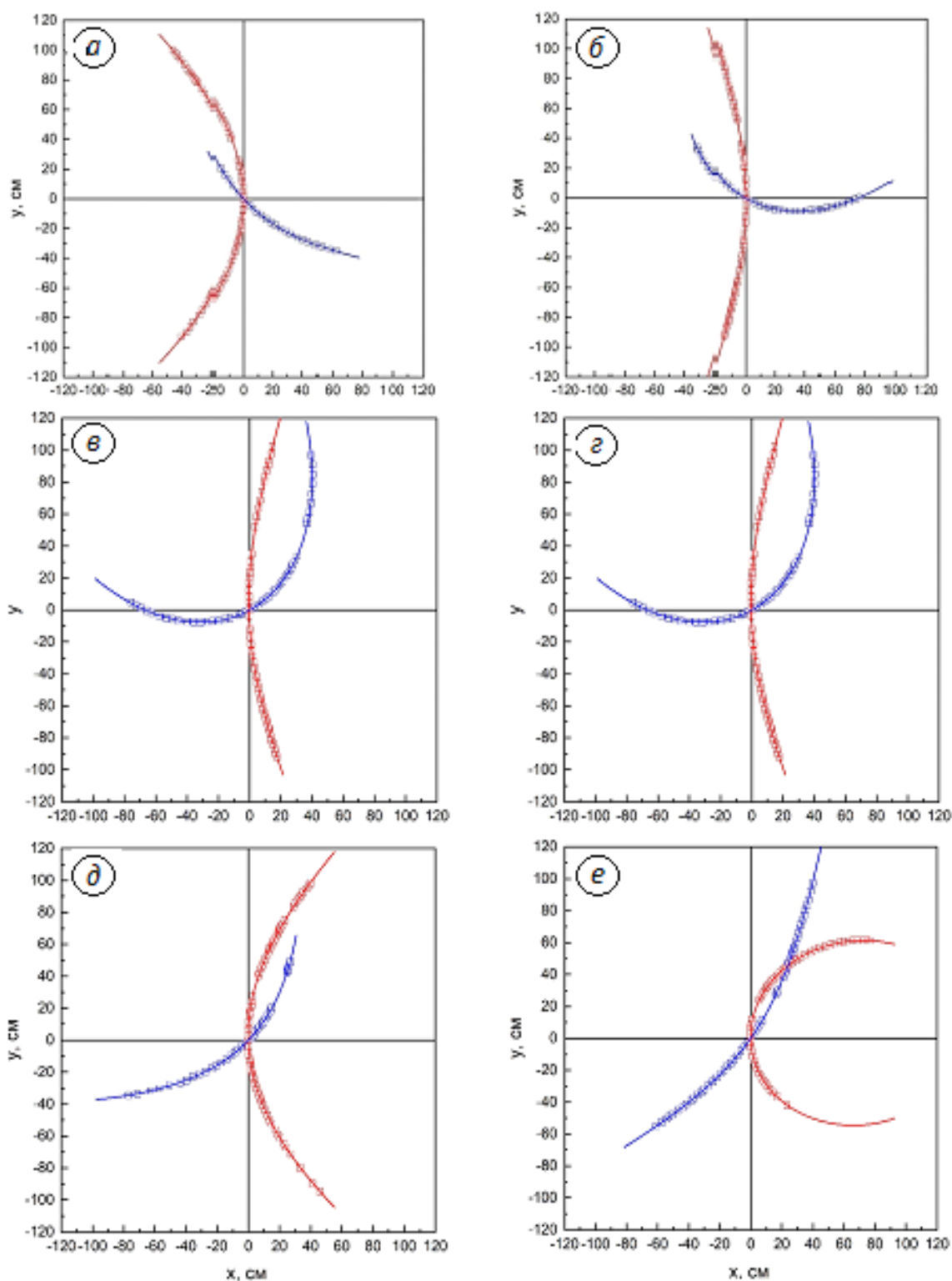


Рис. 4.21. Оцифровані дифракційні смуги для $\phi_0 = 40^\circ$ (а), 20° (б), 0° (в), -20° (г), -40° (д), -60° (е) за умови $\theta_0 = -60^\circ$

(□, □ – оцифровані дані, суцільні лінії – результат апроксимації)

Остання область сканування (див. рис. 4.22) відповідає умові найбільшого (за модулем) кута $\theta_0 = -80^\circ$. Така орієнтація відповідає найбільшому розвороту дифракційної ґратки відносно початкового положення.

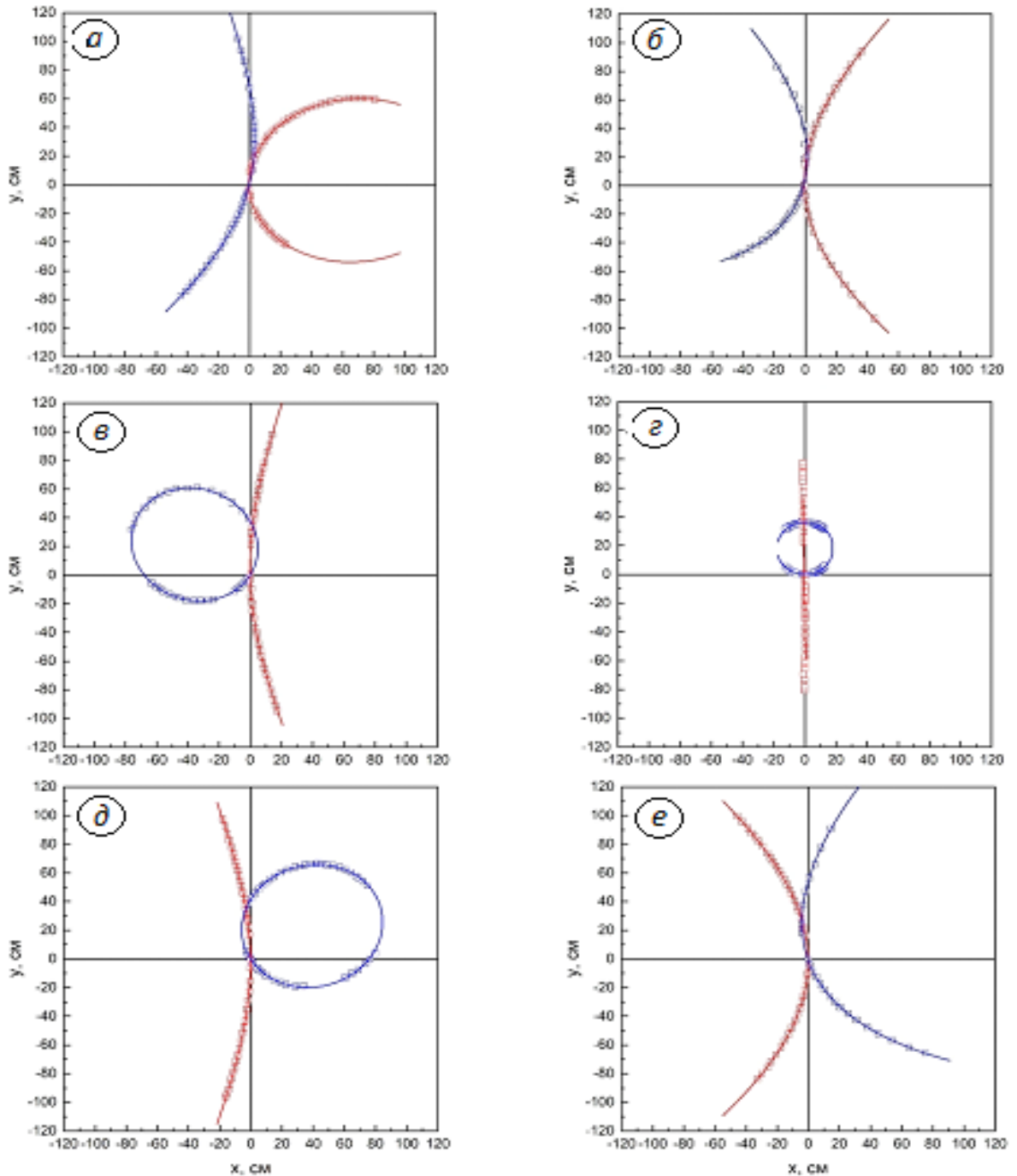


Рис. 4. 22. Оцифровані дифракційні смуги для $\varphi_0 = -60^\circ$ (а), -40° (б), -20° (в),

0° (г), 20° (д), 40° (е) за умови $\theta_0 = -80^\circ$

(□, □ – оцифровані дані, суцільні лінії – результат апроксимації)

Отримані коефіцієнти кривих другого порядку (нормовані на коефіцієнт a) для цієї області сканування представлено в таб. 4.4.

Таблиця 4.4. Коефіцієнти кривих другого порядку для від'ємних кутів θ_0

φ_0, θ_0	a	b	c	d	e	f	Дискри- мінант	Форма кривої
40°,	1	-0,34473	-2,62291	-531,07901	-7,90708	-98,82592	>0	Гіпербола
-20°	-	-	-	-	-	-	-	-
20°,	1	0,01904	-0,12657	-53,84573	-0,07456	-18,59139	>0	Гіпербола
-20°	-	-	-	-	-	-	-	-
0°, -	0	0	0	104,91125	1	17,40906	-	Пряма
20°	1	0,26257	-4,66963	-1,67068	-495,99248	19,85267	>0	Гіпербола
-20°,	1	-0,02902	-0,54172	285,05693	4,26439	116,84611	>0	Гіпербола
-20°	1	9,50787	-30,65949	73,372	-676,25072	30,69665	>0	Гіпербола
-40°,	1	0,54466	-2,40778	498,93990	6,78318	255,45396	>0	Гіпербола
-20°	1	0,02095	-1,55166	129,86234	-537,51982	137,76900	>0	Гіпербола
-60°,	1	-0,12921	1,41529	-137,128	0,92038	-49,94277	<0	Еліпс
-20°	-	-	-	-	-	-	-	-
-60°,	1	-0,0543	1,48519	-143,09532	-1,72511	-43,78532	<0	Еліпс
-40°	1	-408,287	180,50542	-41880,552	60504,33394	-20321,78	>0	Гіпербола
-40°,	1	0,56289	-3,65751	769,99861	13,77974	105,52215	>0	Гіпербола
-40°	1	3,44532	-1,94993	254,69646	-483,08513	49,10955	>0	Гіпербола
-20°,	1	0,05869	-0,08650	41,84843	0,84238	20,86253	>0	Гіпербола
-40°	1	1,07172	-1,06344	67,01939	-248,47178	-58,9323	>0	Гіпербола
0°, -	0	0	0	-28,76365	1	-6,11296	-	Пряма
40°	1	0,01376	-0,62905	-0,34179	-212,76529	-17,34551	>0	Гіпербола
20°,	1	-0,18492	-0,49346	-224,97822	-2,50336	-78,11686	>0	Гіпербола
-40°	1	-1,45033	-1,1941	-75,68586	-282,03826	-120,79939	>0	Гіпербола
40°,	1	-0,29112	-4,35838	-913,51612	-8,42884	-170,17133	>0	Гіпербола
-40°	-	-	-	-	-	-	-	-
40°,	1	-0,19311	-3,81039	-785,20290	-10,76814	-61,62460	>0	Гіпербола
-60°	1	26,44615	3,20924	1728,57840	1636,50247	408,32648	>0	Гіпербола
20°,	1	-0,00424	-0,19775	-91,77566	-1,17779	-14,09967	>0	Гіпербола
-60°	1	-0,65883	0,5894	-75,1359	-136,39116	-48,744	<0	Еліпс
0°, -	0	0	0	75,32629	0	9,86163	-	Пряма
60°	1	0,02241	0,58545	-0,98098	-107,53784	-18,61999	<0	Еліпс
-20°,	1	0,09964	-0,17068	80,98687	1,8268	29,01138	>0	Гіпербола
-60°	1	0,50437	0,62554	66,69014	-123,8402	-5,12521	<0	Еліпс

Продовження таблиці 4.4

-40°	1	0,35816	-2,56843	516,00343	14,04963	91,26358	>0	Гіпербола
-60°	1	6,08797	1,15331	541,63602	-530,21653	-3,78324	>0	Гіпербола
-60°	1	-0,11325	1,4395	-138,16849	-2,1622	-36,2837	<0	Еліпс
-60°	1	-2,25585	0,3026	-140,18671	101,42019	-19,98099	>0	Гіпербола
-60°	1	-0,10118	1,43437	-136,07057	-2,0796	-25,54292	<0	Еліпс
-80°	1	-0,87115	-0,61063	-182,22011	42,37177	-11,17876	>0	Гіпербола
-40°	1	0,33809	-2,16594	426,59039	10,48256	200,67964	>0	Гіпербола
-80°	1	1,47291	1,97761	317,25213	-78,86612	300,11690	<0	Еліпс
-20°	1	0,06891	-0,21916	112,29912	2,22879	5,54197	>0	Гіпербола
-80°	1	0,1614	1,05804	68,01551	-39,60075	2,99572	<0	Еліпс
0°, -	0	0	0	66,66779	1	21,50879	-	Пряма
80°	1	-0,0214	1,00507	0,08019	-36,3154	0,44943	<0	Еліпс
20°	1	0,0097	-0,1807	-84,41873	-0,93332	-28,5427	>0	Гіпербола
-80°	1	-0,13641	1,11133	-75,53601	-45,80663	-24,56576	<0	Еліпс
40°	1	-0,3451	-3,95329	-814,01905	-15,41714	-173,04153	>0	Гіпербола
-80°	1	-2,85019	4,05592	-682,49581	-216,19083	-239,42615	<0	Еліпс

4.3. Оцифрування даних і опрацювання експериментальних результатів за умови рівномірної зміни одного з кутів

Розглянемо результати опрацювання зображень для експерименту з плавною зміною одного з кутів повороту дифракційної ґратки. Експериментальні зображення дифракційних смуг для фіксованого кута $\varphi_0 = -30^\circ$ та області сканування θ_0 від -80° до 80° приведено в п. 2.2.4.

Аби простежити еволюцію зміни форми кривих доцільно на одному графіку зобразити дифракційні смуги, наприклад для кутів однакових за модулем та протилежним за знаком. Так на рис. 4.23 представлено оцифровані дані для зображень, які відповідають таким кутам повороту ґратки в просторі: $\varphi_0 = \pm 20^\circ$ і $\theta_0 = -30^\circ$, відповідно. Бачимо дві гіперболи, одна з яких (позначена червоним кольором) є симетричною відносно осі x (системи координат екрану) та змінює свою орієнтацію симетрично відносно осі y при зміні кута φ_0 , а для другої гіперболи (позначена синім кольором) вісь y відіграє функцію площини симетрії.

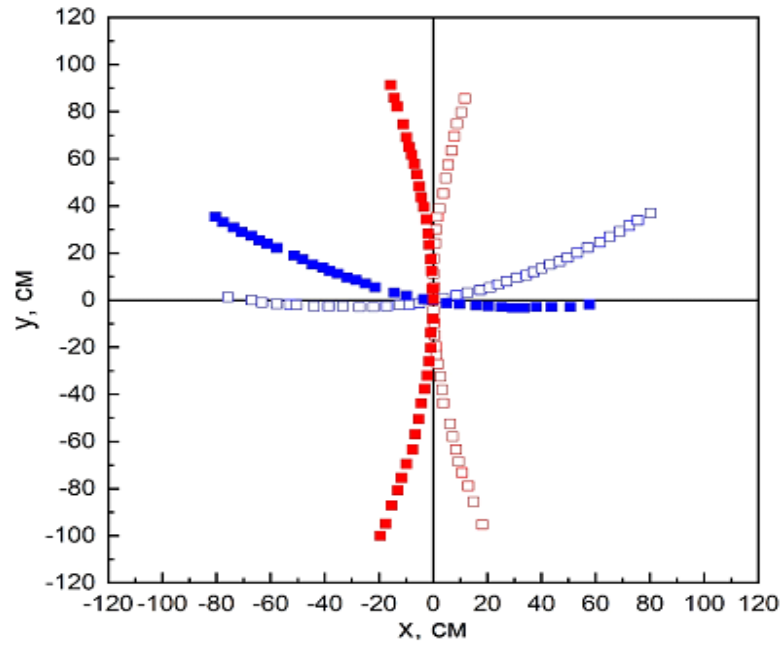


Рис. 4.23. Оцифровані дифракційні смуги для $\varphi_0 = 20^\circ$ (■, ■), $\varphi_0 = -20^\circ$ (□, □) за умови фіксованого кута $\theta_0 = -30^\circ$

Проаналізуємо якісну зміну кривих другого порядку за умови фіксованого кута φ_0 . Відповідні залежності представлено на рис. 4.24, 4.25.

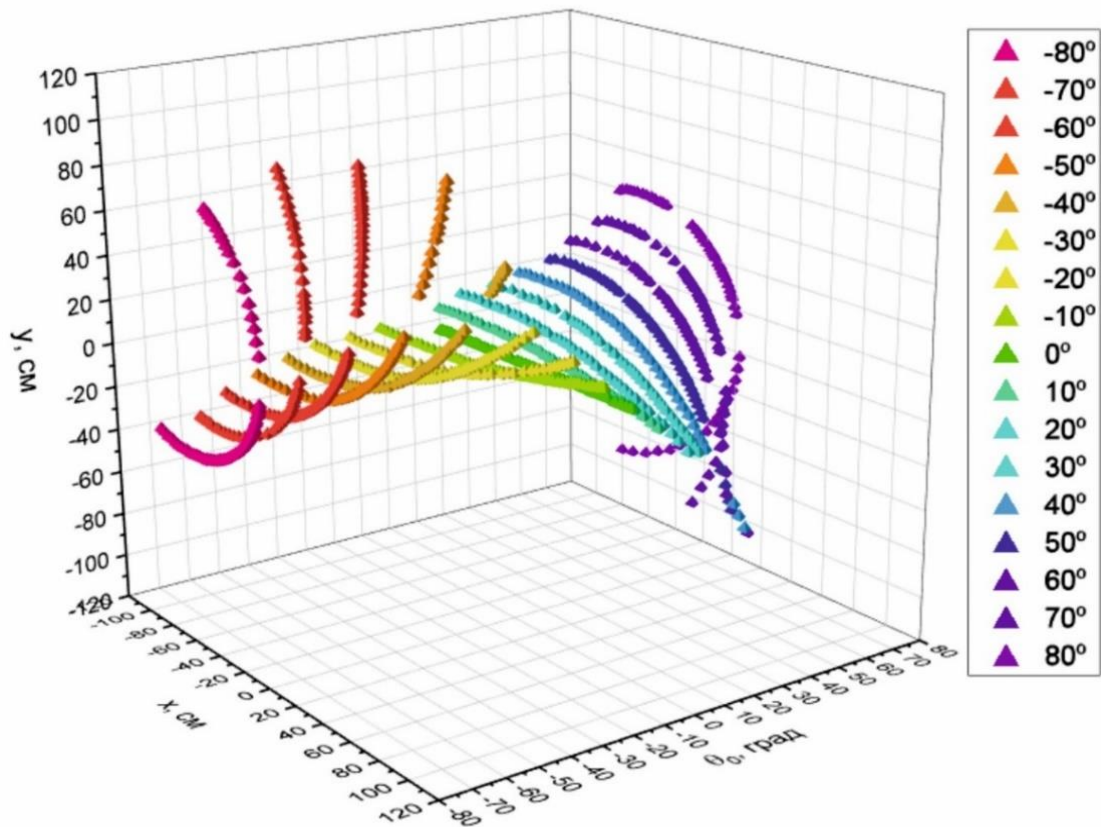


Рис 4.24. Просторова θ_0 -еволюція дифракційної смуги за умови фіксованого кута φ_0

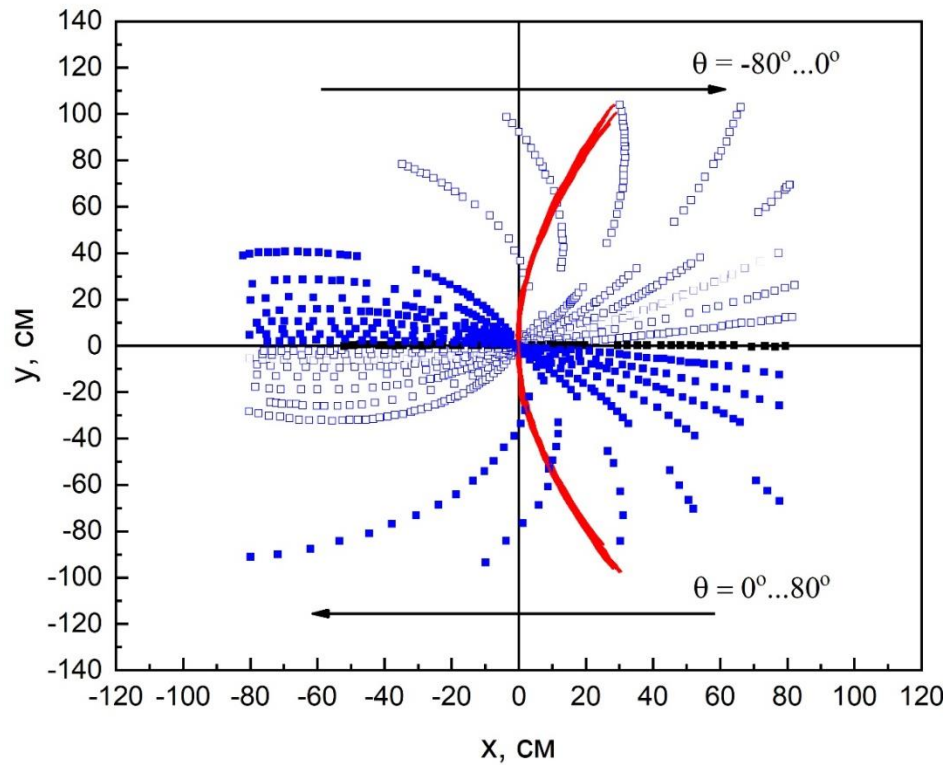


Рис. 4.25. θ_0 -кутова еволюція дифракційної смуги, за умови фіксованого кута φ_0 . Стрілками позначено зміни кута θ_0

Регресійні коефіцієнти в цьому випадку представлено в таб. 4.5.

Таблиця 4.5. Коефіцієнти кривих за умови плавної зміни кута θ_0

φ_0, θ_0	a	b	c	d	e	f	Дискри- мінант	Форма кривої
$-30^\circ, -80^\circ$	1	0,07454	-0,57765	173,10436	2,79311	43,43786	>0	Гіпербола
	1	0,36823	1,30676	122,17256	-51,16891	15,21287	<0	Еліпс
$-30^\circ, -70^\circ$	1	0,11439	-0,54907	161,24807	3,07716	35,3394	>0	Гіпербола
	1	0,56093	1,04247	128,40167	-96,972	26,41641	<0	Еліпс
$-30^\circ, -60^\circ$	1	0,11865	-0,52382	153,6039	2,26465	31,42767	>0	Гіпербола
	1	0,97494	0,75028	134,80712	-157,11396	60,80228	<0	Еліпс
$-30^\circ, -50^\circ$	1	0,19604	-0,70792	211,59347	3,32619	-24,24525	>0	Гіпербола
	1	1,75313	-0,07605	138,85616	-241,6617	46,56078	>0	Гіпербола
$-30^\circ, -40^\circ$	1	0,12275	-0,76804	238,79857	4,98748	-22,56128	>0	Гіпербола
	1	1,89452	-1,14143	127,35717	-318,20571	76,47598	>0	Гіпербола
$-30^\circ, -30^\circ$	1	0,72181	6,47710	-2138,0306	-45,52199	451,92687	>0	Гіпербола
	1	4,97285	-7,73695	137,67641	-490,96377	31,75237	>0	Гіпербола
$-30^\circ, -20^\circ$	1	0,24742	-1,09082	346,75556	4,56873	-25,65947	>0	Гіпербола
	1	10,458	-26,93799	160,8099	-938,44153	159,55537	>0	Гіпербола

Продовження таблиці 4.5

-30°, -10°	1	0,14611	-0,35896	95,19665	-0,68976	52,81391	>0	Гіпербола
	1	440,54068	-2259,994	1435,95515	-17691,9808	-5949,2540	>0	Гіпербола
-30°, 0°	1	0,13553	-0,48244	136,997	0,53475	49,27769	>0	Гіпербола
	0	0	0	0,00226	1	-0,13275	-	Пряма
-30°, 10°	1	0,04796	-0,78806	234,17803	2,75631	125,32376	>0	Гіпербола
	1	-0,00038	-4,15541	105,41903	1128,26998	174,67459	>0	Гіпербола
-30°, 20°	1	0,10761	-0,70236	204,67954	1,04989	59,60831	>0	Гіпербола
	1	-1,89196	-4,55872	127,83110	659,95291	214,39168	>0	Гіпербола
-30°, 30°	1	0,05506	-0,57564	164,74838	0,66313	60,9414	>0	Гіпербола
	1	-1,82009	-2,40390	127,85995	432,86992	66,34032	>0	Гіпербола
-30°, 40°	1	0,06145	-0,52894	147,84757	0,51917	86,00052	>0	Гіпербола
	1	-2,59507	-1,66471	149,44466	355,06656	128,09103	>0	Гіпербола
-30°, 50°	1	0,05454	-0,75207	222,1306	0,9914	106,89699	>0	Гіпербола
	1	-1,0513	0,29409	135,4027	215,8673	123,77361	<0	Еліпс
-30°, 60°	1	0,00143	-0,70677	206,75278	1,05729	85,04487	>0	Гіпербола
	1	-0,61848	0,92868	137,81612	159,67959	126,19152	<0	Еліпс
-30°, 70°	1	0,06692	-0,73665	219,19751	0,03813	85,89893	>0	Гіпербола
	1	-0,38207	1,21589	134,84317	97,30459	80,67515	<0	Еліпс
-30°, 80°	1	0,07464	-0,67973	199,15859	0,3267	89,66967	>0	Гіпербола
	1	-0,29748	1,5115	148,57423	53,11124	32,57185	<0	Еліпс

Як видно з даних, наведених у табл. 4.5, при плавній зміні кута θ_0 за умови $\varphi_0 = -30^\circ$ домінує гіперболічна форма дифракційної смуги (результати позначені синім кольором на рис. 2.43). Гіпербола переходить в еліпс за умови $\theta_0 = 45^\circ$. Ця особливість узгоджується з висновками отриманими на основі аналізу рівнянь математичної моделі конічної дифракції (див. розділ 3).

4.4. Висновки по розділу

Виконано оцифрування експериментальних даних, що дало можливість отримати інформацію про орієнтацію дифракційної ґратки відносно спадного променя, або, в загальному випадку, координати джерела лазерного

випромінювання. За допомогою регресійних методів аналізу даних отримано коефіцієнти кривих другого порядку, які описують дифракційні смуги для конічної дифракції на 1D і 2D волоконно-дифракційній ґратці. Засобами математичного, чисельного та обчислювального моделювання визначено криві другого порядку та кути повороту дифракційної ґратки. Вибором емпіричних параметрів у співвідношеннях запропонованої математичної моделі забезпечено найкраще узгодження побудованих засобами математичного моделювання кривих з експериментальними.

Показано, що гіперболічний тип кривої другого порядку є домінуючим для дифракційних смуг отриманих для 2D дифракційної ґратки.

Виконаний обчислювальний експеримент показав, що метод регресії ортогональних відстаней є кращим і універсальнішим методом визначення коефіцієнтів кривих другого порядку у порівнянні з методом найменших квадратів.

РОЗДІЛ 5

ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ

Одним із найперспективніших застосувань отриманих результатів є впровадження розглянутих оптичних елементів в сенсори, які можна використати для визначення початкового положення джерела лазерного випромінювання.

5.1. Сенсор на основі волоконно-дифракційної ґратки

Реальний прототип сенсора на основі дифракційної ґратки із оптичних волокон має містити світлочутливий двовимірний приймач мініатюрних розмірів. Прикладом таких пристроїв є міні-камери на основі приладів із зарядовим зв'язком ПЗЗ (CCD – Charge Coupled Device, англ.) [24]. Крім того можна скористатися дешевшими світлочутливими двовимірними приймачами на основі комплементарних МОН (МОН – Метал-Оксид-Напівпровідник) транзисторів, які містяться, зокрема, у веб-камерах та смартфонах. Перевагою таких пристроїв є відносна простота використання та ціна [18]. Ідентифікація зображення з матриці та його подальше опрацювання має здійснюватися програмно (в реальному масштабі часу) за допомогою, наприклад, компактного мікроконтролера [24]. Систему на основі волоконної дифракційної ґратки представлено на рис. 5.1.

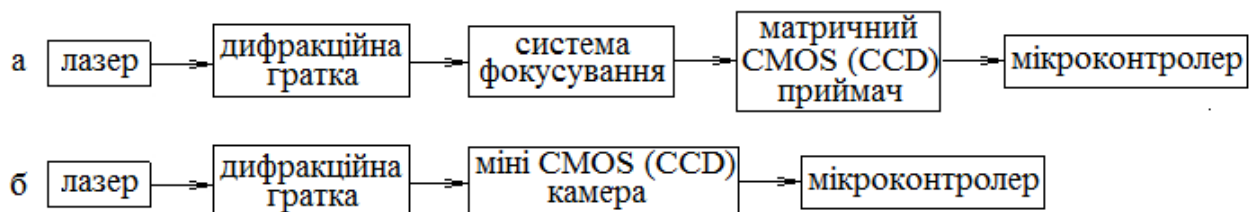


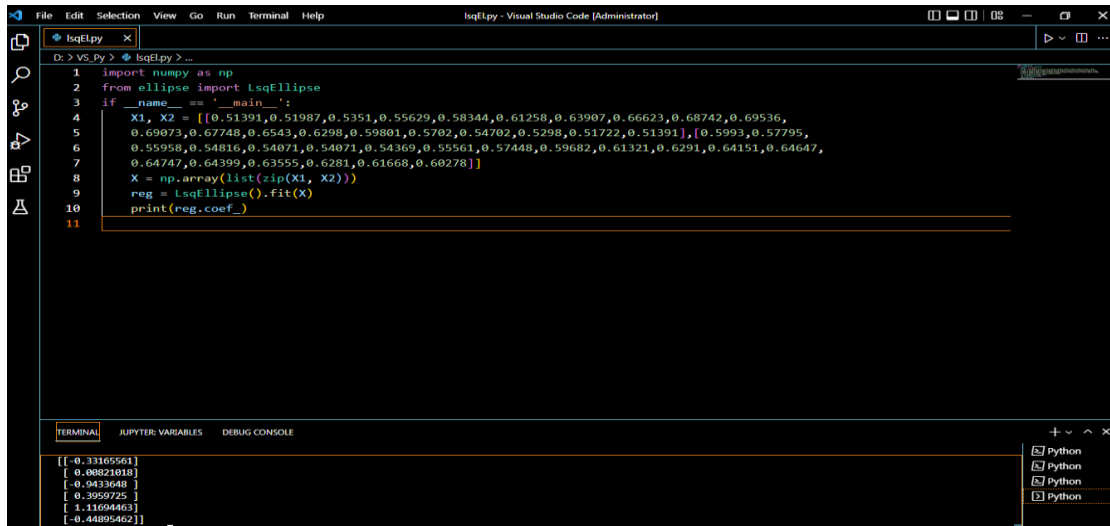
Рис. 5.1. Варіанти схем (а, б) системи на основі волоконної дифракційної ґратки. У схемі б фокусуєча система є інтегрована у міні-камеру

Сучасні компактні мікроконтролери містять достатні за обсягом об'єми пам'яті для запису програм, які можна використати для опрацювання даних в реальному масштабі часу. Крім того можна реалізувати попереднє опрацювання зображень (фільтрація), алгоритм роботи якого описано в п. 2.3.

Мовою програмування, яку використовують для роботи з сучасними мікроконтролерами є C, або Assembler. Однак все частіше для реалізації мікропроцесорних систем є Python і його модифікація MicroPython (MicroPython – версія Python, яка використовується для роботи з мікроконтролерами). Перелік мікропроцесорних систем, які програмуються за допомогою цієї мови програмування є доволі значний (наприклад Raspberry, STM, тощо).

Одним із варіантів знаходження коефіцієнтів кривих еліптичного типу є використання бібліотек Python. Так коефіцієнти a , b , c , d , e , f можна визначити за допомогою функцій бібліотеки lsq-ellipse2.2.1. Розглянемо простий скрипт із використанням функцій бібліотеки lsq-ellipse (програма написана в середовищі Microsoft Visual Studio Code). Копія екрану програми Microsoft Visual Studio Code представлено на рис. 5.2, а коефіцієнти a , b , c , d , e та f розраховуються за допомогою функції `LsqEllipse().fit(X)`.

Алгоритм роботи програми зрозуміти нескладно. Експериментальні дані в програму вводяться вручну (за допомогою подвійного списку, див. рядок 4-7, рис. 5.2). Також, можна автоматизувати цей процес шляхом зчитування координат дифракційних кривих із попередньо сформованих текстових файлів (можна використати й інші типи файлів з даними). Потім формується масив X за допомогою конструкції `np.array()` (рядок 8, рис. 5.2). Для успішної роботи даного скрипту потрібно використовувати методи та функції бібліотеки `numpy` (див рядок 1). 9-ий рядок ілюструє результат роботи із функцією `LsqEllipse().fit(X)`. Стрічка `print(reg.coef)` виводить в консоль інформацію про параметри кривої другого порядку (див. масив чисел у нижній частині рис. 5.2).



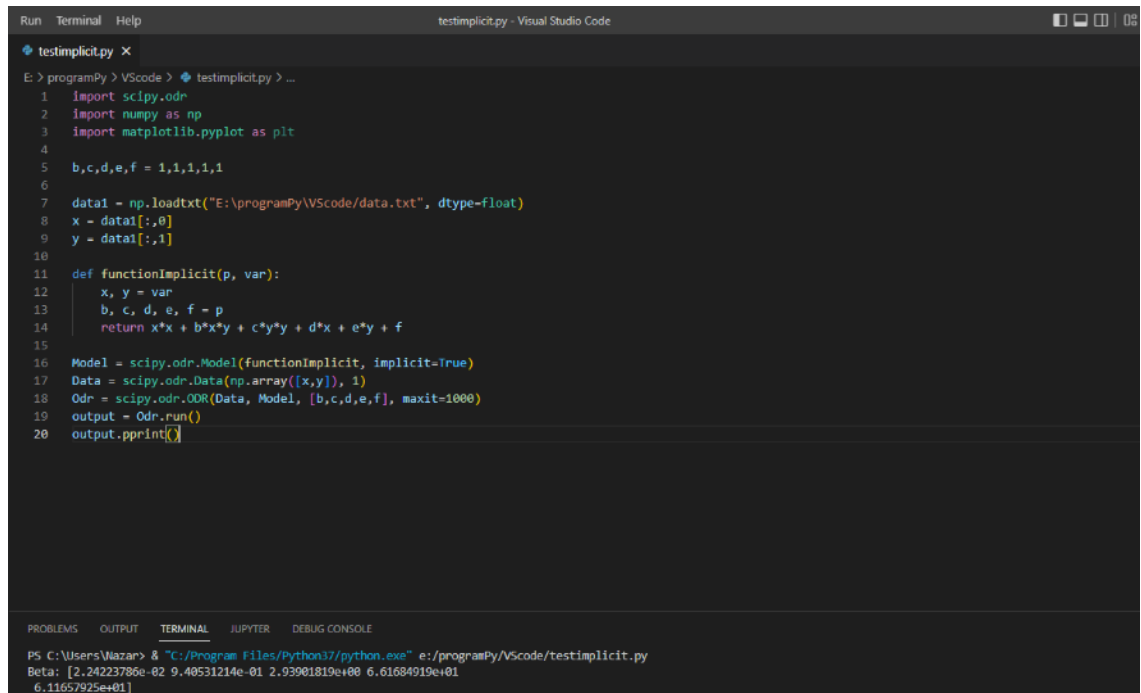
```

1 import numpy as np
2 from ellipse import LsqEllipse
3 if __name__ == '__main__':
4     X1, X2 = [[0.51391, 0.51987, 0.5351, 0.55629, 0.58344, 0.61258, 0.63907, 0.66623, 0.68742, 0.69536,
5               0.69073, 0.67748, 0.6543, 0.6298, 0.59801, 0.5702, 0.54702, 0.5298, 0.51722, 0.51391], [0.5993, 0.57795,
6               0.55958, 0.54816, 0.54071, 0.54071, 0.54369, 0.55561, 0.57448, 0.59682, 0.61321, 0.6291, 0.64151, 0.64647,
7               0.64747, 0.64399, 0.63555, 0.6281, 0.61668, 0.60278]]
8     X = np.array(list(zip(X1, X2)))
9     reg = LsqEllipse().fit(X)
10    print(reg.coef_)
11

```

Рис. 5.2. Python-скрипт для обчислення параметрів еліптичних кривих другого порядку

Аналіз даних за допомогою методу регресії ортогональних відстаней можна здійснити чисельно за допомогою відповідного програмного забезпечення. У цьому контексті можна згадати програму ODRPACK [37], реалізовану на мові програмування FORTRAN. Однак, найоптимальнішим в даному випадку є використання мови Python, де методи реалізовані в межах бібліотеки SciPy.



```

1 import scipy.odr
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4
5 b,c,d,e,f = 1,1,1,1,1
6
7 data1 = np.loadtxt("E:\programPy\VScode\data.txt", dtype=float)
8 x = data1[:,0]
9 y = data1[:,1]
10
11 def functionImplicit(p, var):
12     x, y = var
13     b, c, d, e, f = p
14     return x*x + b*x*y + c*y*y + d*x + e*y + f
15
16 Model = scipy.odr.Model(functionImplicit, implicit=True)
17 Data = scipy.odr.Data(np.array([x,y]), 1)
18 Odr = scipy.odr.ODR(Data, Model, [b,c,d,e,f], maxit=1000)
19 output = Odr.run()
20 output.pprint()

```

Рис.5.3. Python-скрипт для визначення параметрів заданої неявно функції за допомогою методу регресії ортогональних відстаней

Математична модель взаємодії лазерного випромінювання з волоконно-дифракційною ґраткою та відповідне програмне забезпечення використані при розробленні низки систем попередження військовослужбовця про небезпеку вогневого ураження на основі сигнальних елементів, які у своїй основі являють собою дифракційну ґратку з поліанілінових волокон.

5.2. Зразки систем попередження про небезпеку вогневого ураження на основі волоконно-дифракційного сигнального елемента

Основним компонентом системи попередження про небезпеку є полімерний волоконно-дифракційний сигнальний елемент, який дозволяє вловлювати електромагнітне випромінювання, трансформувати і передавати його. До допоміжних компонентів системи попередження про небезпеку, як правило, поряд з волоконно-дифракційними сигнальними елементами відносять низку допоміжних елементів, зокрема, джерела світла і живлення, елемент зондування, пристрій виявлення і обробки сигналів, індикатор тощо.

Проведена робота над створенням системи сигналізації "про наявність снайпера" полягає в проєктуванні сигнального антиснайперського шолома, який складається з:

- захисного шолому (рис. 5.4-а);
- акрило-скловолоконного матеріалу (виготовлений з акрилу або тефлону (LP PNOT 01 із вмонтованим давачем (рис. 5.4-б);
- матриці сенсорів випромінювання у видимій (VIS-NIR) та невидимій URW-інфрачервоній та ультрафіолетовій (UVA, UVB, UVC) частині спектра, змонтованих на оптоволоконній дифракційній ґратці з поліанілінових волокон (рис. 5.4-в);
- схеми підсилення і опрацювання сигналу;
- синтезатора вербального (звукового) повідомлення, телефонної гарнітури;
- акусто-оптичного модулятора;
- давача вібрацій.

Матриця сенсорів випромінювання (фотонів), змонтованих на оптоволоконній дифракційній ґратці з поліанілінових волокон, дає змогу приймати оптичний сигнал за одиницю часу на одиницю площі в діапазоні фотосинтетично-активного випромінювання (PAR) з довжиною хвилі від 400 до 700 н (рис. 5.4-в);

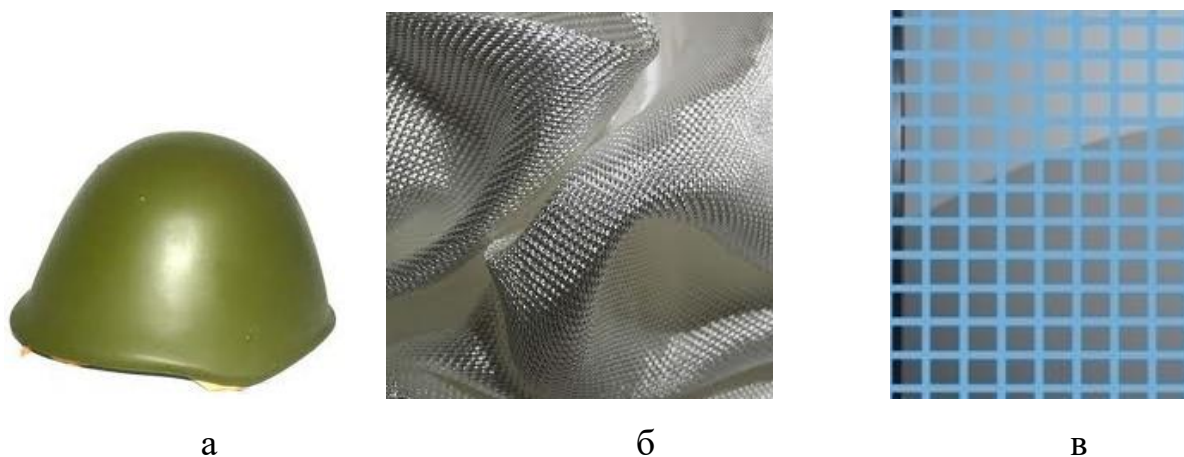


Рис. 5.4. Основні складові системи антиснайперського шолома

Принцип роботи базується на вимірюванні фотометричних випромінювань снайперського спорядження і панорамного огляду зацікавленого об'єкту. Антиснайперський шолом реагує на попадання на нього фотометричних і радіометричних величин, які випромінюються в його напрямку. Сигнал потрапляючи на волоконну дифракційну ґратку з матрицею сенсорів випромінювання підсилюється й конвертується в стандартний електричний сигнал за допомогою електронної схеми. Шолом подає звуковий сигнал "тривоги". Синтезатор звуку синтезує голосовий сигнал у вербальній формі про напрям надходження сигналу у п'яти секторах "снайпер праворуч", "снайпер позаду", "снайпер згори" тощо, звукові сигнали подаються відносно положення шолома у просторі.

Будова антиснайперського шолома відображена на рис. 5.5; на довільний шолом, в суворій відповідності до міток, одягають еластичну акрилово-скловолоконну шапку, яка за своєю конструктивною конфігурацією та наявністю волоконно-дифракційної ґратки з поліанілінових

волокон здатна сприймати і фокусувати випромінювання снайпера, або панорамного обсерватора на матрицю сенсорів. Матриця обладнана і складається з чутливих елементів – сенсорів випромінювань. Матриця чутливих сенсорів програмно розділена на п'ять секторів – напрямків прийому випромінювань. З двох сторін сенсорної шапки підключена телефонна гарнітура з позначкою "права" і "ліва" сторона. Схема підсилення і опрацювання сигналів, разом з елементом живлення, розташована в задній нижній частині шолома.

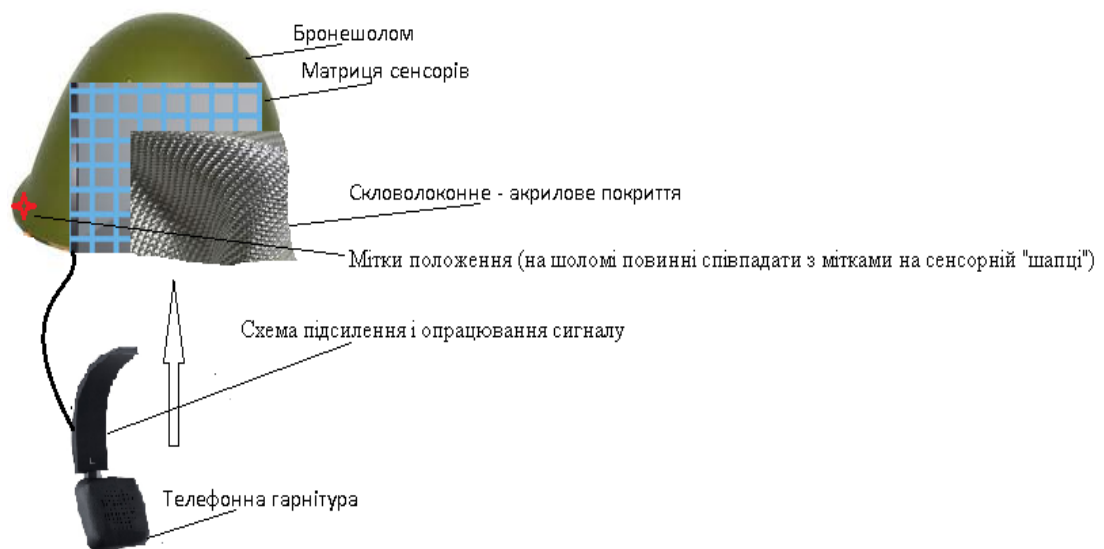


Рис. 5.5. Будова антиснайперського шолома

Для зручності у застосуванні "мітки положення" на шоломі збігаються (поєднані) з "кнопками" кріплення на акрилово-скловолоконній шапці, яка виготовлена у сукупності з матрицею сенсорів.

Математичне, числове й обчислювальне моделювання і створення відповідного програмного забезпечення щодо опрацювання сигналів від двох і більше антиснайперських шоломів дає можливість за потужністю та інтенсивністю прийнятого сигналу електромагнітного випромінювання шляхом його трансформації розробити аналітичний метод вимірювання відстані до снайпера, а базовим методом за розміщенням бійців і напрямком прийнятих сигналів можна визначити точне місце розташування панорамного обсерватора або снайпера.

Наступна розробка у вигляді корисної моделі теж базується на використанні волоконно-дифракційної ґратки з поліанілінових волокон, як основного елемента системи попередження про небезпеку. Корисна модель відноситься до засобів індивідуального захисту, а саме до балістичних шоломів, що захищає голову людини від механічних впливів, куль, ударів, уламків та може знайти застосування при екіпуванні особового складу підрозділів, які беруть участь у збройних протистояннях.

Технічна суть корисної моделі полягає у тому, що захисний шолом (див. рис. 5.6) містить систему попередження про небезпеку, яка включає трьохшарову гнучку оболонку на поверхні шолома з відповідними оптичними та фотоелектричними властивостями, здатну реагувати при потраплянні на неї фотометричних і радіометричних променів, які випромінюються в її напрямку, і відображати отриману інформацію у вигляді сигналів доступних для сприйняття людиною (наприклад, звуковий сигнал). Звукові сигнали подаються відносно положення військовослужбовця у 3D просторі: засоби індикації (синтезатор звуку) модулюють голосовий сигнал у вербальній формі про напрям надходження сигналу у п'яти секторах: "снайпер справа", "снайпер позаду", "снайпер зверху" і т.д.

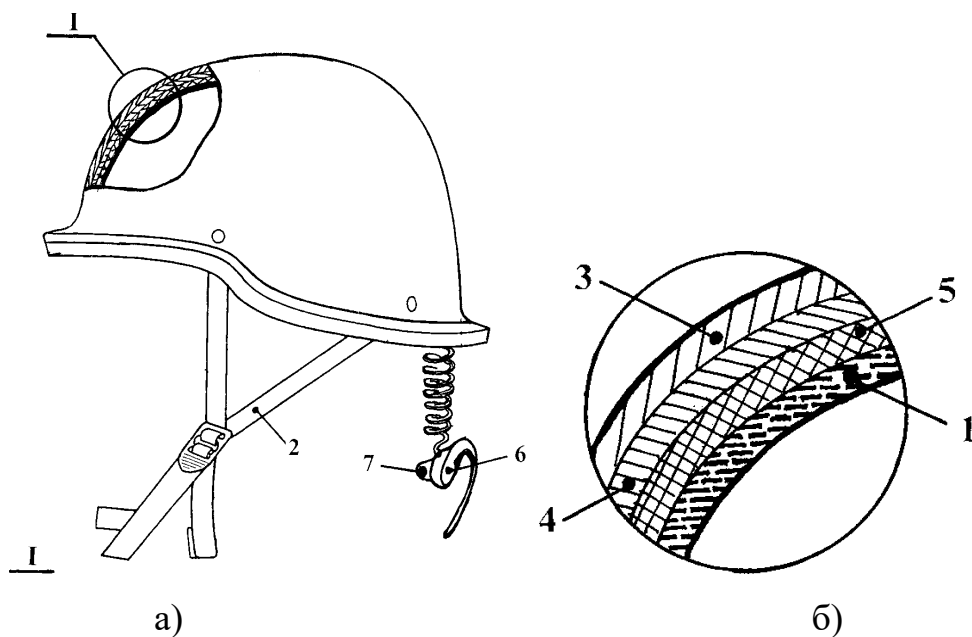


Рис. 5.6 а) захисний шолом; б) збільшений переріз корпусу захисного шолома з трьохшаровою гнучкою оболонкою

Захисний шолом містить корпус 1, виготовлений із скріплених шарів тканини, всередині якого розміщена система підвіски та кріплення 2. На поверхні захисного шолома закріплена трьохшарова гнучка оболонка системи активного захисту, зовнішній шар якої складається із світлочутливого оптичного матеріалу на внутрішній поверхні якого розміщена волоконно-дифракційна ґратка з полімерних поліанілінових волокон 3, середній шар 4 з матеріалу, що перетворює оптичний сигнал в електричний та внутрішній шар з ізоляційного матеріалу 5. Середній шар 4 з матеріалу, що перетворює оптичний сигнал в електричний, комплектується засобами підсилення 6 та індикації 7 електричних сигналів.

Таке конструктивне виконання захисного шолома дозволить підвищити його захисні властивості за рахунок додаткового введення системи попередження про небезпеку, яка автоматизовано забезпечує формування попереджувальних сигналів, що автоматично несуть інформацію про наявність небезпеки.

Нині основні зусилля розробників засобів виявлення небезпеки спрямовані на зниження вагових та габаритних характеристик апаратури, підвищення точності визначення координат, забезпечення сумісності зі засобами зв'язку і передачі даних до автоматизованих систем управління, а також на інтеграцію засобів виявлення вогневих позицій противника із системами управління вогнем для ураження цілі в автоматичному режимі.

В цілому застосування засобів виявлення вогневих позицій противника дає змогу підвищити ефективність ведення бойових дій і безпеку особового складу в місцях сталої або тимчасової дислокації, а також в умовах пересування колон автомобільної і бронетанкової техніки на марші.

Виконані дослідження процесів, що супроводжують поширення імпульсів лазера в лінійному дисперсному середовищі, розрахунки дальності дії лазера з урахуванням проходження електромагнітного імпульсу в лінійному і дисперсному середовищі дали підставу для створення давачів зі стійкішою системою попереджувальних сигналів від електромагнітних випромінювань стрілецького спорядження і панорамного огляду противника.

Технічна суть розробки полягає у тому, що система активного захисту сигнального елемента містить гнучку оболонку з чітко вираженими оптичними ефектами із світлочутливого матеріалу із наявною на її поверхні волоконно-дифракційною ґраткою з поліанілінових волокон і закріпленими на її поверхні точковими елементами, які перетворюють оптичний сигнал в електричний, та з'єднані з нею засоби підсилення та індикації електричних сигналів. Система попередження про небезпеку здатна реагувати на світлові промені, які випромінюються в її напрямку прицільними ворожими засобами, і відображати отриману інформацію у вигляді сигналів, доступних для сприйняття людиною. Сигнал підсилюється й конвертується в стандартний сигнал за допомогою засобів підсилення (електронної схеми) і формується звуковий сигнал "тривоги".

На рис. 5.7 подана конструктивна схема сигнального елемента. Сигнальний елемент містить систему активного захисту, яка включає гнучку оболонку із світлочутливого матеріалу 1, наприклад, отриманого шляхом ткацького виробництва із полімерних волокон (ниток) або із будь-якого іншого натурального чи синтетичного матеріалу з вмонтованими полімерними волокнами. На внутрішній поверхні тканини сегмента 1 гнучкої оболонки закріплені точкові світлочутливі елементи 2 таким чином, що їх світлочутлива робоча поверхня контактує з поверхнею тканини гнучкої оболонки. Світлочутливими елементами 2 можуть бути стандартні фоторезистори, фотодіоди, фототранзистори тощо. Сигнальний елемент комплектується провідниками 3, засобами підсилення 4 та індикації 5 електричних сигналів.

Запропонований сигнальний елемент (один або декілька) прикріплюється на зовнішніх поверхнях бойового екіпірування (одягу, шолому, бронезахисту). При потраплянні променів, які випромінюються прицільними засобами стрілецької зброї противника на систему активного захисту, сигнальний елемент дозволяє зареєструвати їх та відповідно зреагувати. Оптичний сигнал реєструється гнучкою оболонкою 1 із світлочутливого матеріалу з вмонтованими полімерними волокнами, яка поширює його і

передає на точкові світлочутливі елементи 2. Безпосередній контакт світлочутливої робочої поверхні точкових світлочутливих елементів 2 із поверхнею гнучкої оболонки 1 приводить до трансформації оптичного сигналу в електричний, який за допомогою провідників 3 передається до електричної схеми, підсилюється засобами підсилення 4 і конвертується засобами індикації 5 в стандартний світловий або звуковий сигнал «тривоги», який однозначно свідчить про небезпеку можливого ураження.

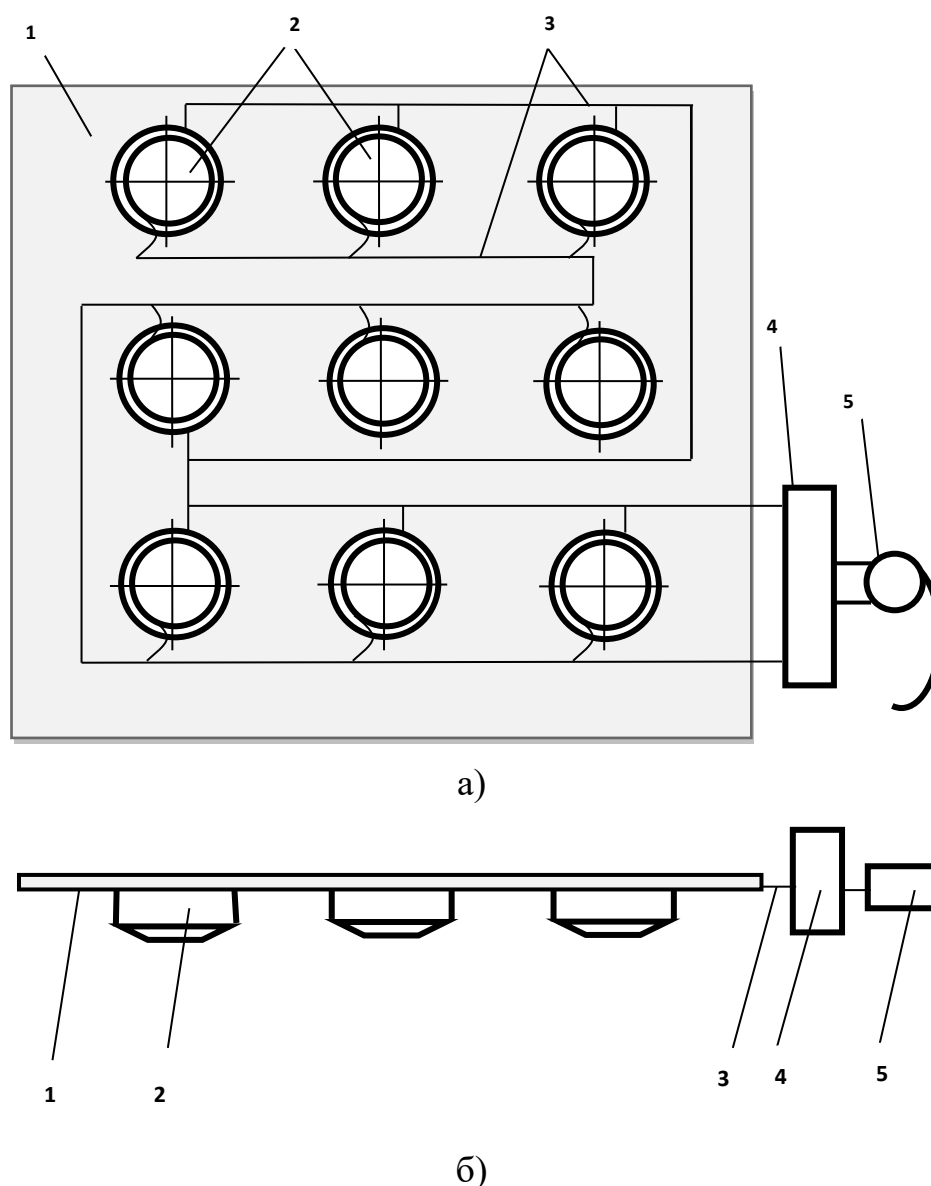


Рис. 5.7. Сигнальний елемент: а) загальний вигляд; б) вигляд згори;
1 – сегмент гнучкої оболонки, 2 – точкові світлочутливі елементи,
3 – провідники, 4 – засоби підсилення, 5 – засоби індикації.

Отримавши сигнал тривоги з визначенням напрямку небезпеки, військовослужбовець приймає рішення щодо свого захисту.

5.3. Висновки по розділу

Запропоновано систему попередження про небезпеку вогневого ураження на основі дифракційної ґратки та приймача, що реєструє двовимірне зображення і контролюється компактними мікроконтролерами.

Програмне забезпечення для мікроконтролера, який має опрацьовувати дані в реальному масштабі часу із використанням складних алгоритмів аналізу зображень, знаходження регресійних коефіцієнтів, визначення кутових координат джерела лазерного випромінювання за отриманими дифракційними картинами тощо, розроблено в програмному середовищі на базі алгоритмічної мови Python

Розроблено низку давачів на основі дифракційних ґраток з полімерних матеріалів, які легко інтегруються в текстильні структури бойового екіпірування військовослужбовця і можуть бути використані в системах попередження про небезпеку вогневого ураження.

ВИСНОВКИ

Дисертаційна робота містить вирішення важливого науково-прикладного завдання – розроблення математичної моделі та відповідного програмного забезпечення для комп'ютерного моделювання взаємодії світлових променів із волоконно-дифракційними елементами сенсорних систем попередження про небезпеку вогневого ураження засобами, які застосовують лазерні системи для наведення на ціль.

У дисертаційній роботі:

Виконано комплекс *експериментальних досліджень*, спрямованих на виявлення особливостей взаємодії лазерного випромінювання з волоконно-дифракційними ґратками із поліаніліну. Отримано дифракційні картини для спадних під різними кутами променів на одновимірні й двовимірні ґратки. Досліджено залежність отримуваних дифракційних картин від кутів падіння лазерного променя на ґратку. Показано, що за формою дифракційних картин можна визначити розташування джерела випромінювання відносно ґратки.

На цій основі запропоновано прототип відносно простого і дешевого сигнального елемента, який являє собою дифракційну ґратку із поліанілінових волокон і легко інтегрується в традиційні текстильні матеріали. Такий елемент перетворює спадний світловий промінь з точкової плями в дифракційну смугу, яка має вигляд розсіяної кривої другого порядку.

Розроблено *математичну модель* для кількісного опису фізичних процесів взаємодії світлових променів із волоконно-дифракційними елементами. В основу моделі покладено співвідношення конічної дифракції, які описують падіння лазерних променів на дифракційну ґратку під довільними кутами. Для довільного кута падіння променя на ґратку визначено значення коефіцієнтів кривої другого порядку, застосовуючи аналітико-числові методи аналізу зображень, регресійні методи обробки даних та модифікований метод найменших квадратів. Вибором емпіричних

параметрів у співвідношеннях запропонованої математичної моделі забезпечується узгодження побудованих засобами математичного моделювання кривих з експериментальними.

Здійснено формулювання оберненої задачі про визначення кутів падіння променя на дифракційну ґратку на основі аналізу отриманих дифракційних картин, які мають вигляд розсіяних кривих другого порядку. На основі аналітичних розв'язків сформульованої математичної задачі запропоновано алгоритм визначення кутів падіння променя на ґратку.

Створено відповідне *програмне забезпечення*, яке дає можливість для будь-якої кривої другого порядку в режимі реального часу визначати кутові координати джерела випромінювання відносно волоконно-дифракційної ґратки.

Створене програмне забезпечення на основі розробленої математичної моделі взаємодії лазерного випромінювання з волоконно-дифракційною ґраткою запропоновано для використання при розробленні *фізичного прототипу* сигнальних елементів системи попередження про небезпеку вогневого ураження на ТОВ "Техприлад".

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Алексеев А., Колобов Е. Лучшие военные инновации в США в 2010 году. *Зарубежное военное обозрение*. 2011. № 3. С. 91–92.
2. Байбородин Ю. В. Основы лазерной техники. 2-е изд., перераб. и доп. – Киев: Выща шк. Головное изд-во, 1988. – 383 с.
3. Ванкевич П., Іваник Є., Федоренко В. Сенсорно-інформаційна система реєстрації сигналів попередження військовослужбовця про небезпеку. *Матеріали міжн. наук.-техн. конф. "Геофорум-2020"* (Львів–Брюховичі–Яворів, 1–3 квітня 2020 р.). Львів: видавництво Львівської політехніки, 2020. С. 167–168.
4. Ванкевич П. П., Дегтяренко В. В., Дробенко Б. Д., Настишин Ю. А. Оптоволоконна тканина як елемент сигнальних систем. *Військово-технічний збірник*. 2020. Вип. 23. С. 65-74. DOI:10.33577/2312-4458.23.2020.65-74.
5. Ванкевич П. П., Дробенко Б. Д. Визначення параметрів середовища дистанційними лазерними методами. *Застосування Сухопутних військ Збройних Сил України у конфліктах сучасності: зб. тез доп. наук.-практ. конф.* (Львів, 18 листопада 2021 р.). Львів: НАСВ, 2021. С. 24–25.
6. Ванкевич П. П., Дробенко Б. Д. Волоконно-оптичні давачі, вбудовані в технічний текстиль для моніторингу небезпек військовослужбовця. *Перспективи розвитку озброєння та військової техніки Сухопутних військ: зб. тез доп. міжн. наук.-техн. конф.* (Львів, 14 травня 2023 р.). Львів: НАСВ, 2023. С. 286.
7. Ванкевич П. П., Дробенко Б. Д. Сенсори волоконної оптики в системах попередження вогневого ураження. *Застосування Сухопутних військ Збройних Сил України у конфліктах сучасності: зб. тез доп. наук.-практ. конф.* (Львів, 31 листопада 2023 р.). Львів: НАСВ. 2023. С. 125.
8. Ванкевич П. П., Дробенко Б. Д., Федоренко В. В. Трансформація світлових променів при взаємодії з волоконно-оптичними сенсорами.

- Застосування Сухопутних військ Збройних Сил України у конфліктах сучасності: зб. тез доповідей наук.-практ.конф.* (Львів, 20 листопада 2020 р.). Львів: НАСВ, 2020. С. 23.
9. Ванкевич П. П., Дробенко Б. Д. Характеристики полімерного волокна, яке може бути використане для формування волоконно-оптичних мікродавачів. *Застосування Сухопутних військ Збройних Сил України у конфліктах сучасності: зб. тез доповідей наук.-практ.конф.* (Львів, 20 листопада 2022 р.). Львів: НАСВ, 2022. С. 291.
10. Ванкевич П. П., Іваник Є. Г. Волоконно-оптичні системи попередження про небезпеку. *Проблеми бойового та логістичного забезпечення складових сектору безпеки і оборони України: зб. тез доповідей всеукр. наук.-практ. конф.* (Харків, 23 січня 2020 р.). Харків: видавництво Національної академії Національної гвардії України, 2020. С. 31–32.
11. Ванкевич П.П., Іваник Є.Г., Дегтяренко В.В., Федоренко В.В. Система попередження про небезпеку на основі елементів волоконної оптики, інтегрованих в бойове екіпірування. *Озброєння та військова техніка*. 2020. № 1(21). С.44–49. DOI: [https://doi.org/1034169/2414-0651.2020.2\(26\).44-49](https://doi.org/1034169/2414-0651.2020.2(26).44-49).
12. Ванкевич П. П., Іваник Є. Г., Ільків І. М. Створення інформаційної системи сигналізації про небезпеку з підтримання ефективного виконання спеціальних бойових дій. *Застосування інформаційних технологій у підготовці та діяльності сил охорони правопорядку: зб. тез доп. наук.-практ. конф.* (Харків, 15-16 березня 2017 р.). Харків: видавництво Національної академії Національної гвардії України. 2017. С. 28–30.
13. Ванкевич П.П., Настишин Ю.А., Іваник Є.Г. Дослідження можливостей інтеграції сенсорних елементів із оптичних волокон у текстильні матеріали бойового екіпірування. *Перспективи розвитку озброєння і військової техніки сухопутних військ: зб. тез доп. Міжнародної наук.-техн. конф.* (11-12 травня 2017 р.). Львів: НАСВ, 2017. С. 88.

14. Ванкевич П. П., Смичок В. Д., Іваник Є. Г. Дослідження процесів лазерного випромінювання квантового далекоміра для розробки електронної схеми виявлення та інформування про небезпеку. *Актуальні питання забезпечення службово-бойової діяльності військових формувань та правоохоронних органів: зб. тез доп. наук.-практ. конф.* (Харків, 31 жовтня 2018 р.). Харків: В-во Національної академії Національної гвардії України. 2018, С. 29–31.
15. Ванкевич П. П., Фтомин Н. Є. Трансформація сигналів генерованих сенсорами волоконної оптики в системах попередження вогневого ураження. *Збірник наукових праць Військової академії*. 2023. № 2(20), Ч. 2. С.125-131. <https://doi.org/10.37129/2313-7509.2023.20.125-130>.
16. Волков І. Д. Математична модель вогневого ураження противника в операціях цілерозподілу неоднорідних вогневих засобів. *Труди університету: зб. наук. праць*. Київ: НУОУ, 2015, № 6 (133). С. 64–73.
17. Глотов В.М., Макаревич В.Д. Виявлення місця розташування спалаху пострілу. *Науково-технічний збірник*. Львів: НУЛП. 2017. С. 48–56.
18. Готра З.Ю., Лопатинський І.Є., Лукіянець Б.А., Микитюк З.М., Петрович І.В. Фізичні основи електронної техніки. Львів: Бескид Біт, 2004. 880 с.
19. Гулак Ю. С. Алгоритм визначення інтегрального показника –ступінь впевненості в ідентифікації об'єкта розвідки за його геометричними демаскуючими ознаками. *Труди університету: зб. наук. праць*. Київ: НУОУ. 2012, № 1 (107). С. 97–103.
20. Дегтяренко В.В., Ванкевич П.П., Дробенко Б.Д. Організаційно-технічні заходи для своєчасної ідентифікації живої сили та техніки своїх і союзних підрозділів. *Перспективи розвитку озброєння та військової техніки Сухопутних військ: Збірник тез доповідей міжн.наук.-техн. конф.* (Львів, 14 травня 2021 р.). Львів: НАСВ, 2021. С. 21–22.
21. Дегтяренко В.В., Ванкевич П.П., Іваник Є.Г. та інші. Розпізнавання об'єктів в умовах бойових дій на основі теоретико-інформаційного

- підходу до задачі пошуку. *Збірник наук. праць Військової академії*. 2020. № 1(13), Ч. 2. С. 134–144. DOI: <https://doi.org/10.37129/2313-7509.2020.13.2.134-144>.
22. Дегтяренко В., Іваник Є., Ванкевич П. Пасивна система реєстрації імпульсів віддаленого випромінювача. *Геофорум-2021: матеріали міжн. наук.-техн. конф* (Львів–Брюховичі–Яворів, 9–11 червня 2021 р.). Львів: видавництво Львівської політехніки, 2021. С. 72–75.
23. Камалтинов Г. Г., Кукобко С. В., Маляренко О. С., Кісель П. І. Впізнавання об'єктів на полі бою. Аналіз світового досвіду. *Озброєння та військова техніка*. 2016, № 4(12). С. 22–26.
24. Корчак Ю., Фургала Ю., Рихлюк С. Оптоелектронна інформатика. Том І. Основні принципи та прилади: навчальний посібник. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2016. 406 с.
25. Купченко Л. Ф., Гурін О. О., Риб'як А. С. Експериментальні дослідження оптико-електронної системи виявлення об'єктів оснащених системою керованих лазерів на основі принципів динамічної спектральної фільтрації. *Наука і техніка Повітряних сил Збройних Сил України*. – Харків: ХУПС. 2016, № 1(6)-Т. С. 123–127.
26. Олизаренко С. А. Информационная технология разработки базы знаний о распознавании объектов и действий противника с использованием нейросетей и нечеткой логики. *Труди університету: зб. наук. праць*. Київ: НУОУ. 2017, – № 1 (140). С. 181–185.
27. Основи будови оптичних та оптико-електронних засобів артилерійської розвідки. Навчальний посібник. За ред. проф. П. П. Ткачука. Львів: Академія сухопутних військ. 2010. 439 с.
28. Патент на корисну модель № 133615U Україна, МПК (2019.01) F41H 1/00 G02B 13/16 (2006.01). Сигнальний елемент / П.П. Ванкевич, В.Й. Стадник, Б.Д. Дробенко, Ю.А. Настишин, В.Д. Смичок, А.Д. Черненко, О.М. Рудковський, П.І. Ванкевич, Є. Г. Іваник, І.М. Ільків В.В. Пашковський; власники пат. Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львівський

національний університет імені Івана Франка, Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України. № у 2018 11993; заявл. 03.11.2018; опубл. 10.04.2019, № 7. 3 с.

29. Певцов Г. В., Залкін С. В., Феклістов А. О. Концептуальні підходи щодо забезпечення інформаційної безпеки у воєнній сфері. *Системи обробки інформації*. Харків: ХУПС. 2011, Вип. 2 (92). С. 57–59.
30. Петрук В. Г. Спектрофотометрія світлорозсіювальних середовищ. Вінниця: УНІВЕРСУМ Вінниця. 2000. 207 с.
31. Романюк М.О., Крочук А.С., Пашук І.П. Оптика. Підручник. За ред. проф. М.О. Романюка. Львів: ЛНУ імені Івана Франка. 2012. 564 с.
32. Ahn S.J., Rauh W., Warnecke H. Least-squares orthogonal distances fitting of circle, sphere, ellipse, hyperbola, and parabola. *Pattern Recognition*. 2001. Vol. 34. P. 2283-2303. DOI: 10.1016/S0031-3203(00)00152-7.
33. Aldrich J. Doing Least Squares: Perspectives from Gauss and Yule. *International Statistical Review*. 1998, **66** (1). P. 61–81. doi:10.1111/j.1751-5823.1998.tb00406.x. S2CID 121471194.
34. Allsop T., Revees R., Webb D. J., Bennion I. Respiratory monitoring using fibre long period grating sensors. *Proc. of SPIE-OSA Biomedical Optics*. 2005. Vol. 5864. Q1-Q6.
35. Amit Y. 2D Object Detection and Recognition. The MIT Press, 2002. 306 p.
36. Atieg A., Watson G.A. Incomplete Orthogonal Distance Regression. *BIT Numerical Mathematics*. 2004. Vol. 44. P. 619–629. <https://doi.org/10.1007/s10543-004-6023-9>.
37. Boggs P.T., Byrd R.H., Rogers J.E., Schnabel R.B. User's Reference Guide for ODRPACK Version 2.01 Software for Weighted Orthogonal Distance Regression. U.S. Department of Commerce Technology Administration. National Institute of Standards and Technology Gaithersburg, MD 20899, 1992. 99 p.
38. Boggs P.T., Byrd R.H., Schnabel R.B. A stable and efficient algorithm for nonlinear orthogonal distance regression. *SIAM J. Sci. Stat. Comp.* 1987. Vol. 8. P. 1052–1078.

39. Boggs P.T., Rogers J.E. Orthogonal Distance Regression. *Applied and Computational Mathematics Division*. 1989. Vol 89. P. 4197-4212. DOI:10.6028/NIST.IR.89-4197.
40. Born M., Wolf. E. Principles on Optics. Seventh (expanded) edition: Cambridge University Press. 2005. 952 p.
41. Bretscher O. Linear Algebra With Applications (3rd ed.). Upper Saddle River, New York: Prentice Hall. 1995.
42. Bühlmann P., van de Geer S. Statistics for High-Dimensional Data: Methods, Theory and Applications. Heidelberg, Dordrecht, London, New York: Springer. 2011. 556 p. ISBN 978-3-642-20191-2.
43. Burmeister E.F., Mack J.P., Poulsen H.N., Masanovic M.L., Stamenik B., Blumental D.J. Photonic integrated circuits optical buffer for packet-switches networks. *Optics Express*. 2009. Vol. 17, N 8. P. 6629–6635. ISSN: 1094–4087.
44. Casperson L.W., Tovar A.A. Generalized beam matrices. II. Mode selection in lasers and periodic misaligned complex optical systems. *Journal of the Optical Society of America A*. 1996, **13** (1). P. 90-96.
45. Cerullo G., Longhi S., Nisoli M., Stgira S., Svelto O. Problems in laser physics. New York: Kluwer Academic. Plenum publishers. 2001. 308p.
46. Charnes A., Frome E.L., Yu P.L. The Equivalence of Generalized Least Squares and Maximum Likelihood Estimates in the Exponential Family. *Journal of the American Statistical Association*. 1976, 71(353). P. 169–171. doi:10.1080/01621459.1976.10481508.
47. El-Sherif M. Fiber Optic Sensors for Soldiers. Smart Uniforms. *Third ARO Workshop on Smart Structures, Virginia Polytechnic and State University, Blacksburg, Virginia, Aug. 27–29, 1997*.
48. El-Sherif M., Yuan, J., Macdiarmid, A. Fiber Optic Sensors and Smart Fabrics. *J. of Intelligent Material Systems and Structures*. 2000. **11** (5). P. 407-414. <https://doi.org/10.1106/MKNK-E482-GWUG-0HE7>.
49. Fuller W.A. Measurement error models. John Wiley & Sons, Inc. 1987. ISBN 0-471-86187-1.

50. Gale M.T. Replication techniques for diffractive optical elements. *Microelectronic Engineering*. 1997. Vol. 34. P. 321-339. [https://doi.org/10.1016/S0167-9317\(97\)00189-5](https://doi.org/10.1016/S0167-9317(97)00189-5).
51. Ganci S. Fourier diffraction through a tilted slit. *Eur. J. Phys.* 1981, Issue 2. P. 158–160.
52. Glaister P. Least squares revisited. *The Mathematical Gazette*. 2001, **85**. P. 104–107. doi:10.2307/3620485. JSTOR 3620485. S2CID 125949467.
53. Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital Image Processing. Second Edition. Prentice Hall. 2002. 816 p.
54. Halir R., Flusser J. Numerically stable direct least squares fitting of ellipses. *6th International Conference in Central Europe on Computer Graphics and Visualization University of West Bohemia, Czech Republic*. 1998. P. 125 – 133.
55. Hamdi R., Petriashvili G., DeSanto M. P., Lombardo G., Barberi R. Electrically controlled 1D and 2D cholesteri cliquid crystal gratings. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* 2012. Vol. 553. P. 97-102. DOI: 10.1080/15421406.2011.609436.
56. Harker M., O’Leary P., Zsombor-Murray P. Direct type-specific conicfitting and eigen value bias correction. *Image and Vision Computing*. 2008. Vol. 26. P. 372-381. doi:10.1016/j.imavis.2006.12.006.
57. Harvey J.E., Krywonos A. A Global View of Diffraction: Revisited. *Proc. SPIE*. 2004. AM100-26. P. 1-14.
58. Harvey J. E, Pfistere R. N. Understanding diffraction grating behavior: including conical diffraction and Rayleigh anomalies from transmission gratings. *Optical Engineering*. 2019. Vol. 58, No 8. P. 087105-1-087105-21. <https://doi.org/10.1117/1.OE.58.8.087105>.
59. Harvey J.E., Vernold C.L. Description of Diffraction Grating Behavior in Direction Cosine Space. *Applied Optics*. 1998. Vol. 37, No 34. P. 8158-8160. <https://doi.org/10.1364/AO.37.008158>.

60. Hastie T., Tibshirani R., Friedman J.H. *The Elements of Statistical Learning* (second ed.). Springer-Verlag. 2009. ISBN 978-0-387-84858-7. Archived from the original on 2009-11-10.
61. Hecht E. *Optics*. Addison-Wesley, 4th edition. 2011. 698 p.
62. Heuberger G., Klepp J., Guo J., Tomita Y., Fally M. Light diffraction from a phase grating at oblique incidence in the intermediate diffraction regime. *Applied Physics B*. 2021. Vol. 127. P. 72-72-7. doi:10.1007/s00340-021-07620-x.
63. Kapustianyk V.B., Vankevych P.P., Chernenko A.D. Information alarming systems embedded in the military equipping. *Застосування Збройних Сил України у конфліктах сучасності: зб. тез доп. Міжнародної наук.-техн. конф.* (Львів, 16 листопада 2017 р.). Львів: НАСВ, 2017. С. 105.
64. Kostruba, A., Stetsyshyn, Y., Mayevska, S., Yakovlev, M., Vankevych, P., Nastyshyn, Y., Kravets, V. Composition, thickness and properties of grafted copolymer brush coatings determined by ellipsometry: calculation and prediction. *Soft Matter*. 2018. Vol. 14. P. 1016–1025. <https://doi.org/10.1039/c7sm02285a>.
65. Krebber, K., Grillet, A., Witt, J., Schukar, M., Kinet, D., Thiel, T., Pirotte, F. and Depré, A., Optical fibre sensors embedded into technical textile for healthcare (OFSETH), *Proc. of the 16th International Conference on Plastic Optical Fibre*. 2007. P. 227-233.
66. Lavers C.R., Itoh K., Wub S.C., Murabayashi M., Mauchline I., Stewart G., Stout T. Planar optical waveguides for sensing applications. *Sensors and Actuators B* 69. 2000, P. 85–95.
67. Lin C.-H., Lin Y.-M., Liang C.-C., Lee Y.-Y., Fung H.-S., Shew B.-Y., Chen S.-H. Extreme UV diffraction grating fabricated by nanoimprint lithography. *Microelectronic Engineering*. 2012. Vol. 98. P. 194-197. <http://dx.doi.org/10.1016/j.mee.2012.07.037>.
68. MacDiarmid A.G., Epstein A.J., *Synthetic Metals: A Novel Role for Organic Polymers*. *Makromol. Chem., Macromol. Symp.* 1991, **51** (1). P.11–28.

69. McEntafer R.L., Cash W., Shipley A. Off-plane reflection gratings for Constellation-X. *Proceedings of the SPIE*. 2008. Vol. 701107. P. 1-8. doi:10.1117/12.789543.
70. Minda D., Phelps S. Triangles, ellipses, and cubic polynomials. *American Mathematical Monthly*. 2008, **115** (8). P. 679–689. doi:10.1080/00029890.2008.11920581. MR 2456092. S2CID 15049234.
71. Moharam M.G., Gaylord T.K. Rigorous coupled-wave analysis of planar-grating diffraction. *J. Opt. Soc. Am.* 1981. Vol. 71, No 7. P. 811-818.
72. Moharam M.G., Gaylord T.K. Three-dimensional vector coupled-wave analysis of planar-grating diffraction. *J. Opt. Soc. Am.* 1983. Vol. 73, No 9. P. 1105-1112.
73. Nastyshyn S. Yu., Bolesta I. M., Lychkovskyy E., Vankevych P. I., Yakovlev M. Yu., Pansu B. Nastyshyn Yu. A. Ray tracing matrix approach Artillery weapons & small arms ISSN 2663-5550 (online) for refractive index mismatch aberrations in confocal microscopy. *Applied Optics*. 2017. Vol. 56, Iss. 9. P. 2467-2475. <https://doi.org/10.1364/AO.56.002467>.
74. Nievergelt Y. Fitting conics of specific types to data. *Linear Algebra and its Applications*. 2004. Vol. 378. P. 1-30. <https://doi:10.1016/j.laa.2003.08.022>.
75. O’Leary P., Zsombor-Murray P. Direct and specific least-square fitting of hyperbolæ and ellipses. *Journal of Electronic Imaging*. 2004, **13** (3). P. 492-503. doi:10.1117/1.1758951.
76. Palmer C. Diffraction Grating Handbook. Fifth edition: ThermoRGL, New York, 2002. 204 p.
77. Palmer Ch. Diffraction Grating Handbook. 8th Edition. MKS Newport, 2020. 251 p.
78. Park T., Casella G. The Bayesian Lasso". *Journal of the American Statistical Association*. 2008. 103 (482). P. 681–686. doi:10.1198/016214508000000337.
79. Phadke L.G., J. Allen. Diffraction patterns for the oblique incidence gratings. *American Journal of Physics*. 1987. **55** (6). P. 562-565. doi:10.1119/1.15119.

80. Plackett R.L. The discovery of the method of least squares. *Biometrika*. 1972, **59** (2). P. 239–251.
81. Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T. Numerical Recipes in C. The Art of Scientific Computing. Second Edition. Cambridge University Press. 2002. 994 p.
82. Rawlings J.O., Pantula S.G., Dickey D.A. Applied Regression Analysis. New York: Springer-Verlag. 1998. 659 p.
83. Rothmaier M. Selm B. Spichtig S., Haensse D., Wolf M. Photonic textiles for pulse oximetry. *Optics Express*. 2008. **16** (17), 12973-12986.
84. Rubber M.F. Novel Optical Properties of Polyurethane-Diacetylene Segmented Copolymer. 1986. Vol. 54. P. 665–669.
85. Rubber M.F. Polyurethane-Diacetylene Elastomers: A New Class of Optically Active Materials. *ACS Polym. Materls. Sci. and Eng. Preprints*. 1985. Vol. 53. P.683–688.
86. Stigler S.M. Gauss and the Invention of Least Squares. *Ann. Statist.* 1981, **9** (3). P. 465 –474. <https://doi.org/10.1214/aos/1176345451>.
87. Tibshirani R. Regression shrinkage and selection via the lasso. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*. 1996, **58** (1). P. 267–288.
88. Tovar A. A., Casperson L. W. Generalized Beam Matrices: Gaussian Beam Propagation in Misaligned Complex Optical Systems. *J. Opt. Soc. Am. A*. 1995. **12** (7). P. 1522-1533.
89. Van De Geer S. A New Approach to Least-Squares Estimation with Applications. *Annals of Statistics*. 1987, **15** (2). P. 587–602. [doi:10.1214/aos/1176350362](https://doi.org/10.1214/aos/1176350362). S2CID 123088844.
90. Vankevych P.P., Drobenko B.D., Ftomyn N.Y., Chornodolsky Ya.M., Dehtiarenko V.V., Sliusarenko A.V., Chernenko A.D., Bolkot P.A. Determining the position of a radiation source using the conical diffraction method. *Journal of Physical Studies*, 2022. Vol. 26, No 4. P. 4403-1-4403-5. <https://doi.org/10.30970/jps.26.4403>.
91. Vankevych P.P., Drobenko B.D., Ftomyn N.Y., Chornodolsky Ya.M., Chernenko A.D., Vankevych P.I., Derevjanchuk A.Y., Moskalenko D.R.

- Determination of the angle of rotation of the diffraction grating by the method of conical diffraction. *Physics and Chemistry of Solid State*. 2022. Vol. 23, No. 4. P. 825-829. <https://doi.org/10.15330/pcss.23.4.825-829>.
92. Vankevych P.P., Dehtiarenko V.V., Drobenko B.D. Registration of signals of laser emitter. Test experiment. *The scientific heritage*. 2021. Vol. 1, No 81 (81). P. 40–44. DOI: 10.24412/9215-0365-2021-81-81-1-40-44.
93. Vankevych P.P. Stadnyk V.Y. Improvement of the efficiency of detecting of narrow-aperture light radiation using optical-fiber fabric. *Geoforum 2019: тези доп. міжнародної наук.-техн. конф. (Львів - Яворів - Брюховичі, 2019 р.)*. Львів: видавництво Львівської політехніки. 2019. С. 108-109.
94. Wehrle G., Nohama P., Kalinowski H.J., Torres P.I., Valente L.C.G. A fibre optic Bragg grating strain sensor for monitoring ventilatory movements. *Meas. Sci. Technol.* 2001, 12. P. 805-809.
95. Witt, J., Krebber, K., Demuth, J. and Sasek, L., "Fiber optic heart rate sensor for integration into personal protective equipment", *Proc. of International Workshop BioPhotonics*. 2011. Th6.26, 1-3.
96. Wua Y., Wang H., Tang F., Wang Z. Efficient conic fitting with an analytical Polar-N-Direction geometric distance. *Pattern Recognition*. 2019. Vol. 90. P. 415-423. doi:10.1016/j.patcog.2019.01.023.

ТЕХ ПРИБЛАД |

ТОВ "ТЕХПРИЛАД"
НАУКОВО-ПРОЕКТНО-ВИРОБНИЧЕ ПІДПРИЄМСТВО79057 Україна,
м.Львів, вул. Антоновича,116
☎ тел./факс: (032) 2952061
✉ E-mail: tldr@ukr.net
✉ E-mail: tldr@neonet.ua79057 Ukraine,
Lviv, Antonovycha str., 116
☎ tel/fax: (38032)2952061
✉ E-mail: tldr@ukr.net
✉ E-mail: tldr@neonet.uaЗАТВЕРДЖУЮ
Генеральний директор
ТОВ "ТЕХПРИЛАД"

Р. ДУБЛЬ

" лютого 2024

А К Т

про впровадження результатів наукових досліджень представлених в дисертаційній роботі аспіранта Інституту прикладних проблем механіки і математики (ІПММ) ім. Я.С. Підстригача НАН України Ванкевича Петра Петровича

Комісія у складі:

голови: директора з виробництва ТОВ "Техприлад" А. ПРОКОПЦЯ
членів: провідного спеціаліста ТОВ "Техприлад" Ю. БУЧКОВСЬКОГО
конструктора ТОВ "Техприлад" О. СЕМАНІВА

склала дійсний акт про те, що в ТОВ "Техприлад" (м. Львів) в ході робіт пов'язаних з проектуванням та створенням засобів попередження про небезпеку вогневого ураження використано результати наступних наукових досліджень:

1. Математичну модель для кількісного опису процесу поширення світлових променів через дифракційну ґратку із поліанілінових волокон і отримання дифракційних смуг у вигляді кривих другого порядку (еліпс, парабола, гіпербола), форма яких зумовлена явищем конічної дифракції.

2. Математичну модель сигнального елемента волоконно-оптичного сенсора та аналітико-числові розв'язки задачі про визначення азимутального положення джерела випромінювання (ворожого лазерної системи наведення), що дало можливість розробити фізичні прототипи відповідних сигнальних елементів для побудови системи виявлення ворога та його позиціонування по відношенні до сигнального елемента: снайпер зліва, снайпер справа (вгорі, внизу).

Голова комісії:

директор з виробництва ТОВ "Техприлад"

А. ПРОКОПЕЦЬ

Члени комісії:

провідний спеціаліст ТОВ "Техприлад"

Ю. БУЧКОВСЬКИЙ

конструктор ТОВ "Техприлад"

О. СЕМАНІВ

Затверджую
 Заступник начальника
 Національної академії сухопутних військ
 імені гетьмана Петра Сагайдачного
 з наукової роботи доктор технічних наук
 полковник



В. Грабчак

Акт

про впровадження результатів наукових досліджень представлених в дисертаційній роботі аспіранта Інституту прикладних проблем механіки і математики (ІППММ) ім. Я.С. Підстригача НАН України
 Ванкевича Петра Петровича
 в Національній академії сухопутних військ
 імені гетьмана Петра Сагайдачного

Комісія у складі голови комісії - начальника науково-дослідного відділу Наукового центру Сухопутних військ, кандидата військових наук, полковника А. Черненка та членів комісії - провідних наукових співробітників Наукового центру Сухопутних військ, доктора технічних наук А. Зубкова та кандидата фізико-математичних наук Ю. Косовцова склала цей акт про впровадження результатів, одержаних в ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України.

Цим актом підтверджуємо, що розроблені в ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України засоби математичного моделювання поширення світлових променів через чутливі елементи волоконно-оптичних сенсорів та відповідне програмне забезпечення для опрацювання сигналів, що випромінюються прицільними засобами ворожих снайперів використані в Національній академії сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного при створенні засобів попередження військовослужбовців про небезпеку вогневого ураження.

Опрацювання сигналів, які випромінюють прицільні засоби снайперів, дає можливість аналітично визначати дальність до панорамного обсерватора чи снайпера за величиною потужності прийнятого сигналу та точне місце його розташування – за напрямком прийнятих сигналів.

Голова комісії

А. Черненко

Члени комісії:

А. Зубков

Ю. Косовцов