

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНИХ ПРОБЛЕМ МЕХАНІКИ І МАТЕМАТИКИ  
ім. Я. С. ПІДСТРИГАЧА

**ПРИТУЛА**  
**Назар Мирославович**

УДК 621.532.3.004.17:681.142:622.691.24:536.12

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО  
МАСОПЕРЕНЕСЕННЯ В ГАЗОТРАНСПОРТНИХ МЕРЕЖАХ  
ТА ПІДЗЕМНИХ СХОВИЩАХ ГАЗУ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

**АВТОРЕФЕРАТ**  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
доктора технічних наук

Львів – 2021

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Центрі математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України.

**Науковий консультант:** доктор технічних наук, старший науковий співробітник  
**П'янило Ярослав Данилович**, Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача, директор Центру.

**Офіційні опоненти:** доктор технічних наук, професор  
**Бунь Ростислав Адамович**,  
Національний університет "Львівська політехніка" МОН України, професор кафедри прикладної математики;

доктор фізико-математичних наук, професор  
**Дияк Іван Іванович**,  
Львівській національний університет імені Івана Франка МОН України, декан факультету прикладної математики та інформатики;

доктор технічних наук, професор  
**Лимарченко Олег Степанович**,  
Київський національний університет імені Тараса Шевченка МОН України,  
завідувач кафедри механіки суцільних середовищ.

Захист відбудеться "30" березня 2021 р. о "15<sup>00</sup>" годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 35.195.01 в Інституті прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України за адресою: 70060, м. Львів, вул. Наукова, 3-б.

З дисертацією можна ознайомитися у науковій бібліотеці Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України за адресою: 79060, м. Львів, вул. Наукова, 3-б.

Автореферат розіслано "27" лютого 2021р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради,  
доктор фіз.-мат. наук



А. В. Ясінський

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Подальше зростання ефективності транспортування, зберігання та розподілення газу безпосередньо пов'язане з моделюванням як певних складових, так і технологічного процесу загалом. Моделювання допомагає раціонально організовувати технологічні операції, знаходити оптимальні режими їхнього функціонування, здобувати нові знання про об'єкт, уникаючи можливої небезпеки від безпосереднього контакту з ним. Дослідження системи транспортування та зберігання газу передбачає встановлення умов реалізації технологічних процесів із метою забезпечення заданого рівня якості надання послуг споживачам газу за умови мінімальних витрат паливних та енергетичних ресурсів. Основними задачами, які необхідно в такому випадку вирішувати, є підвищення ефективності функціонування систем, оптимізація технологічних процесів за обмежених ресурсів тощо. Складність цих задач полягає в тому, що виконання таких вимог як, наприклад, підвищення якості транспортування, зберігання, розподілення газу та зменшення на це витрат є результатом досягнення певного техніко-економічного компромісу. У сучасних умовах постійно змінних обсягів транспортування і споживання газу та інформаційних потоків, прийняття рішень відбувається за дефіциту часу. Ціна помилки оцінювання ситуації, особливо в умовах неперервності процесів транспортування та експлуатації підземних сховищ газу, стає неприйнятно великою. Для того, щоб уникнути, або значно знизити ймовірність такої помилки, диспетчерським службам потрібно приймати рішення, спираючись не тільки на знання виробничо-технологічних процесів, але й на прикладні методи в галузі математичного моделювання, дослідження операцій, системного аналізу, теорії прийняття оптимальних рішень тощо. Виробничо-технологічні процеси в газовій галузі у всій різноманітності їхніх проявів мають низку спільних характерних ознак. Найважливішими з них є такі: структурна складність та багатофакторність; ієрархічність, яка проявляється в існуванні вертикальної підпорядкованості певних технологічних етапів та структурних підрозділів; тісний інформаційний та функціональний зв'язок між суб'єктами ієрархії; функціональна визначеність як певних технологічних операцій, так і всього виробничого процесу загалом; динамізм, проявом якого є постійні зміни в технологічному середовищі як детерміновані (визначені), так і стохастичні (випадкові); регулювання та саморегулювання, що забезпечує знаходження параметрів технологічних процесів у межах заданої визначеності.

Зв'язки між окремими складовими технологічної системи описуються за допомогою переважно диференціальних рівнянь. Ці рівняння утворюють систему, яка пов'язує множину вхідних та вихідних параметрів газу із множиною факторів, внутрішніх параметрів та зовнішніх впливів. Вибір математичного апарату для опису технологічних систем залежить від складності об'єкта моделювання, точності представлення результатів, апаратних можливостей дослідника, практичної доцільності, швидкості отримання результату тощо.

Газотранспортна система (ГТС), в об'єктах якої проходять динамічні процеси, які мають різну фізичну природу, є об'єктом керування. Фізична природа газу дає змогу в широких діапазонах змінювати його параметри – тиск, температуру, об'єм

тощо. У зв'язку з цим, газодинамічні процеси, які проходять в об'єктах системи, описуються складними математичними залежностями. Нелінійність газодинамічних процесів, які розвиваються на значних просторових і часових вимірах, слабка прогнозованість вхідних параметрів, суттєвий вплив зовнішніх чинників та недостатнє метрологічне забезпечення суттєво ускладнюють як постановку, так і розв'язування задач аналізу, оптимізації та синтезу параметрів керування потоками газу. Ефективність розв'язування задачі синтезу параметрів керування потоками газу пов'язана з якістю розв'язування задач оперативного диспетчерського планування режимів. Газотранспортна система України працює в умовах неповної завантаженості її потенціалу, у непроєктних режимах, як за напрямками руху газу (реверсне постачання газу), так і завантаженості основних експортних магістральних газопроводів, у неможливості повною мірою використовувати потенціал газосховищ. Крім цього, ГТС вимагає комплексної реконструкції за умов нестабільності та слабо прогнозованих сценаріїв її завантаження в близькій та далекій перспективі. Процеси, які відбуваються в системі в згаданих умовах є недостатньо вивченими. Виник цілий клас нових задач – оптимального планування режимів роботи у непроєктних режимах, мінімізації обмежених ресурсів на реконструкцію ГТС, формування оптимальних параметрів керування газодинамічними та фільтраційними процесами.

Підземні сховища газу (ПСГ) у складі газотранспортної системи України забезпечують ліквідацію сезонного дисбалансу газу в системі газопостачання України. На роботу ГТС і ПСГ суттєво впливає багато факторів. Серед основних треба виділити нерівномірність як за відбиранням, так і нагнітанням газу. Це істотно впливає на основні режимні параметри роботи як ГТС, так і газосховищ. Підземні сховища газу забезпечують не лише стійку і надійну експлуатацію газотранспортної системи, а також є важливим фактором оптимізації розподілу потоків у ГТС.

Для реалізації наявного потенціалу енергозбереження в ГТС України, який пов'язаний із розробленням і впровадженням інформаційних, моделюючих, оптимізуючих і систем прийняття рішень вимагає постановки задач, розроблення швидкозбіжних методів та мінімальної складності алгоритмів. Проблеми розрахунку нестационарних режимів транспортування та розрахунку параметрів оптимального керування потоками газу, як математичних проблем, на сьогодні вирішені в недостатній мірі, як із погляду побудови моделей, так і методів розв'язування нелінійних систем із різнотипним математичним представленням моделей газових потоків у технологічних об'єктах.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами і темами.** Дослідження за темою дисертації проводилися відповідно до планових науково-дослідних робіт Центру математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики НАН України ім. Я. С. Підстригача, у яких автор виступав як виконавець. Матеріали дослідження використовувались під час розроблення науководослідних тем: "Нестационарні задачі фільтрації газу в неоднорідних пористих середовищах в газовому і водонапірному режимах із зосередженими джерелами і стоками" (№ д/р 0107U000356, 2007–2011 рр.); "Розроблення підсистеми оперативного планування динамічних режимів роботи магістральних газопроводів для автоматизованого диспетчерського керування потоками газу в газотранспортній системі України" (№ д/р 0110U004141, 2010 р.); "Розроблення та дослідження

математичних моделей процесів деформування та переносу у неоднорідних середовищах з урахуванням локальної структури та зосереджених джерел і стоків" (№ д/р 0111U009748, 2012–2016 рр.); "Математичне моделювання нестационарної фільтрації газу в неоднорідних пористих середовищах з рухомими границями розділу газ – вода" (№ д/р 0114U003285, 2014 р.); "Моделювання процесів масопереносу в складних мережевих структурах для визначення оптимальних параметрів керування динамічними режимами" (№ д/р 0115U006878, 2016–2018 рр.); "Математичне та комп'ютерне моделювання зв'язаних процесів різної фізичної природи в об'єктах складної внутрішньої структури і топології та створення програмного забезпечення" (№ д/р 0117U006866, 2018–2020 рр.).

**Метою дисертаційної роботи** є розроблення й аналіз моделей, методів і алгоритмів розрахунку прогнозованих режимів та формування оптимальних параметрів керування фільтраційними потоками в неоднорідних пористих середовищах та потоками газу в магістральних газотранспортних системах зі складною структурою її технологічної схеми, зважаючи на реальний стан технічного, метрологічного, інформаційного забезпечення, нестационарної роботи системи транспортування газу, неповноти інформаційного забезпечення комплексу диспетчерських задач всіх рівнів. Досягнення мети роботи передбачає:

- проведення дослідження нестационарних математичних моделей газодинамічних потоків у технологічних об'єктах та фільтраційних потоків у природних пористих середовищах для забезпечення їхньої адекватності в області зміни параметрів реальних процесів;
- розроблення нестационарної математичної моделі газотранспортної системи з активними об'єктами із дискретно-неперервною зміною їхньої потужності та складною структурою її технологічної схеми й змінними крайовими умовами;
- формулювання задачі розрахунку параметрів потоків газу в газотранспортних системах зі складною структурою технологічної схеми за умов постійної зміни крайових умов та топології її структури;
- створення адаптивних методів й алгоритмів стійкого розв'язування систем нелінійних диференціальних рівнянь із частинними похідними;
- розроблення швидких методів розв'язування фільтраційних рівнянь із зосередженими джерелами для неоднорідних пористих середовищ із геологічними розломами;
- створення стійких методів розв'язування некоректних задач математичної фізики з рухомими границями, які виникають у процесі витискування одного газу іншим у неоднорідних пористих середовищах;
- розроблення методів та алгоритмів знаходження оптимальних параметрів керування газодинамічними процесами в реальних технологічних межах зі змінною топологією технологічної схеми.

**Об'єкт дослідження:** газодинамічні та фільтраційні процеси в технологічних об'єктах транспортування та зберігання газу.

**Предмет дослідження:** нестационарні математичні моделі фільтрації та руху газу в технологічних об'єктах, у групах технологічно поєднаних об'єктах, зі змінними крайовими умовами та змінною топологією технологічних схем, чисельні

методи й алгоритми розв'язування задач математичної фізики для оптимізації, прогнозування та формування параметрів керування розподілом потоків за заданими критеріями.

**Методи досліджень.** Процеси руху газу в складних системах трубопровідного транспорту та його фільтрації в неоднорідних пористих середовищах описуються, як правило, нелінійними рівняннями та системами зі змінними моделями та крайовими умовами. Немає або вивчені недостатньо чисельні методи й алгоритми розв'язування таких систем, які б надійно і швидко працювали у всій області технологічності процесів. Тому для знаходження параметрів розподілу потоку газу запропоновано адаптивні чисельні ітераційні методи розв'язування задач математичної фізики.

**Наукова новизна одержаних результатів** полягає в такому:

- уточнено математичну модель нестационарного неізотермічного режиму транспортування газу в ГТС зі складною технологічною структурою та об'єктами із різнотипними моделями газових потоків, яка відрізняється від відомих включенням моделей усіх технологічних об'єктів без їхнього спрощення, які приймають участь у транспортуванні та зберіганні газу, що дало змогу більш адекватно описати процеси транспортування, зберігання й розподілу потоків газу та оцінити їхній вплив на режимні параметри роботи об'єктів ГТС;

- запропоновано математичні постановки задач математичного моделювання нестационарних неізотермічних режимів транспортування, зберігання та розподілення природного газу в ГТС, які відрізняються від відомих математичною моделлю, повнотою врахування технічних та технологічних обмежень на параметри газових потоків та способом формування природних крайових умов, що суттєво розширило можливості постановок конкретних задач математичного моделювання й забезпечило єдиність їхнього розв'язку;

- уперше розроблено адаптивний алгоритм, який забезпечує суттєве збільшення стійкості методу скінченних елементів та значно зменшує час знаходження розподілених параметрів потоків газу, способом часткового редагування технологічної схеми без зміни її певних топологічних властивостей і, який відрізняється від відомих методів еквівалентування (заміни складних підсистем на простіші) повною алгоритмізацією (автоматизацією) процесу редагування та формування моделі системи (системи рівнянь), розв'язки якої за точністю є співмірними із розв'язками вихідної немодифікованої системи у випадку їхнього стійкого розв'язування;

- удосконалено методи та алгоритми, які поєднують методи математичної фізики та комбінаторної оптимізації, розв'язування задач зі змінними крайовими умовами, із зосередженими та розподіленими параметрами, дискретними та неперервними впливами і, які не вимагають суттєвого спрощення технологічних схем ГТС і ПСГ;

- уперше поставлено та розв'язано вичерпний набір прямих та обернених оптимізаційних задач диспетчерського керування режимами роботи підземних сховищ газу як єдиною гідравлічною системою без спрощення її технологічної схеми;

- розроблено швидкозбіжний метод знаходження розподілених параметрів газу в процесі його фільтрації в неоднорідних пластах – колекторах із врахуванням розрідженості матриць систем рівнянь (незначну наповненість ненульовими елементами матриць систем рівнянь), що дало змогу поставити та розв'язати задачі ідентифікації

параметрів моделей та оптимізації режимів нагнітання та відбирання газу на значних часових інтервалах роботи газосховищ;

- уперше запропоновано алгоритми стійкого розв’язування задач витіснення газ – газ у неоднорідних пористих середовищах, що забезпечило проведення чисельних експериментів на значних часових інтервалах для оцінювання динаміки зміни параметрів контуру (межі розділення різних типів газу) поширення газу в пласті–колекторі та оцінювання об’ємів витісненого газу, який проявився в робочій зоні роботи свердловин;

- уперше сформульовано задачу розрахунку оптимальних параметрів керування потоками газу для газотранспортних систем зі складною технологічною схемою, активними об’єктами і з урахуванням технічних та технологічних обмежень;

- запропоновано алгоритми та методи розрахунку параметрів керування потоками, які забезпечують формування регламенту роботи технологічних об’єктів та мінімізують паливно-енергетичні затрати на транспортування газу;

- подальшого розвитку набули методи та алгоритми розв’язування актуальної проблеми – автоматизації наукових досліджень математико-комп’ютерних моделей функціонування складних трубопровідних систем та систем зберігання газу. Розроблено ефективні інструменти, які забезпечують: проведення обчислювальних експериментів в усій області технологічності об’єктів і за її межами; аналіз ступеню реалізації наявного потенціалу оптимізації режимів; оцінювання передпроектних рішень та доцільності реконструкції технологічних об’єктів за техніко-економічними показниками тощо.

**Достовірність** отриманих результатів забезпечується строгістю постановок задач, гарантованою збіжністю запропонованих методів і мінімальною складністю розроблених алгоритмів та багаторічною апробацією на реальних замірних даних у реальних діапазонах зміни режимних параметрів. Усе розроблене математичне забезпечення програмно реалізоване та інтегроване з інформаційним диспетчерським забезпеченням і апробоване в процесі проведення чисельних експериментів.

**Практичне значення отриманих результатів.** У роботі запропоновано нестационарну модель газотранспортної системи та систем зберігання газу, методи й алгоритми розв’язування відповідних систем нелінійних рівнянь. Це дало можливість розраховувати параметри розподілу потоків газу в реальних газотранспортних системах та параметри фільтраційних потоків у пористих середовищах на значних інтервалах часу з точністю, необхідною для прийняття обґрунтованих рішень. Результати досліджень використано в розробленнях математичного забезпечення та програмних комплексів для розв’язування практичних задач, а саме:

- розроблено математичне та програмне забезпечення розрахунку прогнозних нестационарних режимів роботи ГТС зі змінними крайовими умовами та змінною топологією технологічної схеми ГТС та з високим ступенем автоматизації побудови моделі системи транспортування газу й розв’язуванням режимно-технологічних задач (Об’єднане диспетчерське управління АТ "Укртрансгаз", відділ оптимізації режимів транспорту газу і перспективного розвитку ГТС);

- розроблено математичне та програмне забезпечення для моделювання та оптимізації газодинамічних та фільтраційних процесів, які проходять в об’єктах ПСГ і забезпечують розв’язування повного набору режимних прямих та обернених задач на етапах нагнітання та відбирання газу;

– розроблено комплекс програм оптимального балансування газопотоків у системі магістральних газопроводів газотранспортної системи у нестационарних умовах її роботи та формування параметрів керування потоків у технологічних областях її роботи.

До дисертації додаються акти про використання результатів прикладних досліджень і експлуатації комплексів програм розрахунку та оптимізації газопотоків у газотранспортній системі України.

Результати дисертаційної роботи дали змогу успішно реалізувати низку проєктів у співпраці із співробітниками Філії "Науково-дослідного інституту транспорту газу" АТ "Укртрансгаз", серед них:

– Розроблення програмного комплексу для проведення оперативних і прогнозних розрахунків режимів роботи Більче-Волицького ПСГ (робота № 2.2.27-11/2020 від 12.12.2019 №2/2020);

– Розроблення програмного комплексу для аналізу, моделювання та прогнозування режимних параметрів Дашавського ПСГ, інтегрованого з наявними системами автоматики (робота № 2.2.19-12/2019-2020 від 28.12.2018 №2/2019);

– Розроблення програмного комплексу автоматизації процесів формування ефективних рішень щодо диспетчерського керування газовими потоками для основних газопроводів ПАТ "УКРТРАНСГАЗ" (робота № 1.1.4-10/2016-2017);

– Аналіз факторів впливу на точність розрахунку балансу газу в системі ГТС ПАТ "УКРТРАНСГАЗ" (робота № 1.6.15-11/2015-2016);

– Розроблення моделюючого комплексу для оптимального планування режимів роботи ПСГ, груп технологічно поєднаних ПСГ та їх роботи сумісно з ГТС (робота № 1.6.14-11/2015-2016);

– Моделюючі та оптимізуючі програмні комплекси для планування і прогнозування роботи Угерського (14-15 гор.), Олишівського, Солохівського, Кегічівського, Краснопопівського та Вергунського ПСГ (№ 1112011333 від 15.12.2011 р.);

– Розроблення системи формування оптимального керування потокорозподілом в газотранспортній системі ДК "Укртрансгаз" (робота № 116-153 від 09.03.2006 р.);

– Розрахунок та математичне моделювання параметрів процесу заміщення природного газу азотом в пластах ПСГ (робота № 110ТР-274 від 22.07.2010 р.).

**Особистий внесок автора.** Усі результати, які стосуються основного змісту дисертаційної роботи та винесені на захист, отримані здобувачем самостійно. У працях, опублікованих у співавторстві, дисертанту належать: розроблення алгоритмів, чисельних методів та математичних моделей руху газу в складних системах транспортування, зберігання і розподілення газу [2, 4, 7, 11, 12, 20, 21, 23, 33, 35, 37, 39, 40, 45, 47]; постановка задач, побудова методів і алгоритмів, розроблення комплексів програм [1, 3, 5, 6, 15, 16, 24, 25, 27–29, 31, 36, 38, 43, 44, 46, 48]; розробка комплексів програм, опрацювання та інтерпретація отриманих чисельних результатів [22, 26, 30, 32, 34].

**Апробація результатів роботи.** Основні результати роботи доповідалися та обговорювалися на: Міжнародній науково-технічній конференції "Комп'ютерні технології підтримки прийняття рішень в диспетчерському керуванні газотранспортними і газовидобувними системами" (Москва, 2012); V науково-

практичній конференції "Математичне та імітаційне моделювання систем" (Київ, 2010); Міжнародній конференції "Десята відкрита наукова конференція Інституту прикладної математики та фундаментальних наук" (Львів, 2012); 3-й Міжнародній науково-технічній конференції "Комп'ютерні науки та інформаційні технології" (CSIT 2008) (Львів, 2008); Науково-технічній конференції "Інформаційні системи і технології в енергетиці" (Ялта, 2011); Симпозіумі "Пористі матеріали – теорія і експеримент" (INTERPOR 12) (Львів, 2012); 15-й Міжнародній конференції "Проблеми прийняття рішень в умовах невизначеності (PDMU-2010)"; V Всеукраїнській науковій конференції "Нелінійні проблеми аналізу" (Івано-Франківськ, 2013); IX Міжнародній науковій конференції "Математичні проблеми механіки неоднорідних структур" (Львів, 2014); Конференції молодих учених "Підстригачівські читання – 2014" (Львів, 2014); XXIV Міжнародній конференції з автоматичного управління "АВТОМАТИКА-2017" (Київ, 2017); Міжнародній науково-практичній конференції "Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання" (Івано-Франківськ, 2018); VII науково-технічній конференції "Інформаційні системи і технології ICT-2018" (Харків-Коблево, 2018).

Результати дослідження, як і розроблені програмні комплекси продемонстровано та обговорено на спільних форумах ПАТ "УКРТРАНСГАЗ" зі спеціалістами фірм світових лідерів у галузі розроблення моделюючих комплексів – SIMONE, GENESIS, PSI (Німеччина), CCC (США), Schlumberger, на семінарах Об'єднаного диспетчерського управління, управління експлуатації та реконструкції компресорних станцій, управління підземного зберігання газу, на спільних семінарах АТ "Укртрансгаз" із "Rurgas" (Німеччина).

У повному обсязі дисертаційна робота доповідалася і обговорювалася на: розширеному науковому семінарі відділу математичних проблем механіки неоднорідних тіл Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України та Центру математичного моделювання Інституту під керівництвом д.ф.-м.н., проф. В. Ф. Чекуріна та загальноінститутському науковому семінарі за напрямком "Математичне моделювання та обчислювальні методи" під керівництвом д.т.н., с.н.с. М. І. Андрійчука; науковому семінарі кафедри прикладної математики Національного університету "Львівська політехніка" МОН України під керівництвом д.ф.-м.н., проф. П. П. Костробія та семінарі кафедри механіки суцільних середовищ Київського національного університету ім. Т. Шевченка МОН України під керівництвом д.т.н., проф. О. С. Лимарченка.

**Публікації.** За результатами виконаних у дисертації досліджень опубліковано 48 наукових праць, серед яких 21 стаття у наукових фахових виданнях України, зокрема, 3 статті [4, 11, 12] у виданні, що реферується наукометричною базою Scopus; одна монографія [6]; 2 розділи у монографіях [2, 7], виданих за кордоном; розділ монографії [1], виданої в Україні; 16 публікацій у збірниках праць міжнародних та всеукраїнських конференцій.

**Структура роботи.** Дисертаційна робота складається із анотації, вступу, семи розділів, які містять 75 рисунків і 40 таблиць, висновків, а також списку літератури, що включає 160 найменувань, додатків. Обсяг основного тексту дисертації займає 273 сторінки, а повний обсяг роботи – 310 сторінок.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність проблеми створення моделей та ефективних обчислювальних методів і алгоритмів розв'язування поставлених задач диспетчерського планування та керування процесами в газотранспортних системах. Показано зв'язок цієї проблеми з науковими програмами та темами, сформульовано мету та задачі досліджень, наукову новизну і практичне значення отриманих результатів. Наведено дані про впровадження результатів роботи, їхню апробацію, особистий внесок та публікації.

**Перший розділ** дисертації стосується аналізу проблеми моделювання газодинамічних та фільтраційних процесів в об'єктах газотранспортних систем зі складною технологічною схемою. Система газопостачання складається із великої кількості різнотипних технологічних об'єктів, які забезпечують неусталений термо-гідравлічний процес транспортування, уздовж системи магістральних газопроводів, та зберігання газу в неоднорідних пористих середовищах. Питання неусталеного руху реального газу в трубопровідних системах має суттєве значення для проектування та експлуатації газотранспортних систем. Найпершими та значними роботами в прикладній теорії неусталеного руху газу та рідини в трубах є роботи І. А. Чарного. У працях І. А. Чарного розглянуто питання можливості лінеаризації вихідних рівнянь неусталеного руху і їхнє використання для випадків дозвукових швидкостей газу за малих перепадах тиску для довгих трубопроводів. Значна частина робіт із нестационарного руху газу була результатом узагальнення та подальшого розвитку ідей І. А. Чарного.

Значний внесок у розвиток наукових досліджень трубопровідного транспорту та підземного зберігання газу внесли вітчизняні вчені. В Україні сформувалися наукові школи: харківська – А. Тєвяшева, С. Дістрянова; львівська – Я. Пянила, В. Чекуріна, М. Притули; Івано-Франківська – В. Грудза, Р. Гімлера, київська – провідних фахівців Інституту газу НАН України тощо. Проведені дослідження згаданих вчених та їхніх учнів повністю забезпечили вітчизняним ефективним математичним та програмним забезпеченням АТ "Укртрансгаз" та ТОВ "Оператор газотранспортної системи України" у сучасних економічних умовах добового балансування ринку газу. Слід зазначити, що у розробках на всіх етапах, від постановки задач до впровадження розробок у промислову експлуатацію, приймали активну участь фахівці згаданих фірм – М. Химко, В. Фролов, С. Гладун, Р. Вечерік тощо. За їхньої участі на розробленому програмному комплексі фахівцями львівської школи у 2009 році було забезпечено реверсну, непроекtnу роботу ГТС України, що дозволило уникнути масштабної техногенної катастрофи.

Роботи, які стосуються аналізу неусталеного руху газу в трубах і мають прикладне значення, можна розділити на декілька груп: використання класичних методів для розв'язування рівнянь руху (методи розділення змінних Фур'є, метод характеристик, який впливає з ідей Даламбера); використання методів інтегральних перетворень Фур'є, Мелліна, Лапласа та їхніх узагальнень у вигляді перетворень типу згортки.

Для побудови сучасних комп'ютерних газодинамічних систем, які дають можливість максимально точно моделювати ситуації в системах транспортування газу зі складною технологічною схемою вище перераховані підходи мають обмежене

застосування. На цей час моделювання транспортування газу зводиться до чисельного аналізу повної системи газової динаміки (система, яка включає рівняння нерозривності, зміни кількості руху, енергії й рівнянням стану газу). Система замикається відповідними крайовими умовами, записаними для одновимірного випадку.

У реальних газотранспортних системах розгортаються нелінійні газодинамічні та фільтраційні процеси на значних часових інтервалах, із неперервними та дискретними впливами, на тисячах різнотипних об'єктах за математичною моделлю. Перехідні процеси за часом у різних об'єктах різняться на декілька порядків. Немає загальних підходів для моделювання таких систем. Пряме використання відомих чисельних методів не забезпечує стійкого розв'язування систем рівнянь. Певні відомі підходи стосувалися простих структур, або використовували для моделювання спрощені моделі газових потоків в об'єктах, які не знайшли практичного використання.

Газотранспортна система є керованим об'єктом, що вимагає розроблення автоматизованих систем диспетчерського керування в режимі реального часу. Складність задач оптимального керування вимагає широкої математичної бази для її побудови. Класичним фундаментом побудови оптимальних систем є математична теорія оптимального керування (принцип максимуму Л. С. Понтрягіна й метод динамічного програмування Р. Беллмана). Практичне використання теорії стикається з багатьма труднощами, зокрема, й обчислювального характеру, що вимагає розроблення методів, які враховують особливості діючих систем.

Об'єкти, які забезпечують надійну та оптимальну роботу системи транспортування газу, є підземні сховища газу. Наявні підходи не забезпечили моделювання вказаних систем як єдиної гідравлічної системи, які враховують усі особливості її експлуатації.

Зважаючи на все вищесказане, розроблення математичних моделей, постановка на цій основі задач та розроблення методів, алгоритмів та програмного забезпечення, яке б забезпечило ефективність планування та керування газодинамічними та фільтраційними процесами в об'єктах газотранспортних систем, належить до актуальних проблем математичного моделювання.

У **другому розділі** всесторонньо досліджено математичну модель руху газу на ділянках газопроводу та метод її реалізації, запропоновано ітераційний метод розв'язування нелінійних систем диференціальних рівнянь із частинними похідними, проведено дослідження впливу кроків дискретизації за координатою та часом на достовірність і збіжність ітераційного процесу.

Наведено модель та метод розрахунку режимів роботи магістральних газопроводів (МГ) Для формування режимів роботи технологічних об'єктів магістральних газопроводів – газоперекачувальних агрегатів різних типів, компресорних станцій, запірної арматури, ділянок газопроводів, зроблено постановки та розв'язано математичні задачі з можливими крайовими умовами, які, частково породжуються системами автоматичного керування наявними активними об'єктами.

Як показують дослідження, рух газу в трубопроводах для розв'язування практичних задач достатньо добре описує така система рівнянь:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(p + \rho w^2) &= -\rho \left( \frac{\lambda w |w|}{2D} + g \frac{dh}{dx} \right), \\
\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho w) &= 0, \\
\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x} \rho w \left( E + \frac{P}{\rho} \right) &= \frac{4k(T_{cp} - T)}{D} - \rho w g \frac{dz}{dx},
\end{aligned} \tag{1}$$

де  $\rho, w$  та  $P$  – відповідно густина, швидкість руху й тиск газу;  $\lambda$  – коефіцієнт гідравлічного опору;  $k$  – коефіцієнт теплопередачі від труби до ґрунту;  $T$  і  $T_{cp}$  – температура газу і ґрунту відповідно;  $h$  – глибина залягання труби;  $E$  – повна енергія одиниці маси газу;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $D$  – діаметр трубопроводу;  $t$  – час;  $x, x \in [0, l]$  – біжуча координата;  $l$  – довжина трубопроводу,  $z$  – коефіцієнт стисливості, який характеризує відмінність реального газу від ідеального і визначається на основі побудованих емпіричних залежностей;  $R$  – газова стала.

Для замикання системи рівнянь використовується рівняння стану газу

$$P = \rho z R T. \tag{2}$$

За початкові умови задають, здебільшого, параметри деякого стаціонарного режиму. За крайові умови беруться прогнозовані, або розраховані витрату й тиск газу на виходах компресорних станцій, а також контрактні умови на тиск та витрату газу на вході та виході магістрального газопроводу.

В основі методу розв'язування системи (1) за ізотермічної умови лежить лінеаризація нелінійного доданку першого рівняння вихідної системи з подальшим уточненням розв'язку через обчислення відповідної нев'язки. Лінеаризована система розв'язується методом скінченних елементів. Результати досліджень апробовані в процесі проведення обчислювальних експериментів. У результаті проведених чисельних експериментів для ділянок газопроводів заданої довжини, знайдено оптимальне співвідношення між кроками за часом та просторовій координаті, характером крайових умов, кількістю ітерацій методу, яке забезпечує одночасно стійкість методу, досягнення задовільної точності та задовільного часу очікування завершення процесу моделювання. У процесі проведення чисельних експериментів досліджено вплив адаптивних параметрів моделі на точність розрахунку витрати та тиску газу на краях ділянки газопроводу.

Магістральні газопроводи (однониткові) розглядаються як послідовність  $(i, i+1) \in E, i \in V, i = 0, 1, \dots, n-1$  ділянок газопроводу, запірної арматури та компресорних цехів. Розглядаються й багатониткові магістральні газопроводи з багатоцеховими компресорними станціями (КС) та з різнотипними газоперекачувальними агрегатами (ГПА). Модель магістрального газопроводу включає: моделі ділянок газопроводів, запірної арматури та компресорних станцій; балансові рівняння та

граф структури для багатониткових МГ. Задаються такі рівняння балансу масової витрати та теплового балансу для  $i + 1$ -ї вершини графу технологічної структури МГ

$$\sum_i m_{i,i+1} + \sum_k m_{i+1,i+2} = 0, (i, i+1) \in E, \quad (3)$$

$$T_{i+1}^{-0} = T_{i+1}^{+0}, i+1 \in V. \quad (4)$$

Модель компресорної станції формується на основі моделі структури та моделей її технологічних об'єктів. Модель структури представляється у вигляді графу, у якому об'єкти, які мають протяжність, представляються ребрами, а всі інші – вершинами. Основний об'єкт – газоперекачувальний агрегат, представляється приводом і відцентровим нагнітачем (ВН). Відомо, що параметри газу на вході та виході ВН пов'язує набір емпіричних рівнянь

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varphi_1 \left( [q]_{pr}, \left[ \frac{n}{n_n} \right]_{pr} \right), \eta_{пол} = \varphi_2 \left( [q]_{pr} \right), \frac{N_i}{\gamma_n} \left( \frac{n_n}{n} \right)^3 = \varphi_3 \left( [q]_{pr} \right), \\ N_e^p &= N_e^n K_{Ne} \left( 1 - K_t \frac{t_0 - t_0^n}{t_0 + 273} \right) \frac{p_a}{0,1033}, \\ \left[ \frac{n}{n_n} \right]_{pr} &= \frac{n}{n_n} \sqrt{\frac{z_{pr} R_{pr} T_{pr}}{zRT}}, [q]_{pr} = \frac{n_n}{n} q. \end{aligned} \quad (5)$$

Інші робочі параметри ГПА знаходимо за формулами:

$$q_p = q_p^n K_t \left( 0,75 \frac{N_e}{N_e^n} + 0,25 \sqrt{\frac{t_0 + 273}{t_0^n + 273} \frac{p_a}{0,1033}} \right), q_p^n = \frac{860 N_e^n}{\eta_e^n Q_n 10^3}, N_e = \frac{N_i}{\eta_m K_N}, \quad (6)$$

де  $n$  – оберти ВН, 1/с;  $q$  – витрата газу через ВН, м<sup>3</sup>/с;  $\eta_{пол}$  – політропічний ККД. ВН;  $q_p^n$  – номінальні витрати паливного газу, м<sup>3</sup>/с;  $\varepsilon$  – ступінь стиску;  $N_e^n$  – номінальна потужність газотурбінної установки (ГТУ), Вт;  $K_{Ne}$  – коефіцієнт технічного стану газотурбінних установок;  $K_t$  – коефіцієнт, який враховує вплив температури атмосферного повітря;  $t_0$  – температура повітря на вході в ГТУ, С;  $t_0^n$  – номінальна температура повітря на вході в ГТУ, С;  $p_a$  – абсолютний тиск атмосферного повітря залежно від висоти над рівнем моря Н, ата;  $t_0$  – температура повітря в (°С) на вході в ГТУ, С;  $N_i$  – внутрішня потужність ВН, Вт;  $Q_n$  – номінальна нижча питома об'ємна теплота згоряння палива;  $\eta_e^n$  – номінальний ККД ГТУ;  $\eta_m$  – механічний коефіцієнт корисної дії;  $K_N$  – технічний стан за потужністю;  $z_{pr}, R_{pr}, T_{pr}$  – параметри газу, за яких експериментально визначені характеристики нагнітача;  $\gamma_c$  – питома вага газу за стандартних умов ( $P = 0,1033$  МПа;  $T = 293$  К), кг/м<sup>3</sup>;  $n_n$  – номінальні оберти нагнітача, 1/с;  $\varphi_k$  ( $k = 1 - 3$ ) – емпірично встановлені функції.

Зведені характеристики дають змогу враховувати: відхилення параметрів газу на вході нагнітача  $(z_{ex}, R, T_{ex})$  від їхніх зведених значень  $(z_{pr}, R_{pr}, T_{pr})$ , відхилення фактичної частоти обертання нагнітача  $n$  від його номінального  $n_n$  значення.

Показник політропи  $m$  знаходять із співвідношення:  $T_{eux} z_{eux} = T_{ex} z_{ex} \varepsilon^{\frac{m-1}{m}}$ , і уточнюють, користуючись такою формулою

$$\varepsilon^{\frac{m-1}{m}} = \left( \frac{n}{n_n} \right)^2 \frac{z_{pr} T_{pr} R_{pr}}{z_{ex} T_{ex} R} \left( \varepsilon_n^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right) + 1. \quad (7)$$

Для розрахунку внутрішньої потужності відцентрового нагнітача відома формула:

$$N_i = \left( \frac{n}{n_n} \right)^3 \rho \frac{m z_{pr} T_{pr} R_{pr} q_{pr}}{(m-1) \eta_{pol} 60} \left( \varepsilon_n^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right). \quad (8)$$

Наявний набір технологічних обмежень на: положення робочих точок на характеристиках ВН для забезпечення безпомпажної роботи ГПА; максимальну об'ємну продуктивність ВН; частоту обертання валу ВН ( $n_{\min} \leq n \leq n_{\max}$ ); максимальну потужність ГТУ ГПА; максимальний вихідний тиск ВН, який визначається міцністю трубопроводів на виході ВН; максимальну температуру на виході ВН, яка визначається ізоляційним покриттям трубопроводів; мінімальне значення тиску на виході кожного ВН; умови, пов'язані із заданим рівнем стійкості роботи ГПА (віддаленість від зони помпажу); умови узгодженості схеми з'єднання ВН з підвідними і відвідними шлейфами та магістральними газопроводами.

Алгоритм розрахунку КС за набором вхідних даних  $(\rho_c, P_1, P_2, T_1, q, \{N_i^k\})$  (густина газу в стандартних умовах, тиск газу на вході, тиск газу на виході, витрата газу, множина ГПА в кожному  $i$ -тому цеху) розраховує режим роботи КС  $(T_2, s_{ij}^k, n_{ij}, \varepsilon_{ij}, q_{pg}^{ij}, N_{ij})$  (температура газу на виході; схема роботи ГПА –  $i$ -номер ступені,  $j$ -номер ГПА в ступені,  $k$  – тип ГПА; оберти ВН, ступінь стиску, об'єм паливного газу на режим роботи ГТУ та потужність ГТУ). Індeksi  $(i, j) \in \{N_i^k, N_j^k\}$  ( $N_i^k$  – множина ступенів стиску газу на КС,  $N_j^k$  – множина ГПА на  $i$ -й ступені).

Зведені характеристики дають змогу враховувати: відхилення параметрів газу на вході нагнітача  $(z_{ex}, R, T_{ex})$  від їхніх зведених значень  $(z_{pr}, R_{pr}, T_{pr})$ , відхилення фактичної частоти обертання нагнітача  $n$  від його номінального  $n_n$  значення.

Крайові умови формулюються за контрактними договорами, планом проведення "вогневих" робіт та прогнозом погодних умов (прогнозовані параметри). Для розрахунку режимних параметрів на момент часу  $t_{j+1}$  ( $t_{j+1} = t_j + \Delta t$ ) необхідно розв'язати систему рівнянь відносно невідомих  $q$  та  $P$ . Якщо ототожнити вхідну та вихідну вершини КС, то можна задати в цій вершині ступінь стиску  $\varepsilon_{i+1}$ , якого

досягне КС, працюючи за заданої потужності  $N_{i+1}$ , і в заданій вершині рівняння забезпечить виконання  $P_{i+1} = P_i \cdot \varepsilon_{i,i+1}$ . Для керування потоками газу в МГ для усіх типів ГПА в ГТС реалізовано зв'язок –  $E_i \leftrightarrow \varepsilon_i \leftrightarrow \eta_i \leftrightarrow q_{i-1,i} \leftrightarrow q_{i_p}$  (внутрішня потужність ВН, коефіцієнт стиску газу, оберти ВН, витрата газу, витрата паливного газу для газотурбінних приводів ГПА). Більш складні зв'язки реалізовано між режимними параметрами ГПА і КС. Розрахунок режимів роботи КС реалізовано в оптимізаційній постановці методами комбінаторної оптимізації.

На магістральних газопроводах розміщені кранові площадки, віддалі між якими – 20-35 км. Вони служать для локалізації нештатних ситуацій та для проведення робіт на локалізованих частинах ділянок МГ. Більшість кранів на МГ, які називають лінійними, мають байпасні крани меншого діаметру. У роботі досліджено алгоритми моделювання процесів закриття та відкриття кранів на магістральних газопроводах. Серед можливих варіантів розглянуто – миттєве закриття (рис. 1). Алгоритмічно простим і придатним для обчислень реальних моделей магістральних трубопроводів є миттєве відкриття. Така модель є адекватною, оскільки час відкриття є малим, як порівняти з періодом усього розрахунку. І різкий скачок швидкості та тиску, який за такої умови спостерігається, не має помітного впливу на загальну точність розрахунку параметрів газових потоків.

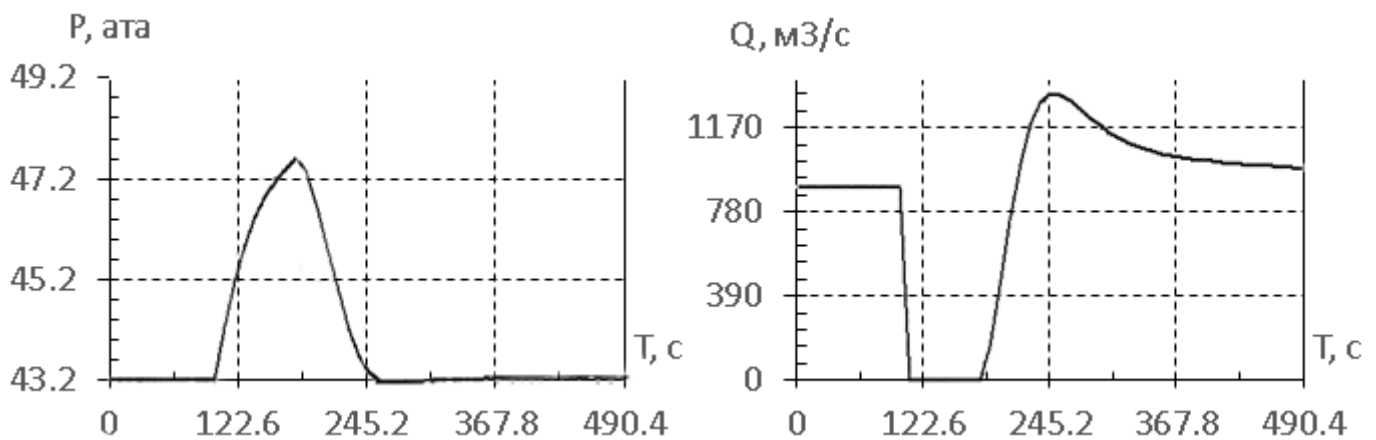


Рис. 1 – Динаміка зміни тиску та витрати газу перед краном.

Апробацію запропонованого методу моделювання нестационарного режиму роботи магістрального газопроводу "Союз" проведено протягом 148 годин його роботи (вхід – пункт вимірювання витрати газу (ПВВГ) Писарівка, вихід – КС "Бар" (Союз)). Система, яка розглядається, є замкнутою за вимірюваннями витрати газу. Крайові умови формулювали на основі реальних замірів на: газовимірювальній станції (ГВС) Писарівка – витрата газу; ГВС Решетилівка – витрата газу; ГВС Ананьїв (газопровід Ананьїв–Тирасполь–Ізмаїл) – витрата газу; вході КС Бар (Союз) – тиск; споживачах (відбори газу із системи) – витрата; компресорних станціях – тиск на вході або тиск на виході. Один із результатів наведено на рис. 2.

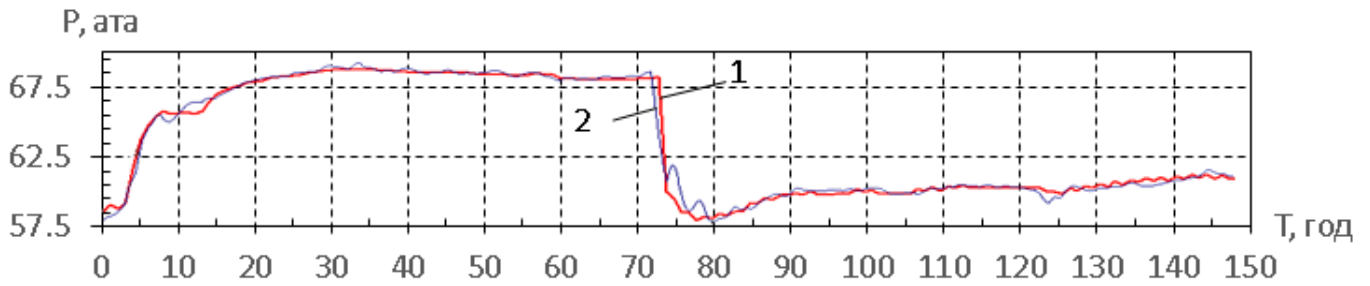


Рис. 2 – Вимірний (1) і розрахований (2) вихідний тиск на КС "Олександрівка".

Проведено аналіз температурного режиму транспортування газу. Аналіз заміряних даних показав, що зміна температурного режиму транспортування газу залежить від коливання витрати газу. Значні коливання температури повітря (понад 20 градусів) на поверхні ґрунту незначно впливають на температуру ґрунту на глибині її залягання (менше 0,1 градуса за добу). Зміна витрати газу має дещо суттєвіший вплив на зміну температурного поля. Заміряні дані для ділянок газопроводів діаметром 1400 мм показують, що формування стаціонарного зовнішнього температурного поля складає ділянки газопроводу менше півтори місяця. Вплив зміни витрати на зміну температуру газу на виході ділянки в перший тиждень майже невідчутний. Відомі емпіричні дані показують, що коефіцієнт теплопровідності ґрунту є нелінійним і суттєво залежить від ґрунту – структури, складу та густини, вологості та масової витрати теплоносія (витрати газу).

Проведені чисельні експерименти підтвердили адекватність математичної моделі нестационарного руху газу на ділянках газопроводу з усередненим коефіцієнтом гідравлічного опору й можливість її використання для вирішення режимних диспетчерських задач. Врахування характеру крайових умов та параметрів ділянки газопроводу під час адаптації коефіцієнтів методу й моделі дає змогу суттєво зменшити час моделювання, не погіршуючи точність обчислення параметрів газового потоку. Використання процесу моделювання нестационарних режимів на ділянках газопроводів дає змогу побудувати методику алгоритмічної діагностики витоків та запровадити методику розрахунку об'ємів акумульованого газу та його зміни за часом із точністю співмірною з точністю вимірюванням тиску та витрати газу.

У **третьому розділі** приведено математичну модель системи транспортування газу зі складною технологічною схемою, а також чисельний метод їхньої аналізу.

Математична модель структури ГТС, як прийнято в теорії інженерних мереж, представляється в термінах теорії графів – частково орієнтованого без петель не обов'язково зв'язного графу  $G=(V,E)$ , який складається зі скінченної множини вершин  $V$  і множини ребер  $E$ . Кожне ребро визначається парою вершин. Вершинами графа  $G=(V,E)$  ГТС є місця: з'єднання однотипних і різнотипних об'єктів. Об'єкти, які характеризуються протяжністю, називають ребрами (дугами) (трубопроводи, КС, запірні та регулюючі арматури, апарати повітряного охолодження (АПО), сепаратори тощо).

Розрізняють об'єкти інформаційні та ті, які мають модель газового потоку. До основних об'єктів, які мають модель газового потоку, належать: трубопровід, запірний й регулюючий арматура за тиском та витратою, газоперекачувальний агрегат, компресорний цех, багатоцехова компресорна станція, апарати повітряного охолодження газу, системи очищення й осушування газу. Перераховані об'єкти мають початок і кінець, або вхід і вихід. Модель об'єкта дає змогу зв'язати параметри газового потоку на його входах і виходах. Математична модель газотранспортної системи формується на основі математичної моделі структури ГТС, моделей газових потоків у технологічних об'єктах, умовах спряження потоків та балансових законах, прогнозних даних – температура зовнішнього середовища, зміна стану об'єктів, надходження в систему та відбирання газу із системи, початково-крайових умов. Вважаємо, що кожен об'єкт типу вершина чи ребро в ГТС мають унікальні номери, які не змінюються в разі перетворення графа  $G$ .

Для зменшення розмірності системи рівнянь (моделі ГТС), в роботі запропоновано проведення декількох обґрунтованих дій над графом технологічної схеми ГТС. Серед них можна виділити основні – спрощення технологічної схеми (зменшення кількості об'єктів типу ребро та вершина), зменшення величин розбиття протяжних об'єктів на елементи в методі скінченних елементів, залежно від параметрів газодинамічних процесів та довжини об'єктів моделювання тощо. Вказані дії забезпечують не тільки можливість швидше отримати результат, а також забезпечити більшу стійкість чисельних методів.

Для спрощення викладок розглядається ізотермічна модель. Після лінеаризації квадратичного доданку, із системи (1) в ізотермічному випадку, маємо

$$\begin{cases} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + C_{\omega} \omega + C_P P = 0; \\ \frac{\partial P}{\partial t} + c^2 \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0, \end{cases} \quad (9)$$

де  $c$  – швидкість звуку в газі,  $\omega = \rho v$ ,  $C_{\omega} = \frac{\lambda v_c}{2S}$ ,  $C_P = \frac{g}{zRT} \frac{dh}{dx}$ ,  $v_c$  – середня швидкість.

Для простоти опису розглянемо систему з одним вузлом з'єднання, що містить  $M$  ділянок газопроводу, і не будемо розглядати апроксимацію різних типів крайових умов. Нехай система складається з  $M_{in}$  вхідних і  $M_{out}$  вихідних ділянок, проіндексованих у відповідному порядку. Позначимо через  $x_j$  точку їхнього з'єднання. Позначимо довжину й діаметр  $k$ -тої ділянки через  $L_k$  та  $S_k$  відповідно ( $k = \overline{1, M}$ ). Також виберемо на кожній ділянці точку  $\{x_{j\mp}\}_k$ , яка є достатньо близькою до  $x_j$  (знак "+" або "-" в індексі залежить від напрямку руху газу). Тоді для  $k$ -тої ділянки система (9) набуде вигляду

$$\begin{cases} \left\{ \frac{\partial \omega(t, x)}{\partial t} + \frac{\partial P(t, x)}{\partial x} + C_\omega \omega(t, x) + C_P P(t, x) \right\}_k = 0, \\ \left\{ \frac{\partial P(t, x)}{\partial t} + c^2 \frac{\partial \omega(t, x)}{\partial x} \right\}_k = 0, \end{cases} \quad k = \overline{1, M}, \quad (10)$$

де  $x \in [0, \{x_{J-}\}_k]$  для  $k \leq M_{in}$  або  $x \in [\{x_{J+}\}_k, L_k]$  для  $k \leq M_{in}$ .

Враховуючи рівність тисків для всіх ділянок у точці з'єднання та перший закон Кірхгофа, одержимо модель руху газу через точку з'єднання

$$\begin{cases} \left\{ \frac{\partial \omega(t, x)}{\partial t} + \frac{\partial P(t, x)}{\partial x} + C_\omega \omega(t, x) + C_P P(t, x) \right\}_k = 0, \quad k = \overline{1, M}, \\ \{P(t, x_J)\}_i = P(t, x_J)\}_j, \quad \forall i, j = \overline{1, M}, \\ \sum_{i=1}^{M_{in}} \{S\omega(t, x_J)\}_i - \sum_{j=M_{in}+1}^M \{S\omega(t, x_J)\}_j = 0, \end{cases} \quad (11)$$

де  $x \in [\{x_{J-}\}_k, x_J]$  за  $k \leq M_{in}$  або  $x \in [x_J, \{x_{J+}\}_k]$  при  $k > M_{in}$ .

Отже, система (10)-(11) буде описувати рух газу на  $M$  ділянках, кінці яких мають спільну точку  $x_J$ . Дана модель легко узагальнюється на випадок мереж більш складної структури (з більшою кількістю з'єднань). Для цього побудуємо орієнтований граф, ребра якого відповідають ділянкам газопроводу. Тоді для кожного ребра і вершини (ступінь якої, більша від 1) можемо сформулювати набори рівнянь (10), (11) відповідно. Для відшукування чисельного наближення розв'язку (10)-(11) доцільно виконати просторово-часову дискретизацію моделі. Для проведення просторової дискретизації покриємо кожну ділянку набором вузлів  $x_i$ ,  $i = \overline{0, N_k}$ , з рівномірним кроком  $\Delta x = x_i - x_{i-1}$  (нумерація вузлів зростає за напрямком руху газу). І нехай точки  $x_{J\pm} = x_J \pm \Delta x$ . Дискретизацію за часом виконаємо на наборі вузлів  $t^k$  з постійним кроком  $\Delta t = t^{k+1} - t^k$ . Тоді із системи (10) у кожен момент часу  $t_{j+1}$  отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь з  $2N_k$ ,  $k = \overline{1, M}$ , рівнянь. А дискретизована система (11) складається з  $2M$  рівнянь.

Проведення гідравлічного розрахунку за нестационарною моделлю руху газу в мережі трубопроводів, на кожному часовому кроці та ітерації, забезпечується виконанням такої послідовності:

1. Проводиться аналіз технологічної схеми ГТС і формуються зв'язні графічні компоненти (це необхідно робити у випадку змінної топології мережі). Розрахунок параметрів газових потоків у зв'язних компонентах проводиться окремо.

2. Для кожного ребра формулюється система (10) і вноситься до системи рівнянь мережі.

3. Для кожної вершини  $J$  зі ступеню  $M_J$ , формулюється набір рівнянь вигляду (11) (якщо  $M_J > 1$ ), або рівняння, що описують крайові умови. Сформульовані рівняння вносяться до загальної системи рівнянь мережі згідно з глобальною нумерацією вузлів.

4. Розв'язується загальна система рівнянь.

5. Якщо необхідно уточнити значення нелінійних доданків необхідно повернутися на крок 2, інакше виконується наступна часова ітерація.

Система рівнянь мережі буде містити

$$2 \sum_{k=1, \dots, M} N_k + 2M = 2 \sum_{k=1, \dots, M} (N_k + 1)$$

рівнянь, де  $M$  – кількість ребер графа, і її матриця буде несиметрична стрічкового вигляду. Ширина стрічки не буде перевищувати  $2 \max_{J \in V} \sum_{k=1}^{M_J} (N_k + 1)$ , де  $V$  – множина вузлів графа,  $M_J$  – степінь вершини  $J$ . Тому в процесі розрахунку доцільно використовувати методи, які орієнтовані на матричні задачі стрічкового типу.

Для демонстрації роботи вище запропонованого методу розглянуто розрахунок нестаціонарних режимів роботи газопроводу між КС Красилів та КС Тернопіль, технологічна схема якої представлено на рис. 3, проведений за крайових умов на тиски газу, заданих для обох КС. Моделювання здійснювалось протягом 700 годин. Крок за часовою змінною ( $\Delta t$ ) брався рівним 600 с (10 хв). Результати представлено на рис. 4. Точність розрахунку за витратою складає біля 1,5%.

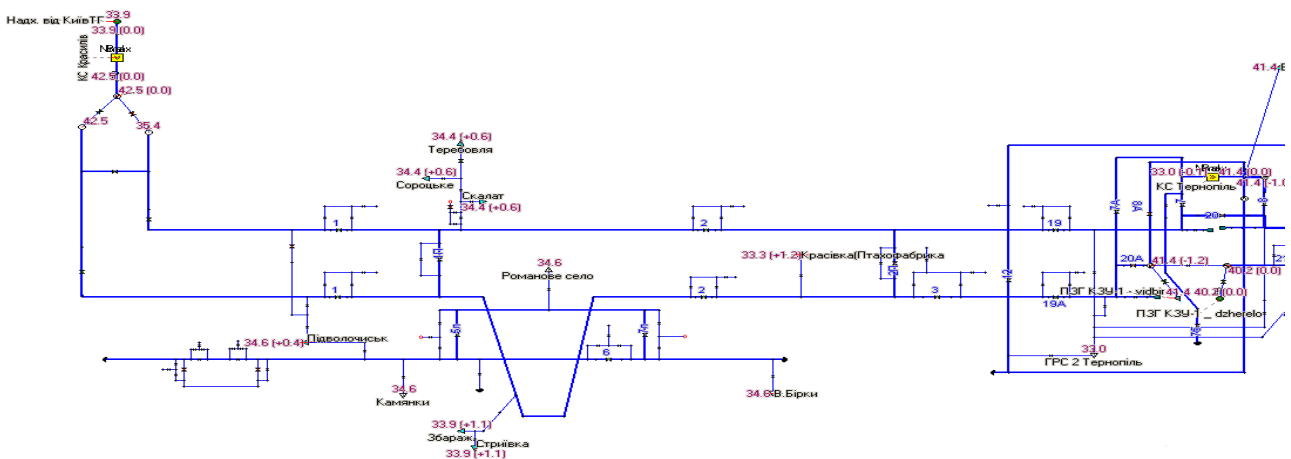


Рис. 3 – Технологічна схема газопроводу між КС Красилів та КС Тернопіль.

Результати розрахунку тиску за крайовою умовою на витрату газу наведено на рис. 4. Точність отриманих результатів співмірна з точністю вимірювання тиску.

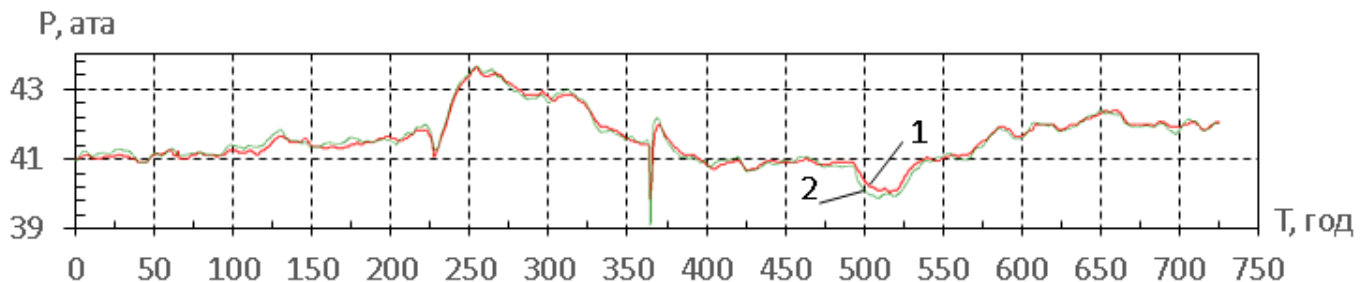


Рис. 4 – Виміряний (1) і розрахований (2) тиск у пункті вимірювання витрати газу Красилів.

Наведено результати моделювання складних підсистем ГТС України на інтервалі часу – з 8 до 12 квітня 2012 року. Відкриття кранів "2-9", "3-5" та "25П" розпочалось 9 квітня о 9:00 (23 година від початку моделювання) та тривало 30 хв.. На інтервалі часу відкриття кранів, який у середньому триває 2 хвилини, розрахунок проходив із часовим кроком 1хв. Протягом решти часу крок за часовою змінною був рівним  $\Delta t = 10 \text{ хв}$ . У момент початку моделювання дві зв'язні підсистеми були розділені 3-ма закритими кранами в районі КС Кам'янка-Бузька. Забезпечення контрактних умов імпорту для Польщі здійснювалось газом, відібраним із ПСГ. Технологічна схема управління магістральних газопроводів "Львівтрансгаз" без спрощень приведена на рис. 5, а певні результати в графічному вигляді на рис. 6.

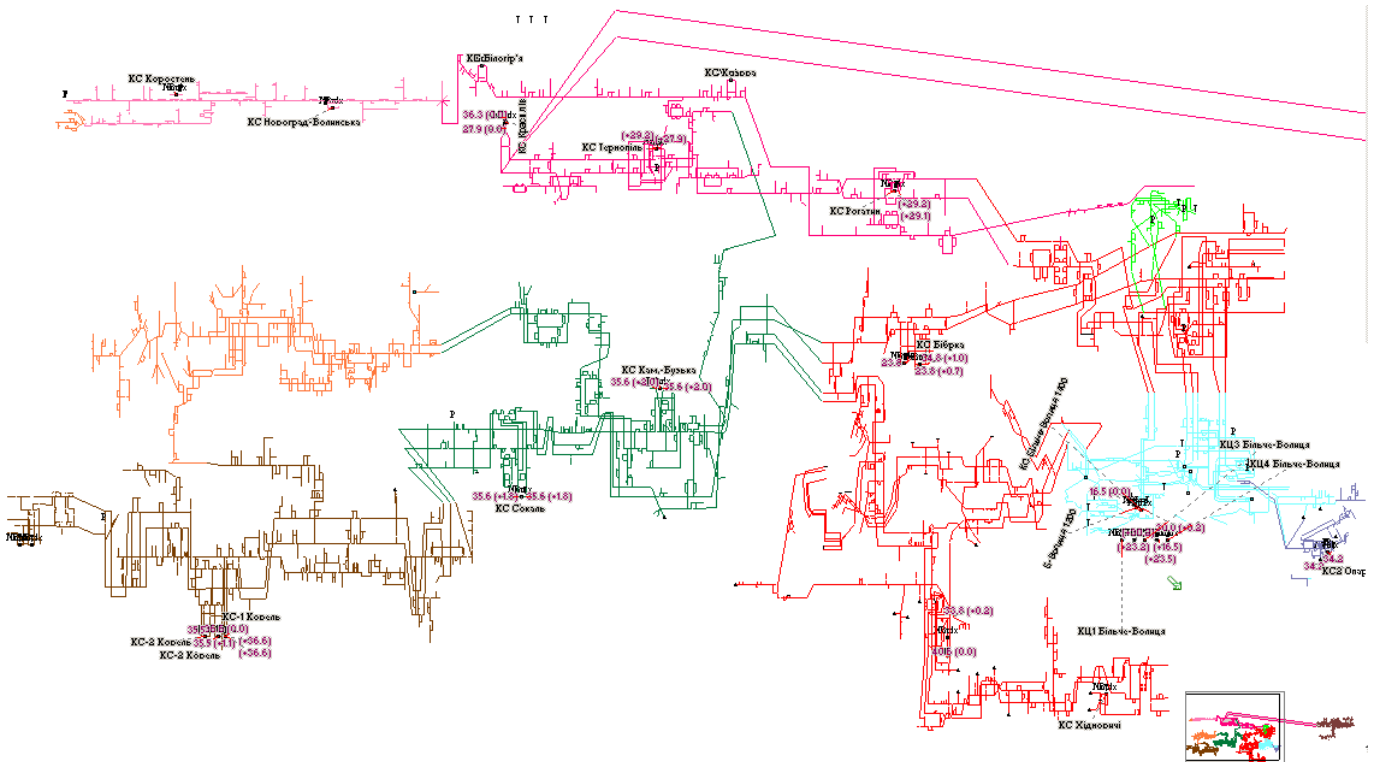


Рис. 5 – Фрагмент технологічної схеми ГТС України.

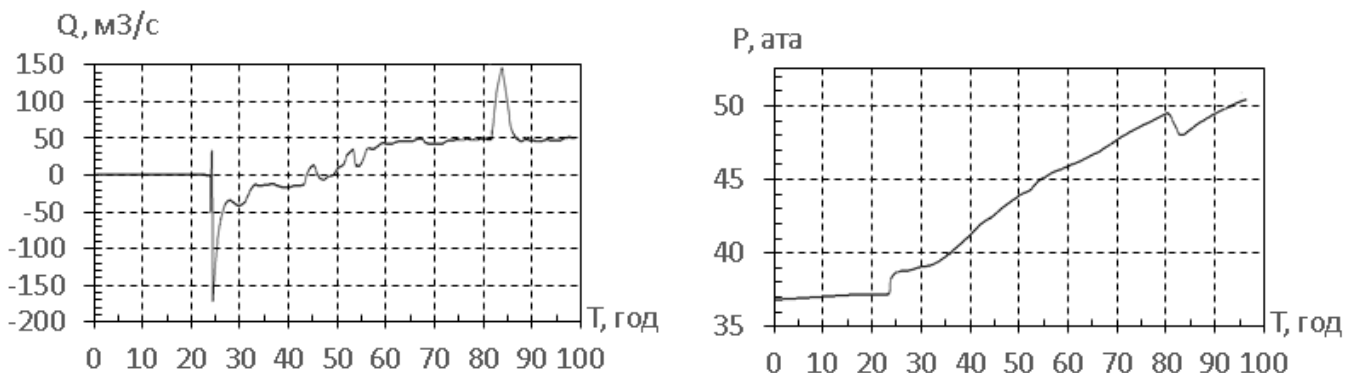


Рис. 6 – Графік зміни об'ємної витрати газу та тиску на крані "2-9".

Запропонований адаптивний метод дав змогу провести моделювання нестационарних режимів у процесі зміни її топології та крайових умов. Результати проведених досліджень свідчать, що запропонований у роботі метод забезпечує

стійкий розрахунок параметрів газових потоків для мереж зі складною технологічною структурою, а також із ділянками, які значно різняться за довжиною, діаметром та витратою газу. Для великої кількості об'єктів у системі магістральних газопроводів запропонований метод спрощення технологічної схеми і відповідно кількості об'єктів моделювання забезпечив, як вищу стійкість методу, так і швидкість знаходження розв'язку за умови задовільної його точності.

У **четвертому розділі** запропоновано один із можливих підходів до розв'язування проблеми побудови системи керування потоками газу.

Газотранспортна система працює, в основному, не оптимально і має значні резерви за енергетичними та іншими критеріями. На складність процесу оцінювання і реалізації наявних резервів з економії паливно-енергетичних ресурсів впливає багато факторів. Зміна параметрів керування потоками часто супроводжується зміною моделі системи. Значна частина крайових умов задачі формулюється в процесі реалізації керування, тобто вони залежать як від стану системи, так і прийнятого керування системою. На формування параметрів керування впливає як регламент роботи системи, який встановлений заздалегідь, так і регламент роботи об'єктів, який формується в процесі функціонування системи. Ці регламенти є взаємопов'язаними. Крім цього, на параметри розподілу потоків впливають самоорганізуючі газодинамічні процеси, процеси дискретної дії (зміна топології системи, включення/виключення КС і певних ГПА), а також зовнішні фактори – зміна температури повітря, ґрунту, параметрів газу на зовнішніх входах та виходах системи. Ресурс, який необхідно мати для забезпечення керування, є обмеженим та змінним і часто його недостатньо для переведення системи з діючого в оптимальний режим.

Реалізація параметрів керування потоками газу в реальному часі супроводжується фазовою траєкторією динамічної системи, яку формує зміна тисків, витрати та температури в контрольованих точках системи. Параметри керування формуються як функції поточних фазових координат та крайових умов. Такий підхід дає можливість врахувати, якоюсь мірою, наявну невизначеність у прогнозі вхідних даних для побудови та уточнення крайових умов на прогнозований період часу.

У реальних умовах область зміни параметрів керування, які задовольняють технологічним обмеженням, є значною. В умовах нечіткого прогнозу вибрати зі множини параметрів керування оптимальне за заданим критерієм якості керування в більшості випадків є проблематичним. Часто буває достатньо, якщо вдається визначити тільки межі зміни таких параметрів. Задачу керування розглядуваною системою, як і для більшості реальних систем, не вдається звести до класичних задач оптимального керування. Задача керування газодинамічними процесами в системах мережного типу має свої особливості.

Для опису процесу керування, в основному, беруть множину пар  $(x, u)$ , у яких  $u = u(t)$  ( $t \in [t_0, t_n]$ ) – допустиме керування,  $x = x(t)$  – відповідна цьому допустимому керуванню траєкторія за початкового  $x(t_0) = x_0$ . У кожен момент часу  $t$  пара  $(x(t), u(t))$  повністю характеризує досліджуваний процес. Виникає питання: як знайти таке допустиме керування, за якого процес керування був у певному сенсі

найкращим, оптимальним? Для визначення якості процесу на множині пар  $(x(t), u(t))$  задається функціонал  $J(x, u) \rightarrow \min(\max)$ .

Для різних функціоналів  $J(x, u)$  виникають різні мінімаксні задачі, для розв'язування яких пропонуються різні методи. Такі задачі розв'язуються тільки чисельними методами, й тому часовий параметр може приймати лише дискретну множину значень. Для простоти вважатимемо, що  $t = t_i$  ( $i = 0, \dots, n$ ). У вказані моменти часу починається та завершується те, чи інше керування. Керування може бути здійснено одномоментно (у вигляді скачка), бути рекурентним (залежним від попередніх керувань), чи розраховуватися за певним правилом. Інтервал часу  $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$  може змінюватися як в сторону збільшення, так і зменшення. Це викликано забезпеченням: стійкої збіжності розрахункових методів, максимальної швидкості моделювання, більш точним моделюванням швидких перехідних процесів та точнішого врахування початку та завершення керування (потрібно корегувати величину кроку методу за часовою координатою) та їхньої дії на коротких інтервалах часу (наприклад, відкриття крану проходить орієнтовно 2 хв.).

Треба виділити декілька проблем, які виникають на етапі розроблення системи формування параметрів керування потоками газу – прогнозування, оптимальне планування та оптимальне керування. Методів керування є декілька. Серед них розрізняють пасивне та активне керування. Пасивне керування здійснюється запірною арматурою на лінійних ділянках газопроводів. Активне керування – зміна потужності ГПА і КС загалом, зміна об'ємів пере потоків між різними нитками чи різними газопроводами, регулювання об'ємів відбирання та поступлення в систему газу тощо.

Першим етапом розв'язання проблеми формування параметрів керування газодинамічними процесами в ГТС є прогнозування балансу газу в системі і технічного та технологічного стану об'єктів, які приймають участь у транспортуванні та зберіганні газу. Другим етапом є оптимальне планування. На точність планування безпосередньо впливає точність прогнозування, яке уточнюється кожної доби. У випадку незавантаженості ГТС беруть в основному критерій – мінімум паливно-енергетичних ресурсів за умов достатньої стійкості режиму.

На формування параметрів керування (рис. 7) впливають заплановані штатні та зміни, які формуються (в автоматичному чи діалоговому режимі) у процесі моделювання перехідних - від поточного до прогнозованого оптимального режиму.

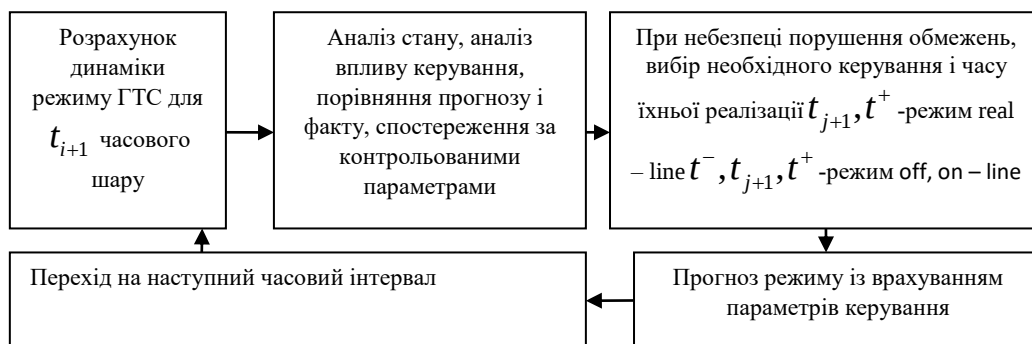


Рис. 7 – Укрупнений алгоритм формування параметрів керування.

Основні підсистеми, які задіяні в процесі формування керування, наведено на рис. 8.

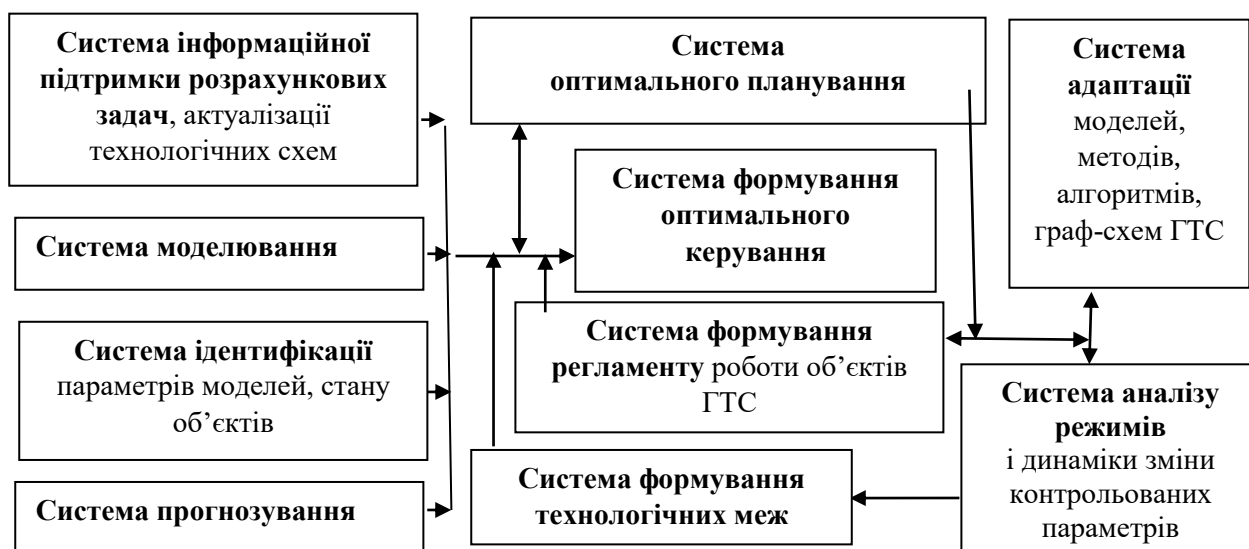


Рис. 8 – Основні підсистеми формування оптимального керування.

Можливими умовами зміни керування  $u_k \in \bar{u}$  є досягнення межі існування технологічності режиму за одним, чи кількома параметрами, або за швидкістю зміни контрольованого параметру.

На рис. 9 подано результати процесу керування потужністю активних об'єктів протягом 35 годин роботи для забезпечення зміни тисків контрольованих параметрів у заданих межах. На першому графіку зміна контрольованого тиску обмежена зверху тиском 75 ата, а на другому – обмежена зверху і знизу тисками 75 та 60 ата відповідно. Контролюються режимні параметри на усіх КС, які знаходяться на основних магістральних газопроводах пале. Крім цього, забезпечується контроль контрактних умов на тиски та витрату на усіх пунктах вимірювання витрати газу ГТС, яких є понад 10. Алгоритмічне забезпечення дає змогу візуально слідкувати за зміною багатьох інших важливих параметрів, зокрема, витрати газу, коефіцієнту стиску газу на КС, тиску газу на вході та виході КС, витрати паливного газу, потужності КС тощо.

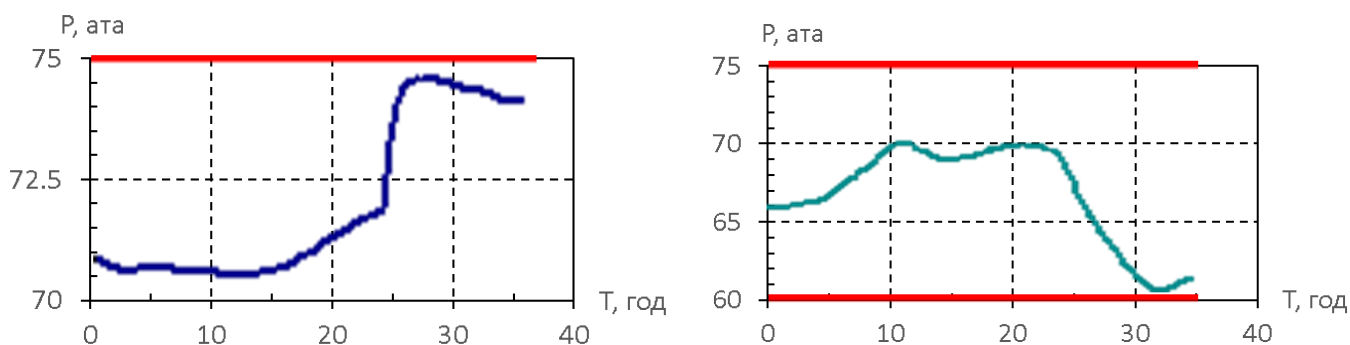


Рис. 9 – Технологічні обмеження зміни тиску (червоні лінії) та його реальна поведінка (синій колір) при роботі двох сусідніх КС.

Запропоновані підходи щодо формування параметрів керування газотранспортною системою зі складною технологічною схемою та розроблене алгоритмічне та на його основі і програмне забезпечення пройшло апробацію на реальних прикладах у процесі проведення чисельних експериментів і підтвердило правильність розробленого підходу щодо формування параметрів керування режимами роботи ГТС.

У **п'ятому розділі** наведено результати розрахунку експлуатаційних режимних параметрів роботи підземного газосховища як єдиної термогідравлічної системи (рис. 10)

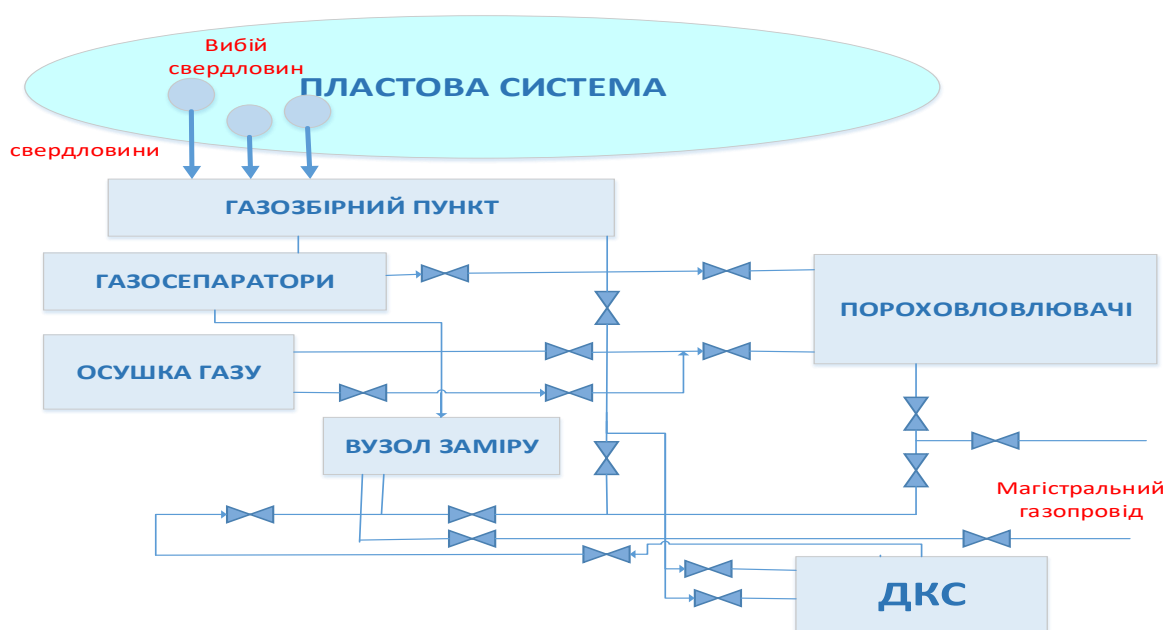


Рис. 10 – Схематичне представлення технологічного ланцюжка – пласт – магістральний газопровід.

В основі системи розрахунку режимів роботи газосховища знаходиться її технологічна схема. Для формування розрахункових технологічних схем та технологічних режимів роботи підземного сховища газу розроблено програмний комплекс "ПСГ режим", який побудовано на базі розроблених уніфікованих моделей технологічних об'єктів.

Базовими математичними моделями ПСГ є: фільтраційна модель пласта, модель привибіїної зони свердловин, газодинамічні моделі робочих колон свердловин та шлейфово-колекторної системи, дискретно-неперервна модель компресорної станції. Розроблене математичне забезпечення (моделі, методи і алгоритми) дає змогу в процес розрахунку режимів роботи ПСГ включати моделі всіх наявних технологічних об'єктів, які є присутніми на детальних технологічних схемах і, які впливають на параметри поточкорозподілу газу в системі пласт (пласти) – магістральний газопровід.

Під час формування математичної моделі пластів – колекторів враховано, що їхня потужність має незначну висоту та порівняно невеликі ухили, а тому їх можна вважати плоскими і горизонтальними. Як показують чисельні експерименти, таке припущення для всіх сховищ України є виправданим.

Пласт ПСГ будемо розглядати як двовимірну плоску область  $\Omega \subset R^2$ . На  $\Omega$  задана множина точок (свердловин) з координатами  $\{x_i, y_i\}$ ,  $i=1, \dots, n$  та значення тисків  $p_i$  у цих точках. Границю  $\Sigma$  області  $\Omega$  розіб'ємо на дві  $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$ , де  $\Sigma_2$  – зовнішня границя області  $\Omega$ ;  $\Sigma_1$  – об'єднання границь областей  $\Omega_i \in \Omega$ , які охоплюють координати точок із відомими значеннями тисків  $p_i$ . В області  $\Omega$  знайти розв'язок  $p(x, y, t)$  рівняння

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{kh}{\mu z} \frac{\partial p^2}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{kh}{\mu z} \frac{\partial p^2}{\partial y} \right] = 2\alpha m h \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{p}{z} \right] + 2q(t) h p_0, \quad (12)$$

яке описує фільтрацію газу в пористому неоднорідному середовищі за таких крайових умов.

На  $\Sigma_1 = \bigcup_{i=1}^n \Gamma_i$  задовольняється умова Діріхле

$$p(x_i, y_i) = p_i, \quad (x_i, y_i) \in \Gamma_i \quad i=1, \dots, n, \quad (13)$$

а на  $\Sigma_2$  - умова Неймана

$$\Phi p(x, y) = 0, \quad (x, y) \in \Sigma_2; \quad (14)$$

де

$$\Phi p \stackrel{\text{def}}{=} \frac{k \cdot h}{\mu \cdot z} \frac{\partial p}{\partial x} v_x + \frac{k \cdot h}{\mu \cdot z} \frac{\partial p}{\partial y} v_y; \quad v_x = \cos(\nu, x), \quad v_y = \cos(\nu, y),$$

$\nu$  – зовнішня нормаль до області  $\Omega \subset R^2$ ;  $k(x, y, p), m(x, y), h(x, y), \alpha(x, y)$  – коефіцієнти проникності, пористості, газонасичена товщина пласта та коефіцієнт газонасиченості відповідно;  $z$  – коефіцієнт стисливості;  $\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості;  $q(t)$  – густина відбирання газу;  $p_0$  – тиск повітря за нормальних (стандартних) умов.

За початкові умови береться розрахований розподіл тиску в пласті–колекторі. Крайовою умовою усіх основних газосховищ є умова на непроникність контуру пласта-колектору.

Відбирання (нагнітання) газу з підземних сховищ здійснюються через  $n$  свердловин, які розміщені в точках  $(x_i, y_i)$  на протязі деякого проміжку часу  $t \in [t_{1j}, t_{2j}]$ ,  $(j = \overline{1, J})$ . Густина відбирання визначається формулою

$$q(t) = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^n q_i \delta(x - x_i^0)(y - y_i^0) [\eta(t - t_{1i}) - (t - t_{2i})]. \quad (15)$$

В останній формулі  $q_i$  – відбір газу з  $i$  – ої свердловини,  $\delta(x)$  – дельта-функція Дірака,  $\eta(t - t_{ji})$  – одинична функція Хевісайда,  $V$  – сумарний об'єм газу.

Розв'язок задачі (12)-(15) побудовано методом скінченних елементів із врахуванням розрідженості матриць систем лінійних рівнянь.

Окремо виділяється частина пласта, яка примикає до вибійної зони свердловини. На вибійну зону свердловини припадає значна частина від загальних втрат тиску в пласті. Підтік газу залежить від ступені і характеру розкриття пласта – колектору (ступінь пов'язана з висотою розкриття пласта, а характер з можливим внесенням додаткових гідравлічних опорів. Це може бути, наприклад, перфорована експлуатаційна колона. Часто в моделях підтоку необхідно враховувати і анізотропію пласта.

За сферичного закону підтоку газу розподіл тиску у вибійній зоні свердловини задовольняє рівнянню

$$-d \left( \frac{p}{p_0} \right)^2 = \frac{\mu}{\pi h k p_0} \frac{q_0}{F} dF + \beta \frac{\rho_0}{\pi p_0 d h} \frac{q_0^2}{F^2} dF, \quad (16)$$

$$\beta = \frac{12 \cdot 10^{-5} d^3}{m k^{3/2}},$$

де  $p_0, q_0, \rho_0$  – значення тиску, дебіту свердловини та густини газу в нормальних умовах,  $d$  – діаметр зерна породи,  $m$  – пористість пласта,  $k$  – проникність в області дифузії,  $F$  – площа поверхні фільтрації,  $h$  – потужність пласта.

Приклади чисельних експериментів наведено в табл. 1 для Дашавського ПСГ.

Таблиця 1 – Максимальні об'єми відбирання газу

| Пластовий тиск у робочій зоні, кгс/см <sup>2</sup> | Тиск в газопровід-відводі, кгс/см <sup>2</sup> | Максимальні об'єми відбирання газу, млн.м <sup>3</sup> /добу | Максимальні об'єми відбирання за тиску 16 кгс/см <sup>2</sup> на ГЗП, млн.м <sup>3</sup> /добу | Витрата паливного газу, млн.м <sup>3</sup> /добу |
|----------------------------------------------------|------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| 25                                                 | 35                                             | 13.6                                                         | 16.6                                                                                           | 0.213                                            |
|                                                    | 40                                             | 12.2                                                         |                                                                                                | 0.201                                            |
|                                                    | 45                                             | 8.3                                                          |                                                                                                | 0.101                                            |
| 35                                                 | 35                                             | 21.5                                                         | 25.3                                                                                           | 0.251                                            |
|                                                    | 40                                             | 20.7                                                         |                                                                                                | 0.259                                            |
|                                                    | 45                                             | 19.7                                                         |                                                                                                | 0.227                                            |
| 45                                                 | 35                                             | 30.6                                                         | 35.0                                                                                           | 0.211                                            |
|                                                    | 40                                             | 28.8                                                         |                                                                                                | 0.229                                            |
|                                                    | 45                                             | 26.2                                                         |                                                                                                | 0.251                                            |

На підставі гідравлічного ув'язування об'єктів ПСГ побудовано інтегровану модель системи пласт ПСГ – газопровід-відвід; зроблено постановку задач моделювання, оптимізації, ідентифікації й обробки даних вимірів; розроблено методи й алгоритми розв'язування поставлених задач математичної фізики зі ступенем вірогідності і точності, які необхідні для оптимального керування роботою ПСГ. Крім

цього, досліджено вплив: розподілених параметрів моделей (зокрема проникності) на розв'язки поставлених задач; динаміки режимів відбирання/нагнітання на економічні параметри експлуатації газосховищ; параметрів вибієної зони і пласта на основні динамічні характеристики газосховищ.

Проведена експлуатація розроблених програмних комплексів протягом багатьох років підтвердила ефективне їхнє використання для:

- оцінювання потенціалу оптимізації роботи сховища та ресурсів, які необхідні для його реалізації;
- дослідження ефективності експлуатації об'єктів та вузьких місць в умовах максимальних навантажень на систему;
- знаходження екстремальних характеристик ПСГ у складі ГТС;
- оптимального планування роботи ПСГ на етапах нагнітання та відбирання газу і його ефективну експлуатацію в умовах постійної зміни вхідних параметрів;
- оцінювання ефекту від впровадження енергозберігаючих заходів, реконструкції обладнання чи його заміни тощо.

Розроблені нестационарні моделі й методи аналізу технологічних об'єктів ПСГ забезпечили проведення газогідродинамічних дослідження пластів і свердловин ПСГ, що дало змогу пов'язати геометричні, колекторські, фільтраційні властивості з технологічними режимами експлуатації свердловин та пластів.

У **шостому розділі** розглянуто задачу математичного моделювання процесу заміщення буферного природного газу інертним (азотом) у пластах Дашавського газосховища (рис. 11). Наведемо зміст проблеми. На інтервалі часу  $[0, T]$ , за різних режимів нагнітання азоту  $q_{ia}(t)$  в задану область пласта через задану множину свердловин  $I_s$ , необхідно встановити максимальні об'єми витіснення природного газу зі слабо проникних пластів у процесі нагнітання азоту та контур поширення азоту в пластах-колекторах. Це дає змогу оцінити об'єми потрапляння азоту в робочу область свердловин у режимі роботи газосховищ на заданому інтервалі часу.

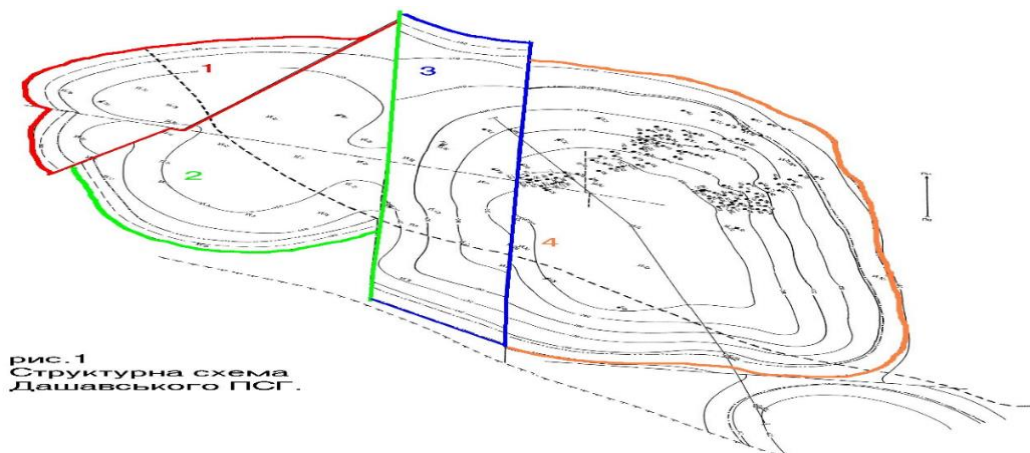


рис. 1  
Структурна схема  
Дашавського ПСГ.

Рис. 11 – Структурна схема пласта – колектору газу із геологічними розломами.

Поставлена задача відноситься до класичних задач із рухомими границями, які виникають та досліджуються в механіці суцільних середовищ, зокрема, врахування рухомості границі контакту плазми (газу) і рідини.

Основним результатом є побудова чисельного методу розв'язування задачі двокомпонентної ізотермічної фільтрації газів із рухомою границею контакту газ – газ у неоднорідних пластах за проникністю, пористістю та потужністю.

Заміщення буферного газу азотом планувалося провести у процесі експлуатації газосховища у режимах нагнітання та відбирання газу. Наведено постановки основних задач заміщення. Пласт  $\Omega$  представимо як об'єднання блоків

$\Omega = \bigcup_{i=1}^4 \Omega_i$ . Введемо нумерацію свердловин:  $I_{r4}$  – множина робочих свердловин,  $I_i \in I_{r4} \subset \Omega_4$ , якщо  $i = 1, \dots, n_1$ ;  $I_s = I_{s1} \cup I_{s2} \cup I_{s3}$  – множина спостережних свердловин,  $I_i \in I_s \subset \bigcup_{i=1}^3 \Omega_i$ , якщо  $i = n_1 + 1, \dots, n_2$ ;  $I_w$  – множина віртуальних свердловин, якщо  $I_i \in I_w \subset \bigcup_{i=1}^3 \Omega_i$ , то  $i = n_2 + 1, \dots, n_3$ .

Вважаємо, що кожна свердловина  $I_i = I_i(x_i, y_i)$  ( $(x_i, y_i)$  – координати свердловини  $I_i$  і  $(x_i, y_i) \in \Omega$ ) у кожен момент часу  $t$  має пластовий вимірний тиск  $P_i(t)$  і  $q_i^+(t)$ ,  $q_i^-(t)$  – нагнітання або відбирання газу, відповідно. На певних інтервалах часу нагнітання або відбирання газу може не бути.

Було запропоновано алгоритм розрахунку контуру поширення азоту без змішування його з природним газом. Характерні розмірності в задачі – сотні і тисячі метрів, а часи – місяці і роки. Рух газів підпорядкований закону Дарсі, за винятком вибійних зон робочих свердловин. Гравітаційні сили не враховуються, так як потужність пласта-колектора – різниця висотних відміток верхньої та нижньої поверхонь пласта, порівняно з іншими розмірами є незначним.

Множина всіх свердловин  $S$  є об'єднання двох підмножин свердловин –  $S_1$  та  $S_2$ . У множину  $S_1$  входять робочі свердловини, а в множину  $S_2$  – свердловини, які використовуються для нагнітання азоту. У зв'язку із цим область пласта - колектора також розбивається на дві підмножини. В одній із них присутній азот. В області поширення азоту справджується рівняння стану для азоту

$$P = g \rho_a z_a R_a T,$$

а в зовнішній – рівняння стану для природного газу

$$P = g \rho z R T.$$

На межі азот – природний газ виконується умова на рівність тисків. Має справджуватись умова на об'єм газу у внутрішній області, області знаходження азоту.

$$Q_\Sigma = \frac{T_{am}}{P_{am}} \int_0^F \int_0^h \frac{p m}{T z} dF dh \approx \frac{T_{cm}}{P_{cm}} \frac{\bar{p}}{\bar{T} \bar{z}} \bar{m} \bar{h} F, \quad (17)$$

де  $F$  – площа розміщення азоту.

Для знаходження координат точок контуру чинять так. На кожен момент часу знаходимо  $\bar{v}(x, y, t)_{\bar{n}} = -\frac{k}{\mu_a} \frac{dp}{d\bar{n}}$ , швидкість руху точок  $(x, y) \in \Gamma_a$  контуру в напрямку нормалі  $\bar{n}$  до контуру розмежування природного газу й суміші азоту з природним газом, де:  $\bar{v}$  – градієнт швидкості фільтрації в напрямку нормалі в точці  $(x, y)$  на контурі  $\Gamma_a$ ,  $k$  – коефіцієнт проникності,  $\mu_a$  – динамічна в'язкість азоту,  $p$  – приведений тиск. У процесі зміни довжини контуру, для забезпечення більшої точності знаходження координат поширення контуру, густину точок  $(x, y) \in \Gamma_a$  на контурі підтримуємо близькою до стабільної.

У процесі моделювання фільтрації азоту та природного газу потрібно постійно контролювати виконання з потрібною точністю рівності  $V_a(t) = V_n(t)$ . Тут позначено:

$V_a(t)$  – об'єм газу, який знаходиться в  $\Omega_a(t, \Gamma_a)$ , а  $V_n = \sum_{i=1}^n V_i(t)$  – сумарний об'єм

газу, який знаходиться за його межами. У випадку, якщо розрахований об'єм азоту у внутрішній області контуру поширення азоту не відповідає нагніченому об'єму азоту (розраховується за параметрами зосереджених свердловин), то проводиться корегування швидкості руху точок на контурі у такий спосіб, щоби досягти рівності (17) із заданою точністю. Для цього проводиться корегування швидкості поширення азоту на кожному часовому ітераційному, який розраховується за формулами

$$\bar{v}(x, y, t)_{\bar{n}_a} = \begin{cases} -\frac{k_a}{\mu_a} \frac{\Delta p_a}{\Delta \bar{n}_a} - \frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta \bar{n}}, \frac{\Delta p_a}{\Delta p} \geq 0 \\ -0.5 \left( \frac{k_a}{\mu_a} \frac{\Delta p_a}{\Delta \bar{n}_a} - \frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta \bar{n}} \right), \frac{\Delta p_a}{\Delta p} \leq 0 \end{cases},$$

де перший доданок знаходиться у внутрішній області (області знаходження азоту), а другий – у зовнішній області. За час  $\Delta t$  точка  $(x, y) \in \Gamma_a$  в напрямку нормалі пройде шлях  $\Delta tv(x, y, t + \Delta t)$ .

У процесі нагнітання азоту в декілька свердловин кількість незв'язних областей, наповнених азотом, постійно змінюється.

Проведенню чисельних експериментів передувало адаптування математичної моделі розрахунку областей поширення азоту до реальних газодинамічних та фільтраційних процесів, які проходять у неоднорідних пористих областях (пластах – колекторах). Процес адаптування полягав у знаходженні параметрів проникності пластів газосховища, його певних блоків та слабо проникних пропластків між окремими пластами.

У процесі проведення чисельних експериментів встановлено область поширення азоту після нагнітання: 129.6 млн м<sup>3</sup> азоту протягом 300 днів (5 м<sup>3</sup>/с) (рис. 12, а); 260.0 млн м<sup>3</sup> азоту протягом 600 днів (5 м<sup>3</sup>/с) (рис. 12, б); 390.0 млн м<sup>3</sup> азоту протягом 900 днів (5 м<sup>3</sup>/с) (рис. 12, в).

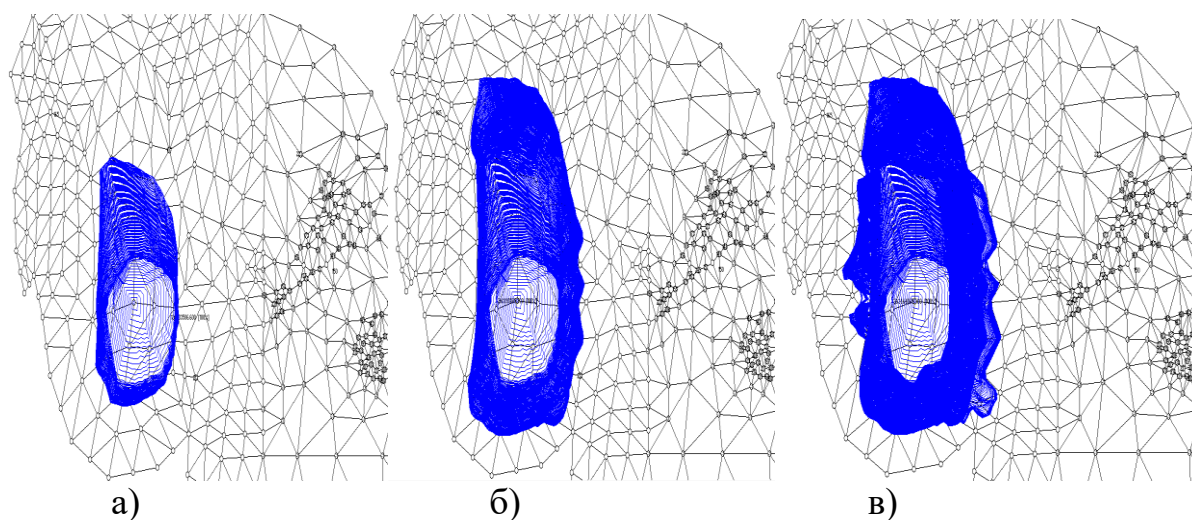


Рис. 12 – Область поширення азоту.

У табл. 2 наведено результати впливу нагнітання 182,9 млн м<sup>3</sup> азоту на тиск у нейтральний період (період між часом завершення відбирання та початком нагнітання газу) за чотири сезони роботи Дашавського сховища газу. Зміна тиску в робочій зоні свердловин дає змогу оцінити об'єми природнього газу, який появився в процесі витіснення азотом частини буферного газу.

Таблиця 2 – Тиск (ат) у нейтральний період до й після нагнітання азоту і їхня різниця

| Режим роботи ПСГ                                       | Кінець 2-о сезону | Кінець 3-о сезону | Кінець 4-о сезону |
|--------------------------------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Тиск газу після нагнітання азоту (розрахований), $P_1$ | 28,68             | 22,65             | 25,58             |
| Тиск газу без нагнітання азоту (виміряний), $P_2$      | 27,77             | 21,16             | 23,47             |
| Різниця тисків ( $\Delta P = P_1 - P_2$ )              | 0,91              | 1,49              | 2,11              |

Проведений аналіз результатів чисельних експериментів дав змогу оцінити запропоновані технологічні рішення процесу заміщення частини буферного газу азотом та уточнити алгоритм для роботи в умовах неповної визначеності об'єкта дослідження.

У **сьомому розділі** подано структуру програмних моделюючих комплексів та описано функціональність його модулів (рис. 13). У процесі розроблення програмних комплексів враховано термо-гідравлічний зв'язок між усіма технологічними об'єктами, які беруть участь у відбиранні та нагнітанні газу. Крім цього, забезпечено автоматизацію процесу адаптації моделей об'єктів системи до фактичного стану; враховано нормативні вимоги щодо роботи об'єктів газотранспортної системи та газосховищ; передбачено можливість порівняльного аналізу ефективності використання різного технологічного обладнання в процесі модернізації та реконструкції об'єктів ГТС та ПСГ.

Рис. 13 – Основні програмні модулі системи формування параметрів керування потоками газу в системі магістральних газопроводів.

Основний розрахунковий програмний комплекс GTS Calculation реалізований у середовищі розроблення програмного забезпечення Delphi. Також розроблено веб-застосунок GIMS, клієнтська частина реалізована у фреймворках Ionic, Angular на мові TypeScript, серверна частина – у фреймворку Phalcon на мові PHP. Для роботи з базами даних використано СКБД MySQL та Oracle.

## ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв'язано актуальну науково-прикладну проблему математичного моделювання динамічних процесів масопереносу в складних системах транспортування та зберігання газу із зосередженими джерелами, розроблення швидкозбіжних методів та алгоритмів мінімальної складності розв'язування систем нелінійних рівнянь із різнотипним математичним представленням, розроблення методів розрахунку параметрів керування потоками газу в складних розподілених системах зі змінними крайовими умовами та змінною структурою. Отримано такі наукові та практичні результати.

1. У результаті проведених робіт розроблено нестационарну математичну модель руху газу в газотранспортних системах зі складною технологічною схемою, а також математичну модель системи, яка включає всі об'єкти технологічного ланцюжка – пласт підземного сховища – газопровід – відвід. Розроблене математичне та програмне забезпечення дало можливість провести чисельні експерименти на реальних даних, які показали високу ступінь адекватності моделей реальним процесам в умовах суттєвих змін, переключень, зміни продуктивності компресорних станцій та зміни топології систем на значних інтервалах часу. Запропоновані ефективні методи та алгоритми дали змогу сформулювати та розв'язати комплекс оптимізаційних задач, що забезпечило використання розробленого програмного забезпечення для вирішення важливих проєктів для потреб газотранспортної системи України.

2. За умов суттєвої недовантаженої газотранспортної системи (ГТС) значний ефект у процесі її експлуатації отримується від зниження енергетичних затрат і підвищення надійності ГТС за умов ефективної експлуатації технологічного обладнання. Розв'язання поставленої проблеми напряму пов'язано з вирішенням обґрунтованого вибору із багатьох варіантів оптимального. Запропоновані в роботі підходи забезпечують автоматизацію вибору оптимального режиму, а також умови зміни керування системою. Це дало змогу планувати роботу газотранспортної системи і в непрацюючих режимах її роботи, зокрема, за наявності реверсних поставок газу і, за умов постійної деградації системи транспортування газу, встановити обсяги та послідовність проведення модернізації та реконструкції ГТС як єдиної гідравлічної системи.

3. У роботі запропоновано ітераційний метод розв'язування нелінійних систем диференціальних рівнянь із частинними похідними та проведено дослідження впливу кроків дискретизації за координатою та часом на достовірність і збіжність ітераційного процесу. В основі запропонованого ітераційного методу розв'язування нелінійних систем диференціальних рівнянь із частинними похідними знаходиться

лінеаризація вихідної системи з подальшим уточненням розв'язку через обчислення відповідної нев'язки. Для обчислення нев'язки використано метод скінченних елементів. Аналіз результатів отриманих у процесі проведених досліджень показав, що для заданих крайових умов існує оптимальне співвідношення між кроком за часом, числом елементів розбиття, кількістю ітерацій та часом моделювання, яке забезпечує задану точність і швидкість моделювання.

4. Розроблено й реалізовано мережевий варіант нестационарної роботи ГТС з активними об'єктами і змінною топологією. Для зменшення розмірності системи рівнянь в роботі запропоновано проведення декількох обґрунтованих операцій над графом технологічної схеми ГТС. Серед них можна виділити основні – спрощення технологічної схеми (зменшення кількості об'єктів типу ребро та вершина), зменшення величин розбиття протяжних об'єктів на елементи в методі скінченних елементів, залежно від параметрів газодинамічних процесів та довжини об'єктів моделювання тощо. Проведені чисельні експерименти показали, що вказані дії забезпечують не тільки можливість швидше отримати результат, а також забезпечити більшу стійкість чисельних методів.

5. Запропоновано один із можливих підходів щодо розв'язування проблеми побудови оптимального керування потоками газу в ГТС. Реалізація оптимального керування в реальному часі в процесі її руху (ситуативне керування) супроводжується фазовою траєкторією динамічної системи, коли керування формується як функція поточних фазових координат та крайових умов. Такий підхід дає змогу врахувати, певною мірою, наявну невизначеність у прогнозі за вхідними даними для побудови крайових умов на прогнозований період. На складність алгоритмів впливає наявність у системі дискретного впливу на крайові умови, на структуру системи, на стан активних та пасивних об'єктів. Розривність розв'язків, часта зміна структури системи і відповідно зміна моделі її роботи, поєднання швидких та короткотермінових процесів, слабка прогнозованість зовнішніх та внутрішніх впливів на роботу системи, можлива зміна критерію якості роботи та керуючих впливів вимагають розроблення адекватних методів формування параметрів керування таких систем. У реальних умовах область зміни параметрів керування, які задовольняють технологічним обмеженням, є значною.

6. Режим експлуатації газових сховищ проходить, в основному, у газовому та водонапірному режимах. Фільтрація газу відбувається в неусталених режимах, і тому, параметри процесу руху є змінними за тиском, густиною та швидкістю. Реальні пласти-колектори є багатошаровими з геологічними розломами зі скачками проникності, зі слабо проникними, або зовсім не проникними пропластками. У реальних умовах більшість параметрів пласта (потужність, проникність, пористість, газонасиченість, просторове розміщення і геометричні розміри тощо) відомі наближено. Розроблений моделюючий комплекс забезпечив розрахунок підземного сховища газу (ПСГ), як єдиної гідравлічної системи із врахуванням основних факторів впливу на фільтраційні і колекторські властивості пластів-колекторів. ПСГ є важливим об'єктом для оптимізації розподілу потоків ГТС. Процес оптимізації експлуатації ПСГ у складі ГТС має декілька рівнів, пов'язаних між собою. На верхньому рівні (на етапі планування режимів роботи ГТС) формуються оптимальні

вхідні та вихідні параметри роботи газосховищ. На нижньому рівні формується оптимальна робота газосховищ. За умов різкого зростання споживання газу єдиним джерелом забезпечення надійної та оптимальної роботи ГТС на значних інтервалах часу є активна складова запасів газу в пластах газосховищ та оптимальний його розподіл по ПСГ. Оптимальна робота ПСГ розглядається з погляду оптимальної роботи ГТС і забезпечується оптимальною роботою дотискувальних компресорних станцій, свердловин і системи збору газу, оптимальними режимами експлуатації пластів-колекторів, а також оптимальною організацією взаємодії технологічно поєднаних ПСГ між собою й магістральними газопроводами ГТС, зокрема. Розроблені методи, алгоритми та програмне забезпечення забезпечили розрахунок ефективних режимів експлуатації ПСГ і ГТС (оптимізацію роботи газотранспортної системи в сукупності з ПСГ); розроблення оптимальних стратегій взаємодії ГТС, ПСГ, груп ПСГ для максимального використання їхнього спільного енергозберігаючого потенціалу; розроблення, обґрунтування і проведення заходів щодо модернізації підземних сховищ газу для максимального використання як продуктивного, так і акумулюючого потенціалів газосховищ у реальних умовах їхньої роботи.

7. В умовах суттєвої недовантаженої ГТС значний ефект у процесі її експлуатації отримується від зниження енергетичних затрат і підвищення надійності газотранспортної системи за умов ефективної експлуатації технологічного обладнання. Вирішення поставленої проблеми безпосередньо пов'язано із вирішенням обґрунтованого вибору з багатьох варіантів оптимального. Запропоновані в роботі підходи забезпечують автоматизацію вибору оптимального режиму, а також умови зміни керування системою. Це дало змогу планувати роботу ГТС і в непроектованих режимах її роботи, зокрема, за наявності реверсних поставок газу і, за умов постійної деградації системи транспортування газу, встановити об'єми та послідовність проведення модернізації та реконструкції ГТС як єдиної гідравлічної системи.

8. Розроблено інтегрований програмний комплекс, який забезпечує процес оперативного диспетчерського керування, який включає: підтримання надійного функціонування газотранспортної системи; планування (прогнозування) режимів роботи газотранспортної системи; формування параметрів керування технологічними режимами роботи об'єктів, які включені в перелік об'єктів диспетчеризації; оптимізації режимів роботи обладнання й підвищення ефективності роботи газотранспортної системи загалом.

## **ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ ВІДОБРАЖЕНО У ПУБЛІКАЦІЯХ:**

1. Математичне моделювання нерівноважних процесів у складних системах / Притула Н. та ін. Львів: Растр-7, 2019. 256 с.
2. Pyanylo Ya., Prytula M., Prytula N. Optimal control of Gas Flows in complicated Gas transmission Systems. *Information Technology in Selected areas of Management*. Krakow: AGN Technology of Science and Technology Press, 2018. P. 151–165.

3. Prytula N., Prytula M., Boyko R. Development of software for analysis and optimization of operating modes of underground gas stores. *Technology Audit and Production Reserves*. 2017. Vol. 2, Issue 3 (40). P. 17–25. doi: <http://doi.org/10.15587/2312-8372.2018.128574>.
4. Prytula N., Frolov V., Prytula M. Optimal scheduling of operating modes of the gas transmission system. *Mathematical modeling and computing*. 2017. 4 (1). P. 78–86.
5. Prytula N., Prytula M., Boyko R. Mathematical modeling of operating modes of underground gas storage facilities. *Technology Audit and Production Reserves*. 2017. Vol. 4, No. 1 (36). P. 35–42. doi:10.15587/2312-8372.2017.109084.
6. Притула Н. М., П'янило Я. Д., Притула М. Г. Підземне зберігання газу (математичні моделі та методи). Львів: Растр-7, 2015. 266 с.
7. Трубопроводные системы энергетики: методические и прикладные проблемы математического моделирования / Притула Н. М. и др. Новосибирск: Наука, 2015. 476 с.
8. Prytula N. Mathematical modelling of dynamic processes in gas transmission. *Econtechmod. An international quarterly journal*. 2015. 4 (3). P. 57–63.
9. Prytula N. Calculation of underground gas storage operating model. *ANNALS of Faculty Engineering Hunedoara. International Journal of Engineering*. 2015. 13 (4). P. 123–126.
10. Притула Н. Математичні задачі аналізу режимів газотранспортних систем. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. 2015. № 826. С. 95–100.
11. Prytula N. M., Gryniv O. D., Dmytruk V. A. Simulation of nonstationary regimes of gas transmission system operation. *Mathematical modeling and computing*. 2014. 1 (2). P. 224–233.
12. Pyanylo Ya. D., Prytula M. G., Prytula N. M., Lopuh N. B. Models of mass transfer in gas transmission systems. *Mathematical modeling and computing*. 2014. 1 (1). P. 84–96.
13. Притула Н. М. Оптимізація режимів роботи газотранспортних систем. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. 2013. № 771. С. 342–348.
14. Притула Н. Адаптивний алгоритм формування математичної моделі газотранспортної системи із змінною структурою. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. 2013. № 751. С. 333–337.
15. Притула Н., Гринів О., Вечерік Р., Бойко Р. Заміщення буферного газу азотом у пластах газосховища (моделі, методи, числові експерименти). *Нафтогазова галузь України*. 2013. № 4. С. 32–39.
16. Притула Н. М., Притула М. Г., Шимко Р. Я., Гладун С. В. Розрахунок режимів роботи Більче-Волицько-Угерського підземного сховища газу (програмний комплекс). *Нафтогазова галузь України*. 2013. № 3. С. 36–41.
17. Притула Н. Математичне моделювання перехідних процесів в системах транспортування газу. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. 2012. № 744. С. 169–172.

18. Притула Н. Задачі керування потоками в системах транспортування газу. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. 2012. № 732. С. 375–382.
19. Притула Н. Математичні моделі заміщення буферного газу азотом у пластах газосховища. *Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології*. 2011. Вип. 14. С. 115–123.
20. Притула Н., Притула М., Ямнич В., Дацюк А., Гладун С., Химко О. Про оптимальні режими роботи багатониткових магістральних газопроводів. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. 2011. № 719. С. 256–261.
21. Притула Н., Притула М., Дацюк А., Гладун С., Химко О. Оптимізація режимів роботи газотранспортної системи. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. 2011. № 694. С. 395–401.
22. Притула Н., Притула М., Ямнич В., Дацюк А., Гладун С., Химко О. Тепловий режим транспортування газу. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. 2011. № 710. С. 234–239.
23. Сінчук Ю., Притула Н., Притула М. Моделювання нестационарних режимів газових мереж. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. 2010. № 663. С. 128–132.
24. Боярин І., Боровий Р., Гринів О., Притула Н., Ямнич В. Оптимізація роботи багатоцехових компресорних станцій з різнотипними газоперекачуючими агрегатами. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. 2010. № 672. С. 326–335.
25. Притула Н., Притула М., Боровий Р., Химко О. Математична модель Більче-Волицького сховища газу. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. 2010. № 686. С. 192–198.
26. Притула Н., Гринів О., Химко О. Розрахунок динаміки зміни об'єму акумульованого газу в газотранспортній системі. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. 2013. № 771. С. 60–63.
27. Притула Н., Гринів О. Моделювання компресорних станцій з прилеглими ділянками газопроводів. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. 2013. № 751. С. 213–219.
28. Гринів О., Притула Н., Притула М. Математичне моделювання та оптимізація сумісної роботи газосховищ. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. 2012. № 744. С. 243–248.
29. Гринів О., Притула Н., Притула М. Математична модель сумісної роботи газосховищ. Постановка задач. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. 2012. № 732. С. 193–197.

30. Притула Н., Притула М., Ямнич В., Дацюк А., Гладун С., Химко О. Паливно-енергетичні затрати на транспортування. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. 2011. № 710. С. 128–132.
31. Сінчук Ю., Притула Н., Притула М. Моделювання роботи кранів на магістральних газопроводах. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. 2010. № 663. С. 216–222.
32. Притула Н., Притула М., Гринів О., Ямнич В., Химко О. Система розробки технологічних схем магістральних газопроводів. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. 2010. № 686. С. 279–285.
33. Притула Н., Притула М. Синтез оптимального керування динамічними процесами в газотранспортних системах. *Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання: матеріали міжнар. науково-практичної конф. (Івано-Франківськ, 14–19 травня 2018 р.)*. Івано-Франківськ. 2018. С. 311–314.
34. Притула Н. М., Притула М. Г. Методи аналізу та синтезу потоків різної природи на зв'язаних графах. *7-ма міжнародна науково-технічна конференція "Інформаційні системи і технології": тези доп. (Харків, 10–15 вересня 2018 р.)*. Харків: ХНУРЕ. 2018. С. 128–131.
35. Притула Н. М., Притула М. Г., Фролов В. А. Керування активними об'єктами в складних системах транспортування та зберігання газу. *XXIV Міжнародна конференція з автоматичного управління "АВТОМАТИКА-2017": тези доп. (Київ, 13–15 вересня 2017 р.)*. Київ. 2017. С. 100–101.
36. Притула Н., Гринів О., Притула М. Інформаційно-аналітична система для оптимального планування режимів роботи підземних сховищ газу. *Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання: матеріали міжнар. науково-практичної конф. (Івано-Франківськ, 15–20 травня 2017 р.)*. Івано-Франківськ. 2017. С. 410–413.
37. Притула Н., Фролов В., Притула М. Оптимізація режимів роботи складних газотранспортних систем. *Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання: матеріали міжнар. науково-практичної конф. (Івано-Франківськ, 15–20 травня 2017 р.)*. Івано-Франківськ. 2017. С. 414–417.
38. Притула Н. М., Гринів О. Д., Притула М. Г. Оптимізація режимів роботи підземних газосховищ України (програмний комплекс). *6-та міжнародна науково-технічна конференція "Інформаційні системи і технології": тези доп. (Харків, 11–16 вересня 2017 р.)*. Харків: ХНУРЕ. 2017. С. 198–199.
39. Фролов В. А., Притула Н. М., Гринів О. Д. Потенціал оптимізації режимів газотранспортної системи. *6-та міжнародна науково-технічна конференція "Інформаційні системи і технології": тези доп. (Харків, 11–16 вересня 2017 р.)*. Харків: ХНУРЕ. 2017. С. 200–201.
40. Притула Н. М., Притула М. Г. Оптимізація параметри керування потоками газу в трубопровідних системах із складною технологічною схемою. *6-та міжнародна науково-технічна конференція "Інформаційні системи і технології": тези доп. (Харків, 11–16 вересня 2017 р.)*. Харків: ХНУРЕ. 2017. С. 202–203.

41. Притула Н. М. Моделі та методи формування та актуалізації інформаційних ресурсів для систем диспетчерського керування потоками в газотранспортних системах. *5-та міжнародна науково-технічна конференція “Інформаційні системи і технології”*: тези доп. (Харків, 12–17 вересня 2016 р.). Харків: Друкарня Мадрид. 2016. С. 67–68.
42. Притула Н. Оптимізація усталених режимів транспортування газу. *Математичні проблеми механіки неоднорідних структур*: зб. наук. праць [матеріали міжнар. наукової конф. Львів, 15-19 вересня 2014 р.]. 2014. С. 387–388.
43. Вавричук П. Г., Притула Н. М. Моделювання процесу руху газоводяного контакту в процесі відбирання газу з підземних сховищ. *V Всеукраїнська наукова конференція “Нелінійні проблеми аналізу”*: тези доп. (Івано-Франківськ, 19-22 вересня 2013 р.). Івано-Франківськ: вид-во Прикарп. нац. ун-ту ім. В. Стефаника. 2013. С. 13–14.
44. Притула Н., П’янило Я., Притула М. Задачі масопереносу в газоносних пористих середовищах. 8-ма Міжнародна конференція “Пористі матеріали. Теорія і Експеримент” (INTERPOR 12): тези доп. (Львів – Брюховичі, 18–21 вересня 2012 р.). Львів. 2012. С. 96–98.
45. Притула Н. М., Притула М. Г., Ямнич В. І., Боярин І. П. Оптимізація режимів транспортування газу. *Десята відкрита наукова конференція Інституту прикладної математики та фундаментальних наук (ІМФН)*: зб. наук. праць [матеріали наукової конф. Львів, 17–18 травня 2012 р.]. 2012. С. В. 13–В. 14.
46. Притула Н. М., Притула М. Г., Гринів О. Д. Математичне моделювання газодинамічних та фільтраційних процесів на підземних сховищах газу (програмний комплекс). *Десята відкрита наукова конференція Інституту прикладної математики та фундаментальних наук (ІМФН)*: зб. наук. праць [матеріали наукової конф. Львів, 17–18 травня 2012 р.]. 2012. С. В.15–В.16.
47. Притула Н., Притула М., П’янило Я. Управління транспортом газу в умовах невизначеності. *15 міжнародна конференція “Проблеми прийняття рішень в умовах невизначеності (PDMU-2010)”*: тези доп. (Львів, 17–21 травня 2010 р.). Львів. 2010. С. 130–131.
48. Притула Н., Притула М., П’янило Я. Управління режимами роботи підземних газосховищ в умовах невизначеності. *15-та міжнародна конференція “Проблеми прийняття рішень в умовах невизначеності (PDMU-2010)”*: тези доп. (Львів, 17–21 травня 2010 р.). Львів. 2010. С. 132–133.

**Анотація.** Притула Н. М. Математичне моделювання нестационарного масоперенесення в газотранспортних мережах та підземних сховищах газу. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів, 2021.

Дисертація стосується вирішення актуальної науково-прикладної проблеми розроблення алгоритмів, чисельних методів та математичних моделей руху газу в складних системах транспортування, зберігання і розподілення газу, які дали змогу побудувати ефективні методи й алгоритми розрахунку і оптимізації потоків газу. У роботі запропоновано математичну модель газотранспортної системи, яка пов'язує моделі технологічних схем зі змінною топологією і різнотипні математичні моделі технологічних об'єктів (із зосередженими та розподіленими параметрами, заданих у вигляді аналітичних співвідношень, диференціальних рівнянь і систем, описаних алгоритмічно). Це дало змогу побудувати методи, ітераційні процедури і алгоритми для знаходження параметрів нестационарних потоків газу для наявних типів, структурної організації газових мереж, наявних технологій транспортування, зберігання, керування та розподілу потоків газу. Розроблено систему формування, аналізу та синтезу граф-схем газотранспортних систем та набір алгоритмів для автоматичного формування моделі її роботи та початково-крайових умов для розв'язування задач математичної фізики.

Запропоновано алгоритми мінімізації енергетичних ресурсів для складних систем транспортування газу і зберігання газу та проведено теоретичні дослідження й чисельні експерименти для обґрунтування підходів для ефективного керування фільтраційними та газодинамічними потоками газу. За результатами досліджень розроблено і впроваджено в промислову експлуатацію комплекси програм для планування режимів роботи газотранспортних систем та підземних сховищ газу в реальних умовах добового балансування систем транспортування, розподілення та зберігання газу.

**Ключові слова:** математичне моделювання, оптимізація, ідентифікація, оптимальне керування, фільтрація, газодинамічні процеси, чисельні методи, математичне та програмне забезпечення.

**Аннотация. Притула Н. М. Математическое моделирование нестационарного массопереноса в газотранспортных сетях и подземных хранилищах газа. — Рукопись.**

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.05.02 — математическое моделирование и вычислительные методы. — Институт прикладных проблем механики и математики им. Я. С. Подстригача НАН Украины, Львов, 2021.

Диссертация посвящена решению актуальной научно-прикладной проблемы разработки алгоритмов, численных методов и математических моделей движения газа в сложных системах транспортировки, хранения и распределения газа, которые позволили построить эффективные методы и алгоритмы расчета и оптимизации потоков газа. Предложенная в работе математическая модель газотранспортной системы, которая связывает модели технологических схем с переменной топологией и разнотипные математические модели технологических объектов (с сосредоточенными и распределенными параметрами, заданными в виде аналитических соотношений, дифференциальных уравнений и систем, описанных алгоритмически) позволила

построить методы, итерационные процедуры и алгоритмы для нахождения параметров нестационарных потоков газа для существующих типов, структурной организации газовых сетей, существующих технологий транспортировки, хранения, управления и распределения потоков газа. Разработана система формирования, анализа и синтеза граф-схем газотранспортных систем и набор алгоритмов для автоматического формирования модели ее работы и начально-краевых условий для решения задач математической физики.

Предложены алгоритмы минимизации энергетических ресурсов для сложных систем транспортировки газа и хранения газа и проведены теоретические исследования и численные эксперименты для обоснования подходов для эффективного управления фильтрационными и газодинамическими потоками газа. По результатам исследований разработаны и внедрены в промышленную эксплуатацию комплексы программ для планирования режимов работы газотранспортных систем и подземных хранилищ газа в реальных условиях суточной балансировки систем транспортировки, распределения и хранения газа.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, оптимизация, идентификация, оптимальное управление, фильтрация, газодинамические процессы, численные методы, математическое и программное обеспечение.

**Abstract. Prytula N. M. Mathematical modelling unsteady mass transfer in gas transmission networks and underground gas storage facilities.** – Manuscript

The thesis for the degree of Doctor of Technical Sciences in speciality 01.05.02 – mathematical modelling and numerical methods. – Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics, National Academy of Sciences of Ukraine, Lviv, 2021.

The complex of researches carried out in the thesis is directed on solution of an important scientific and technical problem the development of algorithms, numerical methods and mathematical models of gas flow in complex systems of transmission, storage and distribution of gas, which made it possible to build effective methods and algorithms for calculating and optimizing gas flows.

The proposed mathematical model of the gas transmission system (GTS), which connects the models of piping diagram with variable topology and various mathematical models of facilities with concentrated and distributed parameters made it possible to build methods, iterative procedures and algorithms for finding parameters of unsteady gas flows for existing types, structural organization of gas networks, existing technologies of transmission, storage, management and distribution of gas flows. A system of formation, analysis and synthesis of graph-diagram of gas transmission systems and a set of algorithms for automatic formation of the model of its work and initial-boundary conditions for solving problems of mathematical physics have been developed.

The developed mathematical and software made it possible to conduct numerical experiments on real data, which showed a high degree of adequacy of models to real processes in terms of significant changes, switching, changes in compression station performance and changes in system topology at significant time intervals. The developed

effective methods and algorithms allowed to set and solve a set of optimization problems, which ensured the use of the developed software in solving important projects for the needs of the gas transmission system of Ukraine.

The approaches offered in the work provide automation of the choice of the optimal mode, as well as the conditions for changing the system control. This made it possible to plan the operation of the GTS in non-design modes of its operation, in particular in the presence of reverse gas supplies and to establish the scope and sequence of modernization and reconstruction of the GTS as a single hydraulic system.

A network version of unsteady operation of the GTS with active objects and variable topology has been developed and implemented. To reduce the dimension of the system of equations it is proposed to conduct several reasonable operations on the graph of the technological scheme of the GTS. These include reducing the number of edge and vertex objects, reducing the number of splitting of long objects into elements in the finite element method depending on the parameters of gas-dynamic processes and the length of modelling objects, and so on. Numerical experiments have shown that these actions not only provide an opportunity to get results faster, but also to ensure greater stability of numerical methods.

An algorithm for generating gas flow control parameters has been developed to ensure the transition from the current to the predicted mode. Realization of gas flow control in real time, situational control is accompanied by a phase trajectory of a dynamic system, when control is formed as a function of current phase coordinates and boundary conditions. This approach makes it possible to take into account, in some way, the existing uncertainty in the forecast of input data for the construction of boundary conditions for the forecast period. The complexity of the developed algorithms is influenced by the presence in the system of discrete influence on boundary conditions, system structure, state of active and passive objects, etc.

Methods and algorithms for calculating the optimal modes of operation of underground gas storage facilities are proposed. The mode of operation of gas storage facilities takes place mainly in gas and water pressure modes. Gas filtration occurs in unstable modes and therefore the parameters of the flow process are variable in pressure, density and speed. Real reservoirs are multi-layered, with geological faults with permeability jumps, with poorly permeable or completely impermeable interlayers. The developed modelling complex provided the calculation of underground gas storage facility (UGS) as a single hydraulic system taking into account the main factors influencing the filtration and reservoir properties of reservoirs.

Optimal operation of underground storage facilities is considered from the point of view of optimal operation of GTS and is provided by optimal operation of press compressor stations, wells and gas collection system, optimal operating modes of reservoirs, as well as optimal organization of interaction of technologically connected underground storage facilities. The developed methods, algorithms and software provided calculation of effective modes of operation of UGS and GTS; development of optimal strategies for interaction of GTS, UGS, UGS groups for maximum use of their joint energy saving potential; development, substantiation and implementation of measures for modernization of underground storage facilities for maximum use of both

productive and accumulating potentials of gas storage facilities in the real conditions of their work.

An integrated software package has been developed, which provides a support for reliable operation of the gas transmission system, scheduling (forecasting) of modes of operation of the gas transmission system.

**Keywords:** mathematical modelling, optimization, identification, optimal control, filtration, gas-dynamic processes, numerical methods, mathematical software.