

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНИХ ПРОБЛЕМ МЕХАНІКИ І МАТЕМАТИКИ
ім. Я. С. ПІДСТРИГАЧА

ЩЕРБІЙ
Андрій Богданович



УДК 539.3

**ГРАНИЧНА РІВНОВАГА ПОЛОГИХ ОБОЛОНОК З ТРІЩИНАМИ
ЗА НАЯВНОСТІ ГНУЧКОГО ПОКРИТТЯ**

01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Львів – 2021

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Івано-Франківському національному технічному університеті нафти і газу та Інституті прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор
Шацький Іван Петрович, Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, провідний науковий співробітник відділу моделювання демпфуючих систем (м. Івано-Франківськ).

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор
Опанасович Віктор Костянтинович, Львівський національний університет імені Івана Франка МОН України, професор кафедри механіки;

кандидат фізико-математичних наук
Кравець Володимир Степанович, Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, старший науковий співробітник відділу теоретичних основ механіки руйнування (м. Львів).

Захист відбудеться “ 7 ” травня 2021 року о 15⁰⁰ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 35.195.01 в Інституті прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України за адресою: 79060, м. Львів, вул. Наукова, 3-б.

З дисертацією можна ознайомитись в науковій бібліотеці Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України за адресою: 79060, м. Львів, вул. Наукова, 3-б.

Автореферат розіслано “ 6 ” квітня 2021 року.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради,
док. фіз.-мат. наук



Ясінський А.В.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. У багатьох галузях сучасної техніки широкого застосування набули тонкостінні елементи конструкцій. Маючи безперечні переваги у низькій матеріаломісткості, такі конструкції однак є досить чутливими до локальних збурень напруженого стану. Зокрема, їхня міцність принципово залежить від наявності гострокінцевих концентраторів напружень типу тріщин чи проєктно передбачених розрізів, які можуть істотно скоротити ресурс експлуатації чи призвести до катастрофічних руйнувань виробів та споруд. Тому дослідження напружено-деформованого стану в околі тріщин та їхнього впливу на граничну рівновагу пластин та оболонок мають значний науковий та практичний інтерес.

Одним із способів подовження ресурсу експлуатації тонкостінних конструкцій з дефектами є нанесення на їхню поверхню підкріплень у вигляді покриттів, тонких латок, пластирів чи бандажів. Такі підкріплення зазвичай зменшують концентрацію напружень поблизу дефектів, але водночас приймають на себе частину навантаження. Тому при розрахунку таких істотно неоднорідних композицій треба обов'язково враховувати і міцність підкріплення.

Дисертаційна робота спрямована на розв'язання наукового завдання – розвинути методи дослідження рівноваги пологих оболонок з тріщинами задля оцінки впливу гнучкого покриття на напружено-деформований та граничний стан тонкостінних елементів конструкцій.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дослідження за темою дисертації виконані в межах держбюджетних наукових тем Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу МОН України “Розробка комплексної технології покращення експлуатаційних властивостей виробів машинобудування мікродуговим оксидуванням” (№ д/р 0119U002231, 2019–2020 рр.) та Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України “Моделювання та оптимізація термомеханічної поведінки структурно неоднорідних тіл за сталого та змінного навантаження” (№ д/р 0113U007685, 2014–2018 рр.), “Моделі і розвиток методів розрахунку та оптимізації напруженого стану і дослідження граничної рівноваги неоднорідних тіл з дефектами” (№ д/р 0119U100672, 2019–2023 рр.), дисертант – виконавець.

Мета дисертаційної роботи полягає у дослідженні впливу одностороннього гнучкого покриття на напружено-деформований стан та граничну рівновагу оболонок з тріщинами.

Для досягнення поставленої мети визначено такі задачі:

- сформулювати задачі статички пологих оболонок з тріщинами, підсилених гнучким покриттям;
- розробити методику оцінювання граничного стану дефектних оболонок за двома критеріями: тріщиностійкості оболонки та міцності покриття;
- методом малого параметра дослідити граничну рівновагу пологої оболонки довільної форми з тріщиною вздовж лінії кривини за наявності гнучкого покриття;
- на підставі числового аналізу дослідити вплив гнучкого покриття на міцність сферичної та циліндричної оболонки з тріщиною для довільних значень

параметра кривини;

- вивчити закономірності взаємодії колінеарних тріщин у оболонках з гнучким покриттям.

Об'єктом досліджень є пологі оболонки з наскрізними тріщинами, підкріплені гнучким покриттям.

Предметом досліджень є вплив гнучкого покриття на напружено-деформований стан та граничну рівновагу пологих оболонок з тріщинами.

Методи досліджень. Сформульовані крайові задачі для пологих оболонок з розрізами розв'язано з використанням методу сингулярних інтегральних рівнянь. Для побудови розв'язків отриманих рівнянь застосовано асимптотичний метод малого параметра та числовий метод механічних квадратур.

Наукова новизна одержаних результатів визначається наступними положеннями:

1) розвинуто методику асимптотичного аналізу граничної рівноваги покритої пологої оболонки з тріщиною вздовж лінії кривини у частині врахування скінченної міцності покриття, що дало змогу узагальнити відомі результати, отримані для нескінченно міцного покриття;

2) вперше побудовано числові розв'язки задач статки підсиленних гнучким покриттям циліндричної та сферичної оболонки з тріщинами; на їх основі обчислено руйнівні навантаження для довільних значень параметра кривини та встановлено діапазон застосовності асимптотичних результатів, отриманих методом малого параметра;

3) вперше сформульовано та розв'язано задачі про взаємодію колінеарних тріщин оболонках з гнучким покриттям. Це дало змогу оцінити вплив взаємного розташування дефектів на граничну рівновагу підкріплених оболонок.

Достовірність одержаних результатів забезпечується: використанням апробованої в літературі моделі тріщини з шарнірно з'єднаними берегами, узгодженням асимптотичних та числових розв'язків для малих значень безрозмірного параметра кривини оболонок, фізичною несуперечливістю отриманих результатів та їх збігом у часткових випадках з даними, отриманими іншими авторами.

Практичне значення одержаних результатів. Запропонований підхід дослідження напружено-деформованого стану оболонок з тріщинами на підставі моделі розрізу з шарнірно з'єднаними берегами та двох критеріїв граничної рівноваги дав змогу точніше оцінити ефекти підкріплення оболонок залежно від їх тріщиностійкості та від міцності покриття. Отримані результати можна використати для інженерного розрахунку тонкостінних елементів конструкцій з тріщинами в судно-, авіа- і машинобудуванні, в будівельній індустрії та нафтогазовій промисловості.

Особистий внесок здобувача. Автор самостійно розв'язані усі наведені у дисертаційній роботі задачі, розроблено алгоритми розрахунків та програмні модулі. У публікаціях, що висвітлюють дисертаційні дослідження та написані у співавторстві, виконана наукова робота розподілена наступним чином:

- в роботах [1, 2, 6, 7] постановка задачі та обґрунтування структури розв'язку належать науковому керівнику, здобувач отримав інтегральні рівняння,

побудував асимптотичний і числовий розв'язки та запропонував долучити до оцінювання граничної рівноваги критерій міцності покриття.

- у публікаціях [8–10] дисертантові належать розв'язання задач про напружений стан вкритих оболонок з тріщинами і визначення руйнівних навантажень, формулювання задач здійснено І. П. Шацьким;
- в роботах [3, 4, 11, 13–15] дисертантом записано та розв'язано системи інтегральних рівнянь поставлених задач, отримані результати проаналізовані авторами спільно.

Результати досліджень, опубліковані в працях [5, 12], отримані автором самостійно.

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертаційної роботи доповідалися та обговорювалися на 2-й Міжнародній конференції з механіки руйнування матеріалів і міцності конструкцій (Львів, 1999), 5-й конференції з механіки неоднорідних структур (Луцьк, 2000), 5-ому Міжнародному симпозіумі українських інженерів-механіків у Львові (2001), Міжнародній науково-технічній конференції пам'яті акад. НАН України В. І. Моссаковського “Актуальні проблеми механіки суцільного середовища і міцності конструкцій” (Дніпропетровськ, 2007), 2-й Міжнародній конференції “Сучасні проблеми механіки і математики” (Львів, 2008), 4-й Міжнародній науковій конференції “Сучасні проблеми механіки” (Київ, 2017); 11-й Міжнародній конференції “Shell Structures: Theory and Applications” (Gdansk, 2017), конференції молодих учених із сучасних проблем механіки і математики ім. акад. Я. С. Підстригача (Львів, 2005), науково-технічній конференції професорсько-викладацького складу ІФДТУНГ (Івано-Франківськ, 2002).

У повному обсязі дисертація доповідалася на міжкафедральному семінарі Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу під керівництвом доктора техн. наук, проф. В. І. Артима, на спільному семінарі відділу моделювання демпфуючих систем та відділу механіки деформівного твердого тіла Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України під керівництвом доктора фіз.-мат. наук Ю. В. Токового, на загальноінститутському науковому семінарі за напрямком “Математичні проблеми механіки руйнування і поверхневих явищ” Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України під керівництвом доктора фіз.-мат. наук, проф. М. В. Марчука, на науковому семінарі кафедри механіки Львівського національного університету імені Івана Франка під керівництвом чл.-кор. НАН України О. Є. Андрейківа, на семінарі відділу теоретичних основ механіки руйнування Фізико-механічного інституту ім. Г. В. Карпенка НАН України під керівництвом доктора техн. наук, проф. В. П. Силованюка.

Публікації. За основними результатами дисертаційних досліджень автором опубліковано 15 друкованих праць [1–15], з них 6 статей [1–6] у наукових фахових виданнях України, 3 статті [7–9] у збірниках матеріалів конференції, 6 тез доповідей [10–15]. Три публікації [2, 6, 9] проіндексовано в наукометричній базі Scopus.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація загальним обсягом 156 сторінок складається із вступу, чотирьох розділів, які містять 29 рисунків, висновків, переліку використаних джерел із 175 найменувань та додатку. Обсяг основного тексту становить 110 сторінок.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність обраної теми, сформульовано мету та завдання досліджень, вказано методи розв'язання поставлених задач, охарактеризовано наукову новизну та достовірність отриманих результатів, їх теоретичне та практичне значення, наведено відомості про апробацію результатів роботи, її зв'язок із науковими програмами, подано кількість опублікованих праць за темою дисертації та висвітлено особистий внесок здобувача в роботах з співавторами.

У **першому розділі** проведено аналітичний огляд літературних джерел за тематикою досліджень дисертаційної роботи.

Відзначено значний вклад у дослідження пружної рівноваги оболонок з тріщиноподібними дефектами таких авторів, як А. С. Гольцев, Д. В. Гриліцький, К. М. Довбня, В. І. Кир'ян, Р. М. Кушнір, О. В. Максимук, М. В. Марчук, М. М. Николишин, О. В. Онищук, І. В. Ориняк, В. А. Осадчук, В. В. Панасюк, Я. С. Підстригач, М. П. Саврук, Є. М. Федюк, Л. А. Фільштинський, В. К. Хижняк, В. А. Цванг, В. П. Шевченко, С. Я. Ярема, M. Duncan, F. E. Erdogan, E. S. Folias, R. J. Hartranft, J. J. Kibler, Y. Murakami, J. L. Sanders, G. C. Sih та ін.

Напружено-деформований та граничний стан оболонок з урахуванням закриття тріщин, спричиненим згинальним навантаженням, вивчено у двовимірній постановці на підставі моделі контакту берегів вздовж лінії, яка передбачає взаємопов'язані крайові умови розтягу-згину на розрізі у вигляді нерівностей (Ю. Григорчук, К. М. Довбня, В. О. Ковтуненко, Н. В. Лазарєв, М. В. Маковійчук, В. К. Опанасович, О. М. Хлуднев, І. П. Шацький, Н. П. Шевцова, Liu Rong, C. H. Wang та ін.).

Напруження в пластинах з тріщинами та отворами за наявності підкріплень у вигляді пружних накладок, приклеєних чи приварених по лінії, досліджували М. П. Саврук, В. С. Кравець, А. Ю. Землянова, В. В. Сільвестров, S. M. Mkhitarian, D. I. Bardzokas та ін. При цьому методом сингулярних інтегральних рівнянь розглядались задачі плоского напруженого стану композицій.

Ефекти підсилення дефектних пластин однобічними чи двобічними накладками (покриттями, пластирами) з урахуванням ефектів супутнього згину в рамках двовимірних теорій найчастіше вивчались на основі моделі лінійних пружин L. R. F. Rose чи її модифікацій (R. J. Clark, D. P. Romilly). У працях C. H. Wang, L. R. F. Rose, R. Callinan, M. Ramji, R. Srilakshmi, M. Jamal-Omidi, M. Falah, D. Taherifar, H. N. Maleki, T. N. Chakherlou, B. B. Bouiadjra, M. Belhouari, B. Serier, D. Ouinas, S. Mohammadi, M. Yousefi, M. Khazaei та ін. у дво- чи тривимірній постановці вивчено вплив багатьох чинників на граничну рівновагу підкріплених пластин з тріщинами. Серед них – асиметрія кріплення, анізотропія структури, товщина та конфігурація пластиру, товщина та механічні властивості клейового прошарку, можливість відшарування накладки, циклічне навантаження тощо. Як свідчать результати M. Ramji, R. Srilakshmi, локальний згин в околі дефекту у розтягнутій пластині з одностороннім підкріпленням є найбільш вагомим явищем, яке впливає на перерозподіл напруженого стану.

Для аналізу поведінки тріщин в розтягнутих пластинах та оболонках з

одностороннім гнучким покриттям І. П. Шацьким розроблено модель розрізу з шарнірно з'єднаними берегами, яка головно враховує ефект локального згину поблизу дефекту. Нехтування іншими подробицями підкріплення дало змогу отримати аналітичні вирази для коефіцієнтів інтенсивності зусиль та моментів в пластині та оболонці малої кривини з прямолінійною тріщиною та знайти руйнівне навантаження для випадку нескінченно міцного покриття. Після пропозиції автора [7] долучити до аналізу граничної рівноваги критерій міцності покриття у всіх наступних публікаціях про гнучке покриття уже застосовують двокритеріальні оцінки (І. П. Шацький, В. В. Перепічка, Т. М. Даляк для пластин з системами тріщин, [1–6, 8–15] для пологих оболонок з тріщинами).

Отож, задачі про пружну та граничну рівновагу вкритих оболонок з тріщинами для великої кривини поверхні та з урахуванням обмеженої міцності покриття не досліджені. Невивченою також є взаємодія тріщин в оболонках з одностороннім гнучким покриттям. У зв'язку з цим обрано напрямок досліджень, мета і завдання яких описані у вступі до дисертації.

У **другому розділі** наведено основні співвідношення теорії пологих оболонок, зроблено постановку задачі про розтяг пологих оболонок з наскрізними тріщинами за наявності одnobічного гнучкого покриття та описано методологію дослідження. Подано схему зведення сформульованої задачі до сингулярних інтегральних рівнянь. Описано асимптотичний та числовий алгоритми для знаходження розв'язків інтегральних рівнянь. Сформульовано критерії граничної рівноваги.

Розглядається безмежна ізотропна оболонка завтовшки $2h$ з наскрізною прямолінійною тріщиною завдовжки $2l$, розташованою вздовж лінії головної кривини серединної поверхні (рис. 1). На одну із лицьових поверхонь оболонки нанесено гнучке покриття, яке деформується сумісно з підкладкою і може витримати доволі великі напруження. Береги тріщини розкриваються мембранними зусиллями p . Решта поверхонь оболонки вільні від навантаження. Потрібно дослідити напружено-деформований стан та граничну рівновагу оболонки з тріщиною за наявності гнучкого покриття.

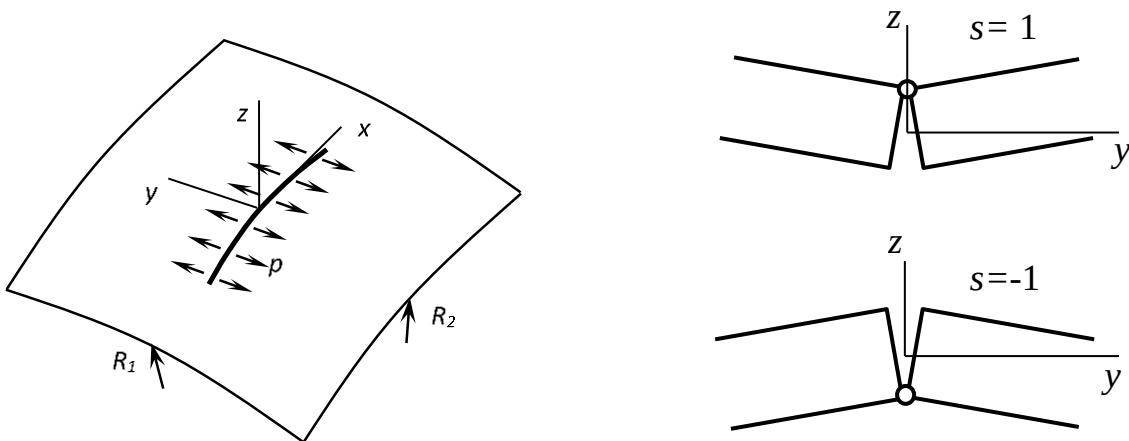


Рис. 1. Серединна поверхня оболонки з тріщиною та схема шарнірного з'єднання берегів розрізу у лицьовій поверхні

Дослідження проводили у двовимірній постановці на базі класичної теорії оболонок Кірхгофа-Лява. Тріщина в оболонці з одностороннім гнучким покриттям трактується як розріз, береги якого з'єднані шарнірно в одній із лицьових поверхонь оболонки $z = sh$ ($s = +1$ або $s = -1$) (рис. 1). Такій моделі відповідає крайова задача теорії пологих оболонок, яка включає:

– рівняння сумісності деформацій та рівняння рівноваги в області поза розрізом:

$$\Delta \Delta \varphi - \frac{B}{R} \Delta_k w = 0, \quad \Delta \Delta w + \frac{1}{DR} \Delta_k \varphi = 0, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2 \setminus L; \quad (1)$$

– взаємопов'язані крайові умови на розрізі:

$$[u_y] - sh[\theta_y] = 0, \quad M_y - sh(N_y + p) = 0, \quad (x, y) \in L; \quad (2)$$

– умови загасання напружень на безмежності:

$$N_x = N_{xy} = N_y = 0, \quad M_x = M_{xy} = M_y = 0, \quad Q_x^* = Q_y^* = 0, \quad (x, y) \rightarrow \infty. \quad (3)$$

Тут φ – функція напружень, w – прогин оболонки; $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$, $\Delta_k = \beta_2 \partial^2 / \partial x^2 + \beta_1 \partial^2 / \partial y^2$ – диференціальні оператори другого порядку; $\beta_1 = R / R_1$, $\beta_2 = R / R_2$, $R = \min(|R_1|, |R_2|)$, R_1, R_2 – головні радіуси кривини нормальних перерізів серединної поверхні оболонки; $B = 2Eh$, $D = 2Eh^3 / (3(1 - \nu^2))$ – жорсткості щодо розтягу та згину; E і ν – модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона матеріалу оболонки; N_{ij} – мембранні сили, M_{ij} – моменти, Q_i^* – узагальнені поперечні сили; $[u_y]$ – розкриття тріщини в серединній поверхні оболонки, $[\theta_y]$ – стрибок кута повороту нормалі на берегах розрізу ($[f] = f^+ - f^-$); (x, y, z) – декартові координати з початком у центрі та віссю x вздовж розрізу, $L = (-l, l)$ – відрізок осі абсцис, що містить тріщину.

Перша з умов (2), базуючись на гіпотезі прямої нормалі, означає неперервність переміщень в шарнірі. Друга умова визначає згинальний момент, який компенсує паралельний перенос шарнірної реакції у серединну поверхню.

Припущення про малу товщину покриття порівняно з товщиною оболонки дає змогу не ускладнювати задачу змінами інтегральних жорсткостей B та D , припущення про гнучкість покриття призводить до моделі ідеального шарніру, який не передає згинальний момент.

Отже, у пропонованій постановці роль однобічного покриття зводиться виключно до двох чинників: в задачі пружної рівноваги – це сполучення берегів тріщини в лицьовій поверхні оболонки з можливістю їх розвороту, в задачі граничної рівноваги – це урахування обмеженої міцності покриття.

Розв'язок сформульованої задачі (1)–(3) побудовано методом сингулярних інтегральних рівнянь. Інтегральні подання сил та моментів на лінії $y = 0$ через похідні від стрибків переміщення і кута повороту нормалі мають вигляд:

$$N_y(x, 0) = \frac{B}{4\pi} \int_{-l}^l \{K_{11}(\xi - x)[u_y]'(\xi) - K_{13}(\xi - x)c[\theta_y]'(\xi)\} d\xi,$$

$$M_y(x, 0) = \frac{Bc}{4\pi} \int_{-l}^l \{K_{31}(\xi - x)[u_y]'(\xi) - K_{33}(\xi - x)c[\theta_y]'(\xi)\} d\xi. \quad (4)$$

Ядра цих зображень виражаються через фундаментальний розв'язок рівнянь (1) і подаються інтегралами Фур'є:

$$K_{jk}(z) = [\delta_{jk} \operatorname{Re} + (1 - \delta_{jk}) \operatorname{Im}] \int_0^\infty g_{jk} \left(\gamma \frac{\sqrt{-i}}{s} \right) \sin zs \, ds, \quad (j, k = 1, 3); \quad (5)$$

$$g_{11}(\rho) = r(\rho)/\omega(\rho), \quad g_{13}(\rho) = g_{31}(\rho) = -r(\rho)(1 + \nu/\omega(\rho)),$$

$$g_{33}(\rho) = r(\rho)(2 - 2\nu + \beta_1 \rho^2 + \omega(\rho) + \nu^2/\omega(\rho)),$$

$$r(\rho) = 2(2 + \beta_1 \rho^2 + 2\omega(\rho))^{1/2}, \quad \omega(\rho) = (1 + \beta_2 \rho^2)^{1/2};$$

$$c = h/\sqrt{3(1 - \nu^2)}, \quad \gamma = 4\sqrt{3(1 - \nu^2)}/\sqrt{Rh}, \quad z = \xi - x, \quad \delta_{jk} - \text{символ Кронекера.}$$

Ядра з однаковими індексами містять сингулярні доданки типу Коші, регулярна частина ядер залежить від кривини і форми поверхні оболонки та від орієнтації дефекту.

Підставляючи вирази (4) у крайові умови (2) та виключаючи стрибок кута повороту, отримуємо інтегральне рівняння задачі відносно розриву переміщень у серединній поверхні:

$$\frac{B}{4\pi} \int_{-l}^l K(\xi - x)[u_y]'(\xi) d\xi = -p, \quad x \in (-l, l); \quad (6)$$

$$K(z) = K_{11}(z) - 2sK_{13}(z)/\sqrt{3(1 - \nu^2)} + K_{33}(z)/(3(1 - \nu^2)).$$

На кінцях розрізу повинні виконуватися додаткові умови

$$[u_y](\pm l) = 0, \quad (7)$$

які забезпечують однозначність розв'язку рівняння (6) у класі функцій з необмеженою на кінцях відрізка похідною та однозначне знаходження функції стрибка переміщень за її похідною.

За розв'язком задачі (6), (7) визначали стрибок кута повороту $[\theta_y]$, а відтак і реакцію в шарнірі

$$N(x) = N_y(x, 0) + p.$$

Коефіцієнти інтенсивності зусиль K_N та моментів K_M в околі вершин тріщини $x = \pm l$ обчислюються за формулами

$$K_N^\pm = \mp \frac{B}{4} \lim_{x \rightarrow \pm l} \sqrt{l^2 - x^2} [u_y]'(x), \quad K_M^\pm = \pm (3 - 2\nu - \nu^2) \frac{D}{4} \lim_{x \rightarrow \pm l} \sqrt{l^2 - x^2} [\theta_y]'(x).$$

Для оцінки граничної рівноваги вкритих пологих оболонок з тріщинами запропоновано використовувати два критерії:

1) енергетичний критерій лінійної механіки крихкого руйнування оболонки для одночасного розтягу-згину:

$$G \equiv \frac{\pi}{4h^2 E} \left\{ K_N^2 + \frac{3(1 + \nu)}{3 + \nu} \left(\frac{K_M}{h} \right)^2 \right\} = 2\gamma_*; \quad (8)$$

2) класичний критерій міцності покриття:

$$\max_{x \in [-l, l]} N(x) = N_*. \quad (9)$$

Тут G – потік енергії у вершину тріщини; γ_* – питома поверхнева енергія матеріалу оболонки, N_* – допустиме зусилля розтягу для покриття. Дві останні характеристики визначаються експериментально.

Завершується розділ описом асимптотичного методу малого параметра та числового методу механічних квадратур, які використовуються для побудови розв'язків сингулярних інтегральних рівнянь.

У **третьому розділі** виконано аналітико-числове дослідження напружено-деформованого стану та міцності вкритої пологої оболонки з тріщиною за дії на берегах дефекту сталого навантаження розтягу. Наведено порівняння асимптотичних та числових результатів.

У підрозділі 3.1 проведено асимптотичний аналіз напруженого стану та граничної рівноваги вкритої оболонки з тріщиною вдовж лінії кривини для малих значень параметра кривини.

Компоненти (5) ядра інтегрального рівняння (6) розкладаються у степенево-логарифмічні ряди

$$K_{jk}(\tau - t) = \frac{a_{jk0}}{\tau - t} + \lambda \sum_{p=1}^{\infty} (a_{jkp} + b_{jkp} \ln \lambda |\tau - t|) (\lambda(\tau - t))^p,$$

де $\lambda = (3(1 - \nu^2))^{1/4} l / \sqrt{Rh}$ – безрозмірний параметр кривини, $t = x/l$, $\tau = \xi/l$ – безрозмірні змінні. Коефіцієнти розкладу ядер a_{jkp} , b_{jkp} залежать від коефіцієнта Пуассона ν та від параметрів форми серединної поверхні $\beta_1 = R/R_1$, $\beta_2 = R/R_2$.

Шукані функції стрибків знайшли у вигляді асимптотичних розкладів у першому оболонковому наближенні:

$$[u_y](t) = \frac{pl}{B} \Phi(\lambda, t), \quad [\theta_y](t) = \frac{pshl}{3(1 - \nu^2)D} \Phi(\lambda, t);$$

$$\Phi(\lambda, t) = \frac{4\sqrt{1-t^2}}{a_0} \left[1 - \frac{\lambda^2}{2a_0} \left(a_1 + b_1 \left(\frac{2}{3} + \frac{t^2}{3} + \ln \frac{\lambda}{2} \right) \right) + O(\lambda^4 \ln^2 \lambda) \right],$$

$$a_0 = a_{110} + a_{330} / (3(1 - \nu^2)), \quad a_1 = a_{111} - 2sa_{131} / \sqrt{3(1 - \nu^2)} + a_{331} / (3(1 - \nu^2)),$$

$$b_1 = -2sb_{131} / \sqrt{3(1 - \nu^2)}.$$

За цими результатами визначили коефіцієнти інтенсивності зусиль та моментів поблизу вістря тріщини:

$$K_N = \frac{3p\sqrt{l}(1 + \nu)}{2(3 + 2\nu)} F(\lambda), \quad K_M = -\frac{psh\sqrt{l}(3 + \nu)}{2(3 + 2\nu)} F(\lambda);$$

$$F(\lambda) = 1 - \frac{\lambda^2}{2a_0} \left[a_1 + b_1 \left(1 + \ln \frac{\lambda}{2} \right) \right] + O(\lambda^4 \ln^2 \lambda)$$

та реакцію в шарнірі

$$N(t) = \frac{p(3+\nu)}{2(3+2\nu)} \left\{ 1 - \frac{\lambda^2}{2a_0} \left[A_1 + B_1 \left(\frac{1}{2} + t^2 + \ln \frac{\lambda}{2} \right) \right] + O(\lambda^4 \ln^2 \lambda) \right\};$$

$$A_1 = a_{111} + 2sva_{131} / \left((3+\nu)\sqrt{3(1-\nu^2)} \right) - a_{331}/a_{330}, \quad B_1 = 2svb_{131} / \left((3+\nu)\sqrt{3(1-\nu^2)} \right).$$

Небезпечні розтягувальні навантаження знайдено за двома критеріями: розтріскування оболонки (7)

$$p_{1*} = p^0 \sqrt{\frac{2(3+2\nu)}{3(1+\nu)}} \left\{ 1 + \frac{\lambda^2}{2a_0} \left[(a_1 + b_1 \left(1 + \ln \frac{\lambda}{2} \right)) \right] + O(\lambda^4 \ln^2 \lambda) \right\} \quad (10)$$

та обмеженої міцності покриття (8)

$$p_{2*} = N_* \frac{2(3+2\nu)}{3+\nu} \min_{t \in [-1,1]} \left\{ 1 + \frac{\lambda^2}{2a_0} \left[A_1 + B_1 \left(\frac{1}{2} + t^2 + \ln \frac{\lambda}{2} \right) \right] + O(\lambda^4 \ln^2 \lambda) \right\}. \quad (11)$$

Тут $p^0 = 2h\sqrt{2E\gamma_*/(\pi l)}$ – Гріффітсове зусилля розтягу для безмежної пластини з тріщиною завдовжки $2l$.

Для порівняння наведено відомі значення для оболонки без покриття, послабленої наскрізною тріщиною з вільними від в'язей берегами

$$p_{3*} = p^0 \left[1 + \frac{a_{111}}{2a_{110}} \lambda^2 + O(\lambda^4 \ln^2 \lambda) \right]. \quad (12)$$

Остаточно, руйнівне навантаження визначається як

$$p_* = \max\{p_{3*}, \min\{p_{1*}, p_{2*}\}\}.$$

Остання формула разом з наведеними вище виразами для p_{i*} аналітично описує залежність міцності оболонки з тріщиною від максимальної кривини λ і параметрів форми β_1, β_2 базової поверхні, від коефіцієнта Пуассона ν , а також від характеристики тріщиностійкості p^0 оболонки та від параметра міцності покриття N_* .

За формулами (10)–(12) для $\nu = 0,3$ побудовано залежності граничних навантажень від форми оболонки (рис. 2).

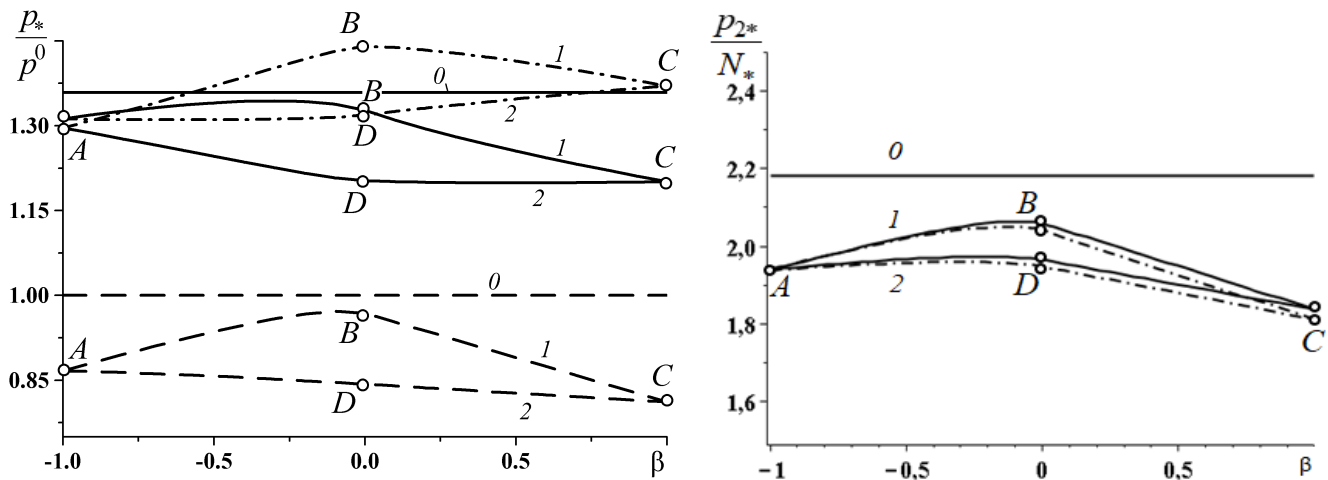


Рис. 2. Залежності граничних навантажень від параметра форми оболонки

Тут лінії 0 відповідають випадку розтягнутої пластини ($\lambda = 0$); криві 1 характеризують орієнтацію тріщини в оболонці уздовж лінії найбільшої кривини ($\beta_1 = 1, \beta_2 = \beta$), а криві 2 – вздовж лінії найменшої кривини ($\beta_1 = \beta, \beta_2 = 1$) при $\lambda = 0,8$. Зокрема, точки A і C відповідають псевдосферичній ($\beta_1 = 1, \beta_2 = -1$) і сферичній ($\beta_1 = 1, \beta_2 = 1$) оболонкам, а точки B і D – циліндричній оболонці відповідно із поперечним ($\beta_1 = 1, \beta_2 = 0$) та поздовжнім ($\beta_1 = 0, \beta_2 = 1$) розрізом. Суцільними і штрих-пунктирними лініями наведено результати для оболонки з покриттям на внутрішній ($s = -1$) та зовнішній ($s = 1$) поверхні. Для порівняння штриховими лініями показано результати для оболонки без покриття.

З лівого графіка видно, що, якщо в класичній постановці утримувальна здатність розтягнутої оболонки з тріщиною завжди нижча, ніж для пластини, то за наявності гнучкого покриття руйнівне навантаження для оболонки може бути як більшим, так і меншим від аналогічного значення для пластини. Це залежить від кривини і форми оболонки, а також від орієнтації дефекту. В той же час графік справа показує, що утримувальна здатність покриття для оболонки завжди менша, ніж для пластини.

У наступному підрозділі 3.2 проведено числовий аналіз напруженого стану та міцності сферичної оболонки з меридіональною та циліндричною оболонки з поздовжньою або поперечною тріщиною. Для таких конфігурацій оболонок невластні інтеграли (5) виражаються через циліндричні функції Томсона. Розв'язок задачі (6), (7) побудовано методом механічних квадратур в діапазонах $0 \leq \lambda \leq 4$ та $0 \leq \lambda \leq 8$ відповідно для сферичної та циліндричної оболонки. Дискретний аналог задачі у вигляді системи лінійних алгебраїчних рівнянь формували на Чебишовому розбитті, яке включало 40 вузлів колокації. При цьому похибка обчислень коефіцієнтів інтенсивності зусиль та моментів не перевищувала 0,5% для усіх λ .

Зокрема, результати розрахунків для сферичної оболонки з меридіональною тріщиною, отримані при $\nu = 0,3$, показано на рис. 3, 4.

При зростанні параметра λ спостерігаємо суттєве підвищення реактивного зусилля в шарнірі (рис. 3), особливо посередині розрізу.

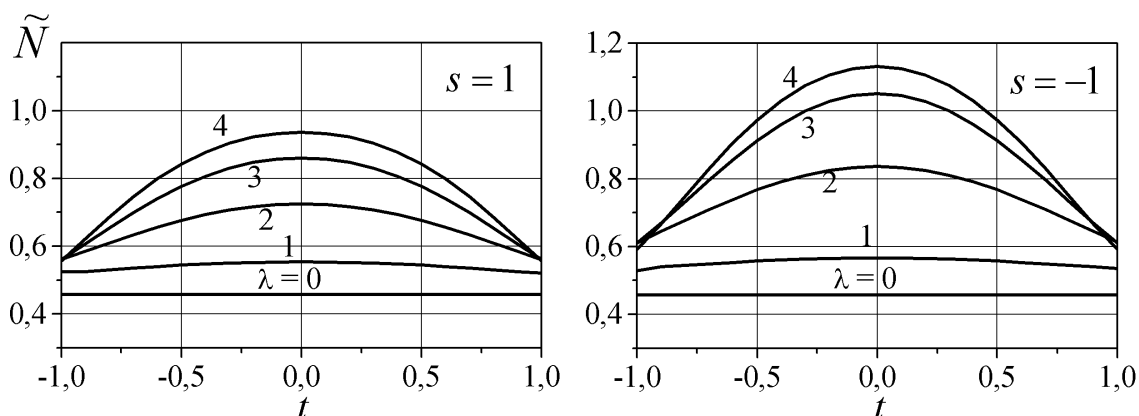


Рис. 3. Розподіл реакції $\tilde{N} = N(t)/p$ в шарнірі для сферичної оболонки з покриттям на внутрішній ($s = -1$) чи зовнішній ($s = 1$) поверхні для різних значень параметра кривини

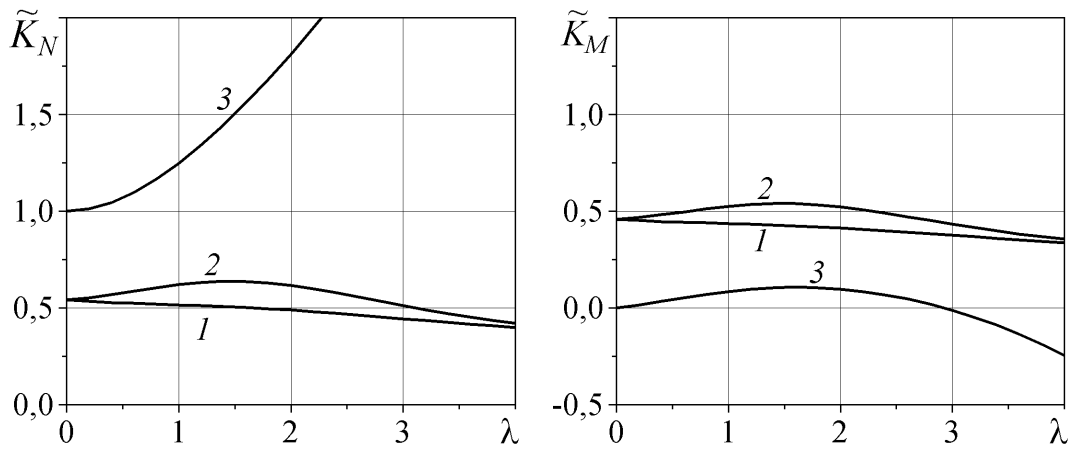


Рис. 4. Коефіцієнти інтенсивності зусиль $\tilde{K}_N = K_N / (p\sqrt{l})$ та моментів $\tilde{K}_M = K_M / (sph\sqrt{l})$: 1 – оболонка з покриттям на зовнішній поверхні ($s = 1$), 2 – із покриттям на внутрішній поверхні ($s = -1$), 3 – оболонка без покриття

Вплив шарнірного з'єднання берегів тріщини за розтягу оболонки проявляється перш за все у суттєвому зменшенні коефіцієнта інтенсивності зусиль та появи невеликого коефіцієнта інтенсивності моментів (рис. 4). Для малих λ обидва коефіцієнти інтенсивності можуть змінюватися немонотонно.

Проте найбільший інтерес викликають результати підрахунку руйнівних навантажень (рис. 5). Граничні навантаження p_{1*} , які відповідають за старт тріщини, загалом немонотонно залежать від параметра кривини λ . Граничні навантаження p_{2*} , розраховані за міцністю покриття, істотно знижуються при збільшенні параметра кривини. Як слідує із підсумкових кольорових графіків для $\min\{p_{1*}, p_{2*}\}$, при малих кривинах композиція руйнується за схемою розтріскування оболонки, при більших кривинах руйнується покриття. Крім того, за будь-яким з критеріїв криві 2 розташовані нижче від кривих 1, а це означає, що підкріплення покриттям дефектної сферичної оболонки ззовні є вигіднішим, ніж зсередини.

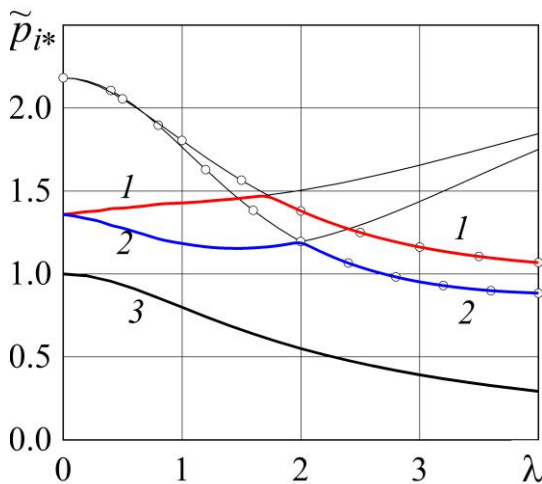


Рис. 5. Залежності граничних навантажень $\tilde{p}_{i*} = p_{i*} / p^0$ від параметра кривини для сферичної оболонки з меридіональною тріщиною: 1 – зовнішнє покриття, 2 – внутрішнє покриття; немарковані лінії – p_{1*} (міцність оболонки), марковані – p_{2*} (міцність покриття при $N_*/p^0 = 1$), лінії 3 – p_{3*} для оболонки без покриття; кольором відзначено $\min\{p_{1*}, p_{2*}\}$

Нагадаємо, що марковані графіки на рис. 5 побудовано для $N_*/p^0 = 1$. У разі

$N_*/p^0 \neq 1$ ординати маркованих ліній слід помножити на величину відношення N_*/p^0 . Тоді для високоміцного покриття ($N_*/p^0 \gg 1$) марковані лінії розташуються значно вище від відповідних суцільних кривих 1, 2, і першою завжди розтріскуватиметься оболонка. У разі низькоміцного покриття ($N_*/p^0 \ll 1$) марковані лінії проляжуть нижче від суцільних кривих 1, 2, а, можливо, навіть нижче від лінії 3, що свідчитиме про відсутність підкріплювального ефекту.

Схожі результати отримано також і для пологої циліндричної оболонки з поздовжньою або поперечною тріщиною. Дані числового аналізу відрізняються кількісно.

На підставі порівняння асимптотичних та прийнятих за точні числових результатів встановлено діапазони застосовності асимптотичних залежностей. Зокрема, похибка обчислення граничних навантажень за формулами (10)–(12) не перевищує 5% при $\lambda \leq 1$ для сферичної оболонки з меридіональною тріщиною, при $\lambda \leq 0,9$ для циліндричної оболонки з поздовжньою тріщиною та при $\lambda \leq 2,2$ для циліндричної оболонки з поперечною тріщиною.

У **четвертому розділі** досліджено взаємодію колінеарних тріщин за розтягу оболонок з гнучким покриттям. Сформульовано крайову задачу теорії оболонок із взаємопов'язаними крайовими умовами на розрізах, розташованих на одній прямій. Проведено числовий аналіз для вкритої сферичної та циліндричної оболонок з двома однаковими дефектами.

Нехай безмежна ізотропна оболонка послаблена кількома наскрізними прямолінійними тріщинами $x \in L_n$, $n = \overline{1, N}$, розташованими уздовж осі абсцис (рис. 6). На одну із лицьових поверхонь $z = sh$ ($s = +1$ або $s = -1$) нанесено гнучке покриття. Досліджуємо напружений стан та граничну рівновагу оболонки за умов її навантаження зусиллями, які розкривають тріщини.

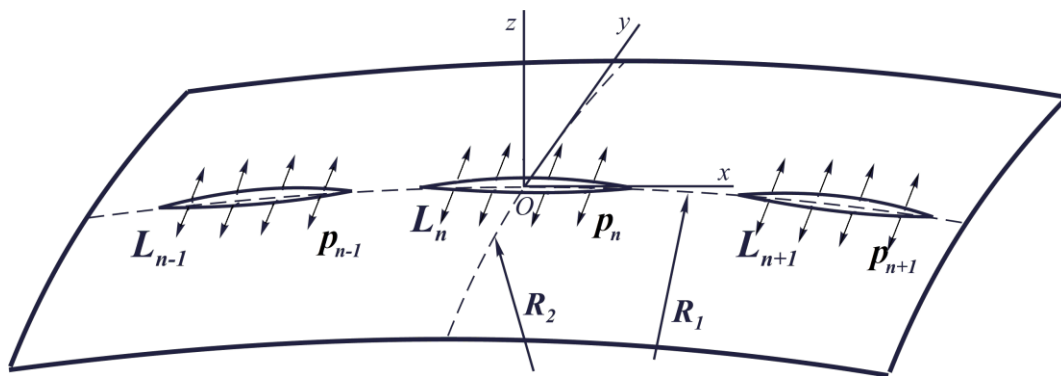


Рис. 6. Схема навантаження вкритої пологої оболонки з системою тріщин

На базі моделі тріщини з шарнірно з'єднаними берегами сформульовано крайову задачу теорії пологих оболонок у безмежній області з системою колінеарних розрізів:

$$\Delta \Delta \varphi - \frac{B}{R} \Delta_k w = 0, \quad \Delta \Delta w + \frac{1}{DR} \Delta_k \varphi, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2 \setminus L; \quad (13)$$

$$[u_y]_n - sh[\theta_y]_n = 0, M_y - sh(N_y + p_n) = 0, (x, y) \in L_n, n = \overline{1, N}; \quad (14)$$

$$N_x = N_{xy} = N_y = 0, M_x = M_{xy} = M_y = 0, Q_x^* = Q_y^* = 0, (x, y) \rightarrow \infty. \quad (15)$$

На відміну від співвідношень (1), (2) тут $L = \bigcup_{n=1}^N L_n$ – сукупність розрізів; $[u_y]_n$, $[\theta_y]_n$ – розкриття тріщини і стрибок кута повороту нормалі для кожного з дефектів.

Для побудови розв'язку задачі (13)–(15) методом сингулярних інтегральних рівнянь використано інтегральні подання зусиль і моментів на лінії розрізів через похідні від стрибків переміщень і кутів повороту нормалі як суперпозиції вкладів від кожної тріщини:

$$N_y(x, 0) = \frac{B}{4\pi} \sum_{m=1}^N \int_{L_m} \{K_{11}(\xi - x)[u_y]'_m(\xi) - K_{13}(\xi - x)c[\theta_y]'_m(\xi)\} d\xi,$$

$$M_y(x, 0) = \frac{Bc}{4\pi} \sum_{m=1}^N \int_{L_m} \{K_{31}(\xi - x)[u_y]'_m(\xi) - K_{33}(\xi - x)c[\theta_y]'_m(\xi)\} d\xi.$$

Тут ядра $K_{jk}(\xi - x)$, як і раніше, визначаються формулами (5).

Задовольняючи крайовим умовам (14) на кожному розрізі L_n та виключаючи $[\theta_y]_n$ за допомогою першої з умов (14), отримаємо систему N сингулярних інтегральних рівнянь для знаходження невідомих функцій розкриття тріщин у базовій поверхні оболонки

$$\frac{B}{4\pi} \sum_{m=1}^N \int_{L_m} \{K_{11}(\xi - x) - 2sK_{13}(\xi - x)/\sqrt{3(1 - v^2)} + K_{33}(\xi - x)/(3(1 - v^2))\} [u_y]'_m(\xi) d\xi = -p_n, \\ x \in L_n, n = \overline{1, N}. \quad (16)$$

Розв'язки цих рівнянь повинні бути однозначними на кінцях розрізів:

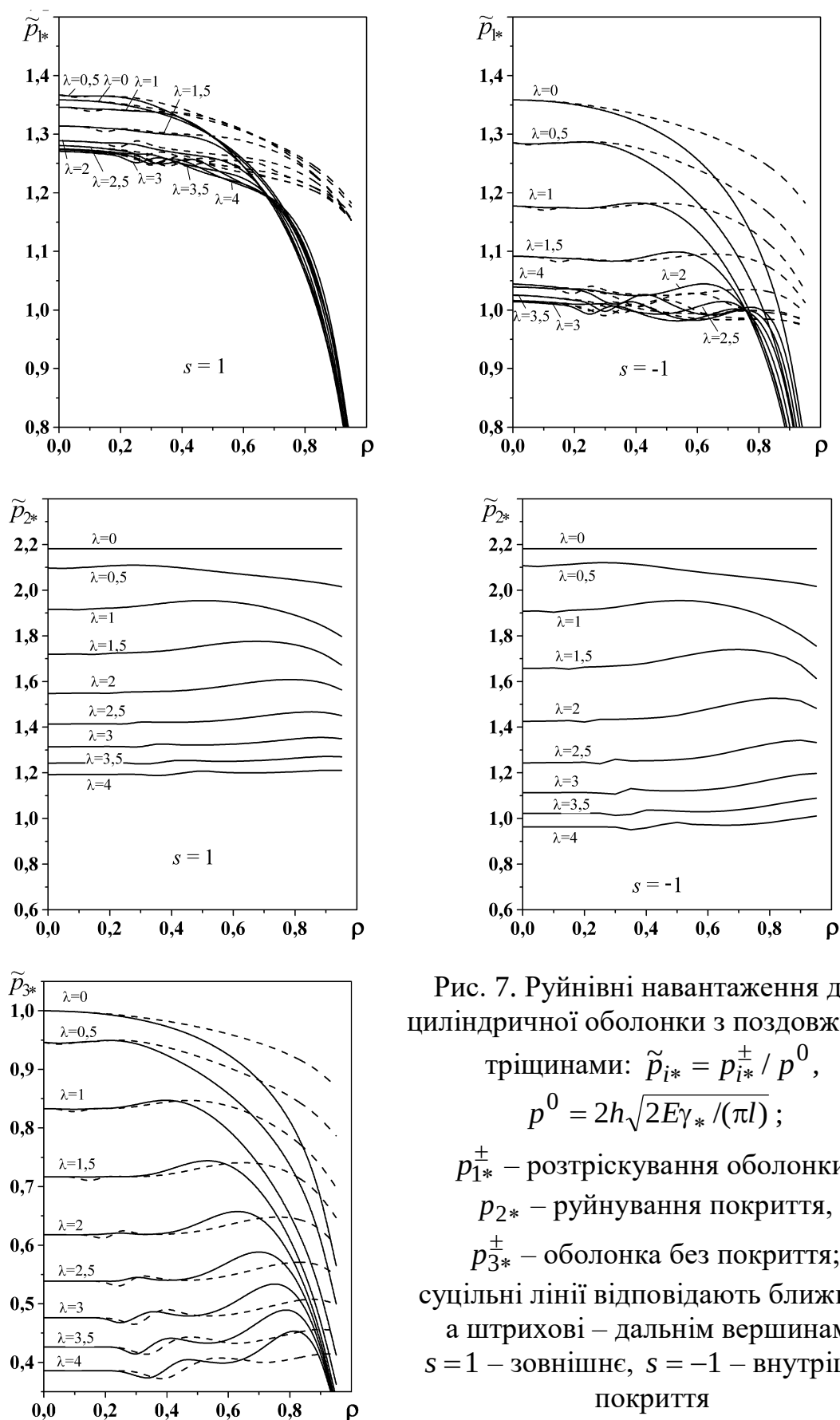
$$[u_y](\partial L_n^\pm) = 0, n = \overline{1, N}. \quad (17)$$

Аналіз граничної рівноваги вкритої оболонки з колінеарними дефектами проводили, як і для випадку поодинокі тріщини, за критеріями руйнування (8) та (9). Специфіка полягає лишень у необхідності врахувати, що дефекти та їх вершини перебувають у різних умовах. Отож, під руйнівним навантаженням слід тепер загалом розуміти

$$p_* = \max \left\{ \min_n \{p_{3*,n}^+, p_{3*,n}^-\}, \min_n \{p_{1*,n}^+, p_{1*,n}^-, p_{2*,n}\} \right\}.$$

Числовий аналіз задачі (16), (17) здійснено методом механічних квадратур для циліндричної оболонки з поперечними та повздовжніми розрізами і для сферичної оболонки з тріщинами вздовж меридіана. Розглянуто випадки взаємодії двох співвісних тріщин завдовжки $2l$, розташованих на віддалі d між їх центрами. Навантаження на берегах розрізів прийнято однаковим ($p_1 = p_2 = p$). Досліджували поведінку коефіцієнтів інтенсивності зусиль та моментів поблизу вершин дефектів та розподіл реакцій у шарнірах для різних значень параметра кривини λ залежно від параметра, оберненого до відносної віддалі між тріщинами: $\rho = 2l / d$.

Як приклад, результати обчислень граничних навантажень для циліндричної оболонки з тріщинами вздовж твірної для $\nu = 0,3$ та $N_* / p^0 = 1$ показано на рис. 7.



Граничні навантаження p_{1*} , отримані за критерієм розтріскування оболонки, залежно від параметра ρ можуть набувати значень як більших, так і менших порівняно з аналогічно навантаженою пластиною. Для випадку покриття на внутрішній поверхні оболонки за великих λ та середніх віддалях між дефектами небезпечними виявляються дальні вершини тріщин (штрихові лінії лежать нижче від суцільних). Натомість, у разі підкріплення зовнішньої поверхні, а також для близько розташованих дефектів завжди небезпечними є ближні вершини розрізів. Значення p_{2*} істотно знижуються при збільшенні параметра кривини λ і практично не залежать від параметра взаємного розташування дефектів ρ . При малих кривинах оболонки, а також для близько розташованих тріщин руйнівним є навантаження, розраховане за міцністю болонки; при більших кривинах та для віддалених тріщин – розраховане за міцністю покриття.

За будь-яким із критеріїв підкріплення оболонки ззовні є загалом вигіднішим, аніж зсередини. Для оцінки міцності вкритих надтріснутих оболонок вирішальне значення має також урахування обмеженої міцності гнучкого покриття (значення N_*/p^0).

Таким чином, у такій багатопараметричній задачі висновок про рівень утримувальної здатності підкріпленої дефектної оболонки можна зробити, провівши числовий аналіз для конкретного набору вхідних параметрів.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

У роботі вирішено актуальне наукове завдання – розвинути методи дослідження рівноваги пологих оболонок з тріщинами задля оцінки впливу гнучкого покриття на напружено-деформований та граничний стан тонкостінних елементів конструкцій.

Отримано наступні основні наукові результати.

1. На базі класичної теорії оболонок і моделі шарнірного з'єднання берегів тріщини сформульовано задачі статички пологих оболонок з тріщинами за наявності одностороннього гнучкого покриття та розроблена схема їх розв'язування методом сингулярних інтегральних рівнянь.

2. Розвинуто методику оцінювання утримувальної здатності вкритих дефектних оболонок, яка передбачає аналіз граничної рівноваги за двома критеріями: тріщиностійкості оболонки та міцності покриття.

3. Методом малого параметра досліджено напружений стан та граничну рівновагу пологої оболонки довільної форми з тріщиною вздовж лінії кривини за наявності гнучкого покриття.

4. На підставі числового аналізу вперше досліджено вплив гнучкого покриття на напружений стан та міцність сферичної та циліндричної оболонки з тріщиною для довільних значень параметра кривини і встановлено діапазон застосовності асимптотичних результатів – відносна похибка асимптотики не перевищує 5 %, якщо $\lambda \leq 1$ для сферичної оболонки з тріщиною по меридіану, $\lambda \leq 0,9$ для циліндричної оболонки з поздовжньою тріщиною, $\lambda \leq 2,2$ для циліндричної оболонки з поперечною тріщиною.

5. Уперше сформульовано та розв'язано нові задачі про взаємодію колінеарних тріщин за розтягу пологих оболонок з гнучким покриттям. Проведено числовий аналіз взаємного впливу двох однакових тріщин, розташованих вздовж меридіана у сферичній оболонці та вздовж твірної чи прямої у циліндричній оболонці.

На підставі отриманих результатів виявлено нові закономірності щодо впливу гнучких покриттів на міцність пологих оболонок з наскрізними тріщинами.

1. Однобічне підкріплення оболонки знижує рівень мембранних напружень в околі розрізу, проте призводить до появи істотного поля згинальних напружень.

2. Для малих кривин у оболонках довільної форми встановлено:

– якщо без покриття утримувальна здатність розтягнутої оболонки з тріщиною завжди нижча, ніж для пластини, то за наявності гнучкого покриття руйнівне навантаження для оболонки може бути як більшим, так і меншим від аналогічного значення для пластини. Це залежить від кривини і форми оболонки та від орієнтації дефекту;

– утримувальна здатність покриття для оболонки завжди менша, ніж для пластини.

3. Для довільних значень параметра кривини у сферичній та циліндричній оболонках встановлено:

– вирішальне значення для міцності композиції має співвідношення між міцністю покриття та тріщиностійкістю оболонки (N_* / p^0);

– у разі високоміцного покриття ($N_* \gg p^0$) завжди першою розтріскується оболонка;

– у випадку покриття середньої міцності ($N_* \sim p^0$) для малих кривин першою руйнується оболонка, а для великих кривин першим руйнується покриття; при цьому вираш у міцності порівняно з оболонкою без покриття становить 1,4–1,6 рази для малих та 2–3 рази для великих значень параметра кривини.

– слабе покриття ($N_* \ll p^0$) руйнується при малих навантаженнях і не дає підкріплювального ефекту;

– руйнівне навантаження для підкріпленої оболонки з тріщиною може немоновотонно залежати від параметра кривини.

4. Для циліндричної та сферичної оболонок з колінеарними дефектами встановлено:

– вплив кривини на міцність вкритих оболонок з колінеарними тріщинами якісно такий самий як для оболонок з поодинокими розрізами;

– на відміну від оболонок без покриття вплив взаємного розташування дефектів у вкритих оболонках є менш відчутним; крім того, практично зникає немоновотонна залежність руйнівного навантаження від параметра p ;

– для далеко розташованих розрізів характер та локалізація руйнування залежать від співвідношення N_* / p^0 , для близько розташованих тріщин втрата цілісності відбувається шляхом розтріскування оболонки біля ближніх вершин;

5. Підкріплення зовнішньої поверхні оболонок з дефектами у всіх випадках є ефективнішим порівняно з підкріпленням на внутрішній поверхні.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ ВІДОБРАЖЕНО У ПУБЛІКАЦІЯХ:

1. Шацький І. П., Маковіичук М. В., Щербій А. Б. Вплив гнучкого покриття на міцність пологої циліндричної оболонки з поперечною тріщиною. *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій*. 2015. Вип. 24. С. 248–257.
2. Шацький І. П., Маковіичук М. В., Щербій А. Б. Вплив гнучкого покриття на міцність пологої циліндричної оболонки з поздовжньою тріщиною. *Математичні методи та фізико-механічні поля*. 2016. Т. 59. № 4. С. 135–141
(*the same*: Shats'kyi I. P., Makoviichuk M. V., Shcherbii A. B. Influence of a flexible coating on the strength of a shallow cylindrical shell with longitudinal crack. *Journal of Mathematical Sciences*. 2019. Vol. 238. Issue 2. P. 165–173).
3. Шацький І. П., Маковіичук М. В., Щербій А. Б. Взаємодія колінеарних тріщин в сферичній оболонці з гнучким покриттям. *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки*. 2017. № 1. С. 342–350.
4. Маковіичук М. В., Шацький І. П., Щербій А. Б. Оцінка міцності циліндричної оболонки з колінеарними поперечними тріщинами, підсиленої гнучким покриттям. *Вісник Київського національного університету. Фізико-математичні науки*. 2017. № 3. С. 131–134.
5. Щербій А. Б. Вплив гнучкого покриття на граничну рівновагу циліндричної оболонки з тріщинами вздовж твірної. *Дослідження в математиці і механіці*. 2017. Т. 22. Вип. 2(30). С. 94–104.
6. Шацький І. П., Маковіичук М. В., Щербій А. Б. Вплив гнучкого покриття на граничну рівновагу сферичної оболонки з меридіональною тріщиною. *Фізико-хімічна механіка матеріалів*. 2019. Т. 55. № 4. С. 27–33
(*the same*: Shatskyi I. P., Makoviichuk M. V., Shcherbii A. B. Influence of flexible coating on the limit equilibrium of a spherical shell with meridional crack. *Materials Science*. 2020. Vol. 55. Issue 3. P. 484–491).
7. Шацький І. П., Щербій А. Б. Вплив гнучкого покриття на міцність пологої оболонки з тріщиною вздовж лінії кривини. *Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій* (вип. 2): В 3-х т. / Під заг. ред. Панасюка В. В. [матер. міжнар. наук. конф. (Львів, 14–16 вересня 1999 р.)]. Львів: Каменяр. 1999. Т. 2. С. 333–335.
8. Шацький І., Перепічка В., Даляк Т., Щербій А. Задачі теорії пластин та оболонок із взаємопов'язаними крайовими умовами на розрізах. *Математичні проблеми механіки неоднорідних структур*: В 2-х т. [матер. міжнар. наук. конф. (Луцьк, 16–18 травня 2000 р.)]. Львів. 2000. Т. 2. С. 51–54.
9. Shatskyi I. P., Makoviichuk M. V., Shcherbii A. B. Equilibrium of cracked shell with flexible coating. *Shell Structures: Theory and Applications*. Vol. 4: Proc. 11th Int. Conf. “Shell Structures: Theory and Applications” (SSTA 2017) (Gdansk, Poland, October 11–13, 2017). Leiden: CRC Press. 2018. P. 165–168.
10. Шацький І., Щербій А. Вплив гнучкого покриття на міцність циліндричної оболонки з поперечною тріщиною. *5 Міжнародний симпозиум українських інженерів-механіків у Львові: тези. доп.* (Львів, 16–18 травня 2001 р.). Львів: Кінпатрі ЛТД. 2001. С. 51.
11. Шацький І. П., Даляк Т. М., Щербій А. Б. Інтегральні рівняння для системи

- тріщин в пластинах і оболонках з гнучким покриттям. *Тези науково-технічної конференції професорсько-викладацького складу ІФДТУНГ* (Івано-Франківськ, 24–25 квітня 2002 р.). Івано-Франківськ. 2002. С. 74.
12. Щербій А. Про взаємодію колінеарних дефектів в пологій оболонці з гнучким покриттям. *Конференція молодих учених із сучасних проблем механіки і математики ім. акад. Я. С. Підстригача* (Львів, 24–27 травня 2005 р.). Львів: ІППММ НАН України. 2005. С. 78.
 13. Шацький І. П., Даляк Т. М., Маковійчук М. В., Перепічка В. В., Щербій А. Б. Взаємодія берегів тріщин у пластинах та оболонках. *Актуальні проблеми механіки суцільного середовища і міцності конструкцій*. Тези доп. Міжнар. наук.-техн. конф. пам'яті акад. НАН України В. І. Моссаковського (Дніпропетровськ, 17–19 жовтня 2007 р.). Дніпропетровськ: ДНУ. 2007. С. 88–89.
 14. Даляк Т., Маковійчук М., Перепічка В., Шацький І., Щербій А. Вплив гнучкого покриття на рівновагу пластин та оболонок з дефектами. *Сучасні проблеми механіки та математики*: В 3-х т. [матер. міжнар. наук. конф. (Львів, 25–29 травня 2008 р.)]. Львів. 2008. Т. 2. С. 34.
 15. Маковійчук М. В., Шацький І. П., Щербій А. Б. Оцінка міцності циліндричної оболонки з колінеарними поперечними тріщинами, підсиленої гнучким покриттям. *IV Міжнар. наук. конф. “Сучасні проблеми механіки”*: матер. конф. (Київ, 28–30 серпня 2017 р.). Київ. 2017. С. 59.

Анотація. Щербій А. Б. Гранична рівновага пологих оболонок з тріщинами за наявності гнучкого покриття. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла. – Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів, 2021.

У дисертації досліджено вплив одностороннього гнучкого покриття на напружено-деформований стан та граничну рівновагу пологих оболонок з тріщинами. В рамках класичної теорії оболонок Кірхгофа-Лява тріщина в оболонці з гнучким покриттям трактується як розріз, береги якого з'єднані шарнірно у лицьовій поверхні оболонки. Сформульовано відповідну до такої моделі задачу статичної пологої оболонки із взаємопов'язаними крайовими умовами на розрізі. Для розв'язування задачі застосовано метод сингулярних інтегральних рівнянь. Побудовано асимптотичні розв'язки для оболонок довільної форми з тріщиною вздовж лінії кривини та числові розв'язки для сферичної та циліндричної оболонок. Визначено діапазон застосовності асимптотичних результатів. Досліджено взаємодію колінеарних тріщин у оболонках з покриттям. На основі знайдених розв'язків побудовано залежності коефіцієнтів інтенсивності зусиль та моментів у вершинах тріщин, а також реактивного зусилля в шарнірі від параметрів кривини, форми оболонок та взаємного розташування дефектів. Для оцінки граничної рівноваги оболонок з тріщинами за наявності гнучкого покриття запропоновано використовувати два критерії: енергетичний критерій крихкого розтріскування

оболонки та класичний критерій міцності покриття. Виявлено, що визначальний вплив на структурну цілісність вкритої оболонки з тріщиною має співвідношення параметрів міцності покриття та тріщиностійкості оболонки, а підкріплення оболонки ззовні є завжди вигіднішим, ніж зсередини.

Ключові слова: полого оболонка, тріщина, гнучке покриття, розтяг, шарнірне з'єднання, напружений стан, гранична рівновага.

Щербий А. Б. Предельное равновесие пологих оболочек с трещинами при наличии гибкого покрытия. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела. – Институт прикладных проблем механики и математики им. Я. С. Подстригача НАН Украины, Львов, 2021.

В диссертации исследовано влияние одностороннего гибкого покрытия на напряженно-деформированное состояние и предельное равновесие пологих оболочек с трещинами. В рамках классической теории оболочек Кирхгофа-Лява трещина в оболочке с гибким покрытием рассматривается как разрез, берега которого соединены шарнирно в лицевой поверхности оболочки. Сформулирована соответствующая такой модели задача статики полой оболочки с взаимосвязанными краевыми условиями на разрезе. Для решения задачи применен метод сингулярных интегральных уравнений. Построены асимптотические решения для оболочек произвольной формы с трещиной вдоль линии кривизны и числовые решения для сферической и цилиндрической оболочек. Определен диапазон применимости асимптотических результатов. Исследовано взаимодействие коллинеарных трещин в оболочках с покрытием. На основе найденных решений построены зависимости коэффициентов интенсивности усилий и моментов в вершинах трещин, а также реактивного усилия в шарнире от параметров кривизны, формы оболочек и взаимного расположения дефектов. Для оценки предельного равновесия оболочек с трещинами при наличии гибкого покрытия предложено использовать два критерия: энергетический критерий хрупкого растрескивания оболочки и классический критерий прочности покрытия. Установлено, что определяющее влияние на структурную целостность покрытой оболочки с трещиной имеет соотношение параметров прочности покрытия и трещиностойкости оболочки, а подкрепление оболочки извне всегда выгоднее, чем изнутри.

Ключевые слова: пологая оболочка, трещина, гибкое покрытие, растяжение, шарнирное соединение, напряженное состояние, предельное равновесие.

Abstract. Shcherbii A. B. Limit equilibrium of cracked shallow shells with flexible coating. – Manuscript.

Thesis for the Candidate's Degree in Physics and Mathematics by speciality 01.02.04 – Mechanics of Deformable Solids. – Pidstryhach Institute for Applied Problems in Mechanics and Mathematics of National Academy of Science of Ukraine, Lviv, 2021.

The influence of the one-sided flexible coating on the stress-strain state and the limit equilibrium of cracked shallow shells is studied in the thesis. Within the framework of the classical Kirchhoff-Love theory of shells, a crack in a shell with a flexible coating is

interpreted as a cut, the edges of which are hinged at the front surface of the shell.

The thesis consists of an introduction, four chapters, conclusions and a list of references. The introduction provides a general description of the work. Chapter one of the thesis provides an overview of scientific research in the field of mechanics of cracked shells and highlights the main approaches to modelling cracked thin-walled structural elements with patches. In chapter two, the main relations of the theory of shallow shells are presented, the problem of tension of shallow shells with through cracks in the presence of a one-sided flexible coating is formulated, and the research methodology is described. A scheme for reducing the formulated problem to a singular integral equation with respect to the displacement jump on the cut is presented. In chapter three of the thesis, asymptotic solutions for coated shells of arbitrary shape with a crack along the line of curvature and numerical solutions for a spherical shell with a meridional crack and a cylindrical shell with a longitudinal or circumferential crack are constructed. The range of applicability of the asymptotic results obtained in the first shell approximation is determined. In chapter four, the interaction of collinear cracks in shells with a flexible coating is investigated; in particular, a detailed numerical analysis is carried out for spherical and cylindrical shells.

On the basis of the solutions found, the dependences of the coefficients of the forces and moments intensity factors near the tips of the cracks, as well as the reactive force in the hinge, on the parameters of curvature, the shape of the shells and the mutual arrangement of defects are constructed. To assess the limit equilibrium of cracked shells in the presence of a flexible coating, it is proposed to use two criteria: the energy criterion for brittle fracture of the shell and the classical criterion for the coating strength. By these criteria, the breaking loads were found, according to the magnitude of which the regularities of the influence of the flexible coating on the holding capacity of shells with through crack-like defects were established.

It was revealed that one-sided reinforcement of the shell reduces the level of membrane stresses around the cut, but leads to the appearance of a significant field of bending stresses. The ratio of the parameters of the coating strength and the crack resistance of the shell have the decisive influence on the structural integrity of the coated shell with a crack, and the reinforcement of the shell with defects from the outside is always more advantageous than from the inside.

Key words: shallow shell, crack, flexible coating, tension, hinged joint, stress state, limit equilibrium.

Підписано до друку 30.03.2021 р. Формат 60х84/16. Папір офсетний.
Друк цифровий. Гарнітура Times New Roman. Авт. арк. 0,9. Наклад 100.

Видавець та виготівник «Симфонія форте»

76019, м. Івано-Франківськ, вул. Крайківського, 2, тел. (0342) 77-98-92

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру видавців
та виготівників видавничої продукції: серія ДК № 3312 від 12.11. 2008 р.