

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу Юзв'яка Миколи Йосиповича  
**“РОЗВИТОК МЕТОДУ БЕЗПОСЕРЕДНЬОГО ІНТЕГРУВАННЯ У  
ЗАДАЧАХ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ТА ТЕРМОПРУЖНОСТІ ДЛЯ ТІЛ З  
ПЛОСКИМИ ТА ЦИЛІНДРИЧНИМИ ПОВЕРХНЯМИ”**, поданої на  
здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за  
спеціальністю 01.02.04 - механіка деформівного твердого тіл

### Актуальність теми дисертації

Лінійна теорія пружності є основною для розрахунків напруженого стану і міцності елементів конструкцій, сучасної техніки, обладнання тощо. В її рамках визначають вихідні рівняння і співвідношення математичних моделей для опису напружене-деформованого стану пружних тіл, розвивають методи і алгоритми розрахунків їх основних механічних параметрів, що характеризують міцнісні властивості конструкцій. Такі методи, за певних модельних припущеннях, ефективно використовують у розрахунках складніших фізичних моделей деформівного твердого тіла, зокрема, за нелінійних залежностей між деформаціями і напруженнями.

Дисертаційна робота стосується розвитку нового методу розв'язування основних дво- та тривимірних задач лінійної теорії пружності та термопружності для обмежених тіл із виступаючими кутовими точками на їх краях, а саме – прямокутної області, скінчених порожнистих та суцільних циліндрів, прямокутного паралелепіпеда. Усі задачі сформульовано у термінах напружень. Традиційно для розв'язування таких задач використовують функції напружень чи переміщень, що на відміну від аналогічних задач для необмежених тіл створює певні складнощі, зокрема щодо задоволення крайових умов на усій поверхні обмеженого тіла з кутовими точками. На противагу традиційному підходу, розглянутий у роботі метод є фізично обґрунтований, оскільки побудований на безпосередньому інтегруванні диференціальних рівнянь рівноваги і виведенні на цій основі нових інтегральних залежностей компонент тензора напружень через єдину визначальну функцію. У цій дисертаційній роботі автор назвав її функцією Вігака, на честь засновника методу безпосереднього інтегрування рівнянь рівноваги професора, доктора фізико-математичних наук Вігака Василя Михайловича. Використання цього методу до розв'язування класичних задач теорії пружності та термопружності дає змогу отримати нові розв'язки сформульованих задач у вигляді функціональних рядів за повними ортогональними системами функцій і які узгоджуються з основоположними принципами механіки – суперпозиції та Сен-Венана.

Робота виконана в межах держбюджетних наукових тем Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстрігача НАН України, список яких наведено в авторефераті.

### Наукова новизна отриманих результатів

У дисертаційній роботі Юзв'яка М. Й. розвинуто метод розв'язування

задач теорій пружності та термопружності для обмежених тіл із виступаючими кутовими точками, на основі застосування якого вперше отримано важливі аналітичні та числові результати. Наукова новизна роботи полягає в тому, що:

- узагальнено метод безпосереднього інтегрування та запропоновано способи вираження шуканих компонент тензора напружень через уведені визначальні функції Вігака (одну у випадку двовимірних формульовань задач, три – у просторовому випадку);
- отримано нові інтегро-диференціальні рівняння суцільності пружного тіла для визначальних функцій Вігака та відповідні інтегральні умови, еквівалентні вихідним краївим умовам для різних компонент тензора напружень;
- запропоновано аналітично-числовий метод розв'язування ключових інтегро-диференціальних рівнянь для визначальних функцій;
- у випадку тривимірних задач теорій пружності та термопружності для прямокутного паралелепіпеда отримано нові аналітичні співвідношення для компонент тензора напружень та проведено їх числові розрахунки;
- наведено числові результати досліджень напружень в обмежених тілах із виступаючими кутовими точками та виявлено певні закономірності розподілів цих напружень, впливу механічних характеристик матеріалу та геометричних параметрів задач (відстаней між навантаженими сторонами та гранями).

Таким чином дисертантові вдалося реалізувати основні завдання, поставлені в меті роботи, та отримати нові результати з розв'язків конкретних задач теорії пружності та термопружності. Крім того, на підставі знайдених інтегральних умов рівноваги для зовнішніх навантажень та умов погодження заданих дотичних зусиль при кутових точках встановлено межі застосовності запропонованого методу та його ефективність у порівнянні з відомими аналітичними та аналітично-числовими методами.

### **Достовірність та обґрунтованість отриманих результатів**

Обґрунтованість і вірогідність отриманих у дисертаційній роботі результатів забезпечуються строгим формулюванням задач теорій пружності та термопружності в напруженнях; використанням класичних методів та зasadничої концепції методу безпосереднього інтегрування для їх розв'язування та виведенні нових співвідношень; порівнянням отриманих розв'язків у часткових випадках із відомими результатами, отриманими іншими верифікованими методами; аналітичною та чисельною перевіркою задоволення вихідних ключових диференціальних рівнянь та локальних краївих умов.

### **Практичне значення отриманих результатів**

Усі розв'язки, сформульованих у дисертаційній роботі задач теорій пружності та термопружності, записано у формі подвійних або потрійних рядів за повними ортогональними системами тригонометричних або циліндричних функцій. Для коефіцієнтів розвинення знайдено рекурентні співвідношення, записані в аналітичному вигляді, що дає змогу ефективно проводити аналітико-

числовий аналіз напруженого стану розглядуваних тіл. Запропонований у роботі метод для тіл зі сталими фізико-механічними характеристиками є основою ефективного використання методу додаткових деформацій. У подальшому відкриваються можливості розвитку цього методу і до розв'язування задач механіки деформівного твердого тіла для складніших фізичних співвідношень між деформаціями і напруженнями, ніж лінійні.

## **Повнота викладення наукових положень, висновків та рекомендацій в опублікованих працях**

Основні результати, отримані в дисертаційній роботі, достатньо повно висвітлені в наукових виданнях та апробовані на конференціях та семінарах. Автором опубліковано 15 друкованих праць, з них 9 статей у фахових виданнях, та 6 матеріалів та тез доповідей у збірниках матеріалів конференцій. П'ять статей прореферовані наукометричною базою Scopus (h-index = 3).

Обсяг опублікованих робіт, їх кількість і якість відповідають вимогам МОН України щодо публікацій основного змісту дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук. Зміст автореферату достатньо повно відображає основні положення та результати досліджень, викладених в дисертаційній роботі.

## **Мова та стиль викладу дисертації, її відповідність паспорту спеціальності**

Дисертація написана літературною українською мовою, логічно структурована. Результати досліджень достатньою мірою проілюстровані графічним матеріалом. Тема та зміст дисертації відповідають паспортовій спеціальності 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла. Оформлення дисертації та автореферату відповідає чинним вимогам МОН України.

## **Зауваження до дисертації**

До дисертації можна зробити такі зауваження:

1. Розв'язуючи двовимірні задачі теорій пружності та термопружності доцільно було б розглянути вказані задачі і в полярних координатах, зокрема, для кільцевого сектора. Було б також корисно окрім розглянутих осесиметричних задач для скінченних циліндрів розглянути також загальну просторову задачу у циліндричних координатах для таких же циліндричних тіл.
2. У третьому та четвертому розділах багато громіздких формул, які дещо ускладнюють сприйняття матеріалу. Варувало б навести їх в основному тексті в узагальненому вигляді, що покращило б сприйняття змісту роботи, а повні вирази винести в окремий додаток.
3. У дисертаційній роботі основний акцент зроблено на вивчені напруженого стану обмежених тіл із виступаючими кутовими точками, які в цьому випадку не є концентраторами напружень. Було б бажано запропонованім методом дослідити напруженій стан пружних тіл з внутрішніми кутовими точками (зокрема, пластин чи порожнистих циліндрів з прямо-

кутними отворами), які є прямими джерелами інтенсивності напружень у цих точках та можливо встановити зв'язок між відповідними узагальненими коефіцієнтами інтенсивності напружень та введеними функціями Вігака.

4. У роботі трапляються окремі описки (рис. 2.3-2.5, 4.5-4.7 без осьових позначень); для однозначного сприйняття поданих формул аргументи окремих функцій потрібно брати в дужки (с. 29, 42); для рис. 2.6, 2.7 не конкретизовано довжину області по осі  $Oy$  та функцію навантаження (с.53, 135); не варто для однотипних умов використовувати терміни-синоніми “межові” та “крайові”; часто зустрічається невластиве для української мови вживання прийменника “при” та інші.

Наведені зауваження не применшують вартості отриманих результатів і не впливають на загальну позитивну оцінку дисертації.

## Висновок

Подана до захисту кандидатська дисертація є завершеною науковою працею, в якій отримано нові результати досліджень, що спрямовані на вирішення актуального наукового завдання – узагальнення методу безпосереднього інтегрування задач теорій пружності та термопружності для обмежених тіл із виступаючими кутовими точками на їх краях (прямокутна область, скінченний циліндр, прямокутний паралелепіпед).

За актуальністю теми, обсягом та новизною виконаних досліджень, за науковою і практичною значимістю дисертаційна робота “Розвиток методу безпосереднього інтегрування у задачах теорії пружності та термопружності для тіл з плоскими та циліндричними поверхнями” цілком відповідає теперішнім вимогам МОН України до кандидатських дисертацій, а її автор, Юзв'як Микола Йосипович, заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла.

Офіційний опонент –  
старший науковий співробітник відділу  
теоретичних основ механіки руйнування  
Фізико-механічного інституту  
ім. Г. В. Карпенка НАН України,  
кандидат фізико-математичних наук

Володимир КРАВЕЦЬ

Підпис Володимира Кравця засвідчує  
Вчений секретар ФМІ НАН України



Валентина КОРНІЙ