

УДК 517.9

А. К. Прикарпатський<sup>1,2</sup>, О. Г. Бігун<sup>3,4</sup>

### **ПРО ОДНУ КОНСТРУКЦІЮ СКІНЧЕННОВИМІРНИХ РЕДУКЦІЙ НА ФУНКЦІОНАЛЬНИХ МНОГОВИДАХ**

*Сформульовано основні засади схеми скінченновимірних редукцій у термінах сучасної математичної мови з використанням математичних об'єктів джет-аналізу, встановлено основні властивості цієї схеми та проілюстровано її на прикладі конкретних застосувань.*

### **OB OДНОЙ КОНСТРУКЦИИ КОНЕЧНОМЕРНЫХ РЕДУКЦИЙ НА ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ МНОГООБРАЗИЯХ**

*Сформулированы основы схемы конечномерных редукций в терминологии современного математического языка с использованием объектов джет-анализа, установлены основные свойства схемы, проиллюстрированные на примере.*

### **CONSTRUCTION OF FINITE-DIMENSIONAL REDUCTIONS ON FUNCTIONAL MANIFOLDS**

*In this paper we state the basics of the finite reductions scheme in terms of modern mathematical language using the objects of jet analysis. We list the main properties of the scheme and illustrate it on the concrete applications.*

<sup>1</sup> Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

<sup>2</sup> Акад. гірництва та металургії, Краків, Польща,

<sup>3</sup> Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів,

<sup>4</sup> Ун-т Міссурі-Коламбія, Міссурі, США

Одержано  
12.06.03

УДК 513.88

Г. М. Піпа

### **ПРО РЕЗОЛЬВЕНТУ ЗБУРЕННЯ, ЯКЕ ЗМІНЮЄ ОБЛАСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ ВЛАСНОГО РОЗШИРЕННЯ ДОДАТНО ВИЗНАЧЕНОГО ОПЕРАТОРА**

*Встановлено зв'язок між резольвентами деякого власного розширення даного додатно визначеного оператора в гільбертовому просторі (це розширення розглядається як незбурений оператор) і деяким іншим оператором, який розглядається як збурений. При цьому згадані оператори мають різні області визначення.*

### **О РЕЗОЛЬВЕНТЕ ВОЗМУЩЕНИЯ, ИЗМЕНЯЮЩЕГО ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОБСТВЕННОГО РАСШИРЕНИЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНО ОПРЕДЕЛЕННОГО ОПЕРАТОРА**

*Установлена связь между резольвентами некоторого собственного расширения заданного положительно определенного оператора в гильбертовом пространстве (это расширение рассматривается как невозмущенный оператор) и некоторым другим оператором, рассматриваемым как возмущенный. При этом области определения упомянутых операторов отличаются между собой.*

### **ON RESOLVENT OF PERTURBATION CHANGING THE DOMAIN OF DEFINITION OF PROPER EXTENSION OF POSITIVELY DEFINED OPERATOR**

*The connection between the resolvents of proper extension of the given positively defined operator in the Hilbert space (this extension is interpreted as an unperturbed operator) and some other operator, which is interpreted as the perturbed one, is established. It should be noted that the mentioned operators have distinct domains of definition.*

Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів

Одержано  
25.02.04

УДК 519.1

Н. М. Дяків, Р. А. Заторський

### ДО $F$ -ПАРАВИЗНАЧНИКІВ І $F$ -ПАРАПЕРМАНЕНТІВ ТРИКУТНИХ МАТРИЦЬ

Доведено, що  $F$ -паравизначники та  $F$ -параперманенти є частковим випадком відповідно паравизначників і параперманентів [2]. Встановлено деякі твердження для  $F$ -параперманентів, аналогічні до тверджень про  $F$ -паравизначники, розглянутих в [1], а також твердження про взаємозв'язок між верхніми та нижніми  $F$ -паравизначниками та верхніми й нижніми  $F$ -параперманентами.

### К $F$ -ПАРАОПРЕДЕЛИТЕЛЯМ И $F$ -ПАРАПЕРМАНЕНТАМ ТРЕУГОЛЬНЫХ МАТРИЦ

Доказано, что  $F$ -параопределители и  $F$ -параперманенты являются частным случаем параопределителей и параперманентов. Установлена связь между верхними и нижними  $F$ -параопределителями и верхними и нижними  $F$ -параперманентами, а также доказаны некоторые важные утверждения о  $F$ -параперманентах, аналогичные известным утверждениям о  $F$ -параопределителях.

### ON $F$ -PARADETERMINANTS AND $F$ -PARAPERMANENTS OF TRIANGULAR MATRICES

*It is proved that  $F$ -paradeterminants and  $F$ -parapermanents are particular cases of paradeterminants and parapermanents. The relation between the upper and lower  $F$ -paradeterminants and upper and lower  $F$ -parapermanents is established. Certain important statements on  $F$ -parapermanents, being counterparts of the known facts about  $F$ -parapermanents, are proved.*

Київ. нац. ун-т ім. Т. Шевченка, Київ,  
Прикарпат. ун-т  
ім. В. Стефаника, Івано-Франківськ

Одержано  
21.03.03

УДК 517.927

С. М. Ментинський

### **ДВОСТОРОННІ НАБЛИЖЕННЯ ДО ПЕРІОДИЧНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ СИСТЕМ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ**

*Побудовано та досліджено новий двосторонній аналог чисельно-аналітичного методу послідовних наближень А. М. Самойленка для визначення періодичних розв'язків систем звичайних диференціальних рівнянь. Конструкція послідовних наближень та умови їх збіжності до розв'язку задачі ґрунтуються на властивості В-монотонності (за Ю. В. Покорним) правих частин відповідних рівнянь.*

### **ДВОСТОРОННИЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ К ПЕРИОДИЧЕСКИМ РЕШЕНИЯМ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

*Построен и исследован новый двусторонний аналог численно-аналитического метода последовательных приближений А. М. Самойленка в применении к отысканию периодических решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Конструкция последовательных приближений и условия их сходимости к решению задачи базируются на свойстве В-монотонности (по Ю. В. Покорному) правых частей соответствующих уравнений.*

### **BILATERAL APPROXIMATION TO PERIODIC SOLUTIONS OF SYSTEMS OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS**

*A new bilateral analogue of Samojlenko's numerical-analytical method of consecutive approaches for determining the periodic solutions of systems of ordinary differential equations is constructed and investigated. The consecutive approaches construction and conditions of their convergence to solutions of the problem are based on the property of В-monotonicity (by J. V. Pokorny) of the right parts of the respective equations.*

Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів

Одержано  
16.07.03

УДК 519.614

Б. М. Подлевський

### **ВАРІАЦІЙНИЙ ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ДВОПАРАМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ НА ВЛАСНІ ЗНАЧЕННЯ**

*Для двопараметричної спектральної задачі в скінченновимірному дійсному гільбертовому просторі на основі градієнтної процедури запропоновано чисельний метод знаходження її власних значень і власних векторів.*

### **ВАРИАЦИОННЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ**

*Для двухпараметрической спектральной задачи в конечномерном действительном гильбертовом пространстве на базе градиентной процедуры предложен численный метод нахождения ее собственных значений и собственных векторов.*

### **VARIATIONAL APPROACH TO SOLUTION OF TWO-PARAMETER EIGENVALUE PROBLEMS**

*On the basis of gradient procedure for two-parameter eigenvalue problem in the finite-dimensional real Hilbert space, the numerical method for determination of its eigenvalues and eigenvectors is proposed.*

Ин-т прикл. проблем механики і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
07.05.03

УДК 517.946

І. Д. Пукальський

### **ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ СИНГУЛЯРНЫХ ПАРАБОЛИЧНЫХ РИВНЯНЬ**

*У просторах класичних функцій зі степеневою вагою доведено існування і єдиність розв'язку задачі Коші для сингулярних параболічних рівнянь без обмежень на степеневий порядок виродження коефіцієнтів. Встановлено оцінки розв'язку задачі у відповідних просторах.*

### **ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ СИНГУЛЯРНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ**

*В пространствах классических функций со степенным весом доказаны существование и единственность решения задачи Коши для сингулярных параболических уравнений без ограничений на степенной порядок вырождения коэффициентов. Установлены оценки решения задачи в соответствующих пространствах.*

### **CAUCHY PROBLEM FOR SINGULAR PARABOLIC EQUATIONS**

*The existence and uniqueness of solution to the Cauchy problem for singular parabolic equations without limitation on the power order of the coefficient degeneration, are proved in the spaces of classic functions with the power weight. Estimation of solutions to the problem in the corresponding spaces is determined.*

Чернів. ун-т ім. Ю. Федьковича, Чернівці

Одержано  
07.04.03

УДК 517. 95

М. М. Симолюк

### ДВОТОЧКОВА ЗАДАЧА ДЛЯ ПСЕВДОДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Введено поняття  $(+\infty, +\infty)$ - і  $(\alpha, \beta; \alpha, \beta)$ -коректності двоточкової задачі для псевдодиференціальних рівнянь. Встановлено критерій  $(+\infty, +\infty)$ - коректності задачі і для  $(+\infty, +\infty)$ -коректної задачі побудовано її розв'язувальний оператор. Встановлено зв'язок між  $(\alpha, \beta; \alpha, \beta)$ -коректністю задачі та існуванням неперервного замикання її розв'язувального оператора. Знайдено умови, при яких розв'язувальний оператор  $(+\infty, +\infty)$ -коректної задачі допускає неперервне замикання. Доведено метричні теореми про виконання таких умов для майже всіх (стосовно міри Лебега) значень вузлів інтерполяції задачі.

### ДВУХТОЧЕЧНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПСЕВДОДИФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Введены понятия  $(+\infty, +\infty)$ - и  $(\alpha, \beta; \alpha, \beta)$ -корректности двухточечной задачи для псевдодифференциальных уравнений. Установлен критерий  $(+\infty, +\infty)$ -корректности задачи и для  $(+\infty, +\infty)$ -корректной задачи построен ее разрешающий оператор. Найдена связь между  $(\alpha, \beta; \alpha, \beta)$ -корректностью задачи и существованием непрерывного замыкания ее разрешающего оператора. Установлены условия, при которых разрешающий оператор  $(+\infty, +\infty)$ -корректной задачи допускает непрерывное замыкание. Доказаны метрические теоремы о выполнимости таких условий для почти всех (в смысле меры Лебега) узлов интерполяции задачи.

### TWO-POINT PROBLEM FOR PSEUDO-DIFFERENTIAL EQUATIONS

The notions of  $(+\infty, +\infty)$ - and  $(\alpha, \beta; \alpha, \beta)$ -correctness of the two-point problem for pseudo-differential equations are introduced. The criterion of  $(+\infty, +\infty)$ -correctness of this problem is proved. For the  $(+\infty, +\infty)$ -correct problem the solving operator is constructed. The relation between  $(\alpha, \beta; \alpha, \beta)$ -correctness of the problem and existence of continuous closure of its solving operator is obtained. The conditions of existence of continuous closure of its solving operator are established. The metric theorems about fulfilling these conditions are proved.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
09.07.04

УДК 517.948.326

О. Д. Поліщук

### **РОЗВ'ЯЗАННЯ ДВОСТОРОННІХ ЗАДАЧ ДІРІХЛЕ – НЕЙМАНА ДЛЯ РІВНЯННЯ ЛАПЛАСА В $\mathbb{R}^3$ МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ПОТЕНЦІАЛУ**

*Встановлено умови коректної розв'язності двосторонніх задач Діріхле – Неймана для рівняння Лапласа в  $\mathbb{R}^3$  та еквівалентних їм систем інтегральних рівнянь для суми потенціалів простого і подвійного шару в гільбертових просторах функцій, які, як і їхні нормальні похідні, мають стрибок при переході через границю області.*

### **РЕШЕНИЕ ДВУСТОРОННИХ ЗАДАЧ ДИРИХЛЕ – НЕЙМАНА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА В $\mathbb{R}^3$ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ ПОТЕНЦИАЛА**

*Установлены условия корректной разрешимости двусторонних задач Дирихле – Неймана для уравнения Лапласа в  $\mathbb{R}^3$  и эквивалентных им систем интегральных уравнений для суммы потенциалов простого и двойного слоя в гильбертовых пространствах функций, которые, как и их нормальные производные, имеют скачок при переходе через границу области.*

### **SOLUTION OF BILATERAL DIRICHLET – NEUMANN PROBLEMS FOR THE LAPLACIAN IN $\mathbb{R}^3$ BY POTENTIAL THEORY METHODS**

*The conditions of correct solvability of bilateral Dirichlet – Neumann problems for the Laplacian in  $\mathbb{R}^3$  and equivalent to them integral equation systems for simple and double potentials sum are determined in the Hilbert spaces, the elements of which, as well as their normal derivatives, have a jump through the boundary surface.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
14.07.04



УДК 517.983.54

В. А. Галазюк, А. Є. Крупник

### **МЕТОД ПОЛІНОМІВ ЛАҒЕРРА РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ЛЕМБА**

*Запропоновано два підходи до розв'язання класичної задачі Лемба про дію зосередженої сили на границю пружного півпростору: за допомогою інтегрального перетворення Лапласа та методу поліномів Лаґерра, причому в першому випадку вдалося отримати аналітичний вираз вертикального переміщення границі пружного півпростору. Доведено ефективність застосування другого підходу до розв'язання цієї задачі.*

### **МЕТОД ПОЛИНОМОВ ЛАГЕРРА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЛЕМБА**

*Предложены два подхода к решению классической задачи Лемба о действии сосредоточенной силы на границу упругого полупространства: с помощью интегрального преобразования Лапласа и метода полиномов Лагерра. В первом случае удалось получить аналитическое выражение вертикального движения границы упругого полупространства. Доказана эффективность применения второго подхода к решению задачи.*

### **METHOD OF LAGUERRE POLYNOMIALS FOR SOLUTION OF LAMB PROBLEM**

*Two methods for solution of classical Lamb problem are proposed: the Laplace integral transformation and the method of Laguerre polynomials. In the first case it was possible to obtain the analytical expression for vertical displacement of elastic half-space. The effectiveness of using the second method is also proved.*

Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів

Одержано  
26.03.03

УДК 539.3

Б. В. Процюк

### **ФУНКЦІЇ ГРІНА ЗАДАЧ СТАТИКИ ДЛЯ ШАРУВАТИХ ТІЛ ІЗ ПЛОСКОПАРАЛЕЛЬНИМИ МЕЖАМИ ПОДІЛУ**

*Побудовано з виділеними особливостями функції Гріна двовимірних осесиметричних і тривимірних статичних задач пружності для ізотропних шаруватих півпростору та шару за чотирьох основних варіантів граничних умов і шаруватого простору, які для зазначених областей для відповідних задач визначаються на основі одних і тих самих ключових співвідношень. Регулярні доданки подано у вигляді невласних інтегралів від експоненціально спадних функцій.*

### **ФУНКЦИИ ГРИНА ЗАДАЧ СТАТИКИ ДЛЯ СЛОИСТЫХ ТЕЛ С ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ГРАНИЦАМИ РАЗДЕЛА**

*Построены с выделенными особенностями функции Грина двумерных осесимметричных и трехмерных статических задач упругости для изотропных слоистых полупространства и слоя при четырех основных вариантах граничных условий и слоистого пространства, которые для указанных областей для соответствующих задач определяются на основании одних и тех же ключевых соотношений. Регулярные слагаемые представлены в виде несобственных интегралов от экспоненциально убывающих функций.*

### **GREEN'S FUNCTIONS OF PROBLEMS OF STATICS FOR LAYERED BODIES WITH PLANE-PARALLEL INTERFACES**

*Green's functions – with marked properties – for 2D axisymmetric and 3D static elasticity problems are constructed for an isotropic layered half-space and a layer under four main versions of boundary conditions and for a layered space, which (for the given regions of the corresponding problems) are defined on the basis of the same key relations. The regular summands are presented in the form of improper integrals from the exponentially decaying functions.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
01.11.04

УДК 539.4

М. М. Кундрат<sup>1</sup>, Г. Т. Сулим<sup>2</sup>

### КОМПОЗИЦІЯ З ВКЛЮЧЕННЯМ ЗА РОЗТЯГУ ЗОСЕРЕДЖЕНИМИ СИЛАМИ

За умов плоскої задачі досліджується гранична рівновага композиції з жорстким лінійним включенням під час розтягу пластини зосередженими силами. Локалізовані зони передруйнування (ослабленого контакту) розвиваються уздовж межі пластина – включення, просуваючись від кінців до центральної частини включення. Аналітичний розв'язок задачі отримано за допомогою комплексних потенціалів зведенням до задачі спряження. Досліджено вплив навантаження на розвиток смуг передруйнування, розподіли контактних напружень та осевих зусиль у включенні. Із використанням деформацийного критерію руйнування з'ясовано граничні навантаження можливого відшарування включення чи його розриву.

### КОМПОЗИЦИЯ С ВКЛЮЧЕНИЕМ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ СИЛАМИ

В условиях плоской задачи исследуется предельное равновесие композиции с жестким линейным включением при растяжении пластины сосредоточенными силами. Локализованные зоны предразрушения (ослабленного контакта) развиваются вдоль границы пластина – включение, продвигаясь от его торцов к центральной части. Аналитическое решение задачи получено с помощью комплексных потенциалов сведением к задаче сопряжения. Исследовано влияние нагрузки на развитие зон предразрушения, распределение контактных напряжений и осевых усилий во включении. С использованием деформационного критерия разрушения установлены предельные нагрузки возможного отслоения включения или его разрыва.

### COMPOSITION WITH INCLUSION AT TENSION BY CONCENTRATED FORCES

Limit equilibrium of composition with a rigid fiber inclusion at tension by concentrated forces under conditions of plane problem is studied. The localized zones of prefracture (weakened contact) develop along the plate-inclusion boundary from its ends to the central part. Analytical solution of the problem by means of complex potentials is obtained. The influence of load on development of prefracture zones, distribution of contact stresses, and axial forces in the inclusion is analyzed. Limiting loads of possible separation of the inclusion or its rupture are found using the strain criterion of rupture.

<sup>1</sup> Укр. держ. ун-т водного госп-ва  
та природокористування, Рівне,

Одержано  
19.04.04

<sup>2</sup> Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів

УДК 539.3

І. В. Харун, С. В. Козінов

### **ВЗАЄМОДІЯ МІЖФАЗНИХ ТРІЩИН ІЗ ЗОНАМИ КОНТАКТУ В АНІЗОТРОПНОМУ БІМАТЕРІАЛІ У ПОЛІ РОЗТЯГУ ТА ЗСУВУ**

*Методами теорії функцій комплексної змінної побудовано замкнений розв'язок плоскої задачі пружності для нескінченної анізотропної біматеріальної площини або простору із системою міжфазних тріщин при наявності малих зон гладкого контакту берегів біля вершин тріщин. На основі числового аналізу одержаного розв'язку, проведеного для випадку двох тріщин, досліджено залежності величин зон контакту та коефіцієнтів інтенсивності напружень від розмірів тріщин і відстані між ними.*

### **ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МЕЖФАЗНЫХ ТРЕЩИН С ЗОНАМИ КОНТАКТА В АНИЗОТРОПНОМ БИМАТЕРИАЛЕ В ПОЛЕ РАСТЯЖЕНИЯ И СДВИГА**

*Методами теории функции комплексного переменного построено замкнутое решение плоской задачи упругости для бесконечной анизотропной биматериальной плоскости или пространства с системой межфазных трещин при наличии малых зон гладкого контакта берегов вблизи вершин трещин. В результате численного анализа полученного решения, проведенного для случая двух трещин, исследованы зависимости величин зон контакта и коэффициентов интенсивности напряжений от размеров трещин и расстояния между ними.*

### **INTERACTION BETWEEN INTERFACE CRACKS AND CONTACT ZONES IN ANISOTROPIC BIMATERIAL IN TENSION-SHEAR FIELD**

*A closed-form solution to the plane elasticity problem for an infinite anisotropic bimaterial plane or space with a set of interface cracks in the presence of small frictionless contact zones near the crack tips by means of the complex function theory methods is obtained. As a result of numerical analysis of the derived solution, carried out for the case of two cracks, the dependence of magnitudes of contact zones and stress intensity factors on the crack lengths and the distance between them are investigated.*

Дніпропетр. нац. ун-т, Дніпропетровськ

Одержано  
29.05.04

UDK 539.3

B. Rogowski

### **ON STRESS INTENSITY FACTORS FOR TRANSIENT THERMAL LOADING IN ORTHOTROPIC THIN PLATE WITH CRACK**

*The paper deals with the transient thermal stress problem in an orthotropic plate, containing Griffith crack, perpendicular to the surfaces of the plate. It is assumed that transient thermal stress is caused by application of heat flow to the crack faces and the heat flow due to convection from the plate surfaces. The problem is formulated in terms of displacement potentials and the analytical solution is found for the stress intensity factor. Numerical results illustrate the dependence of stress intensity factor on thermal and elastic constants of orthotropic material.*

### **ПРО КОЕФІЦІЄНТИ ІНТЕНСИВНОСТІ НАПРУЖЕНЬ ПРИ НЕУСТАЛЕНОМУ ТЕПЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ В ТОНКІЙ ОРТОТРОПНІЙ ПЛАСТИНЦІ З ТРІЩИНОЮ**

*Розглядається задача про неусталені теплові напруження в ортотропній пластинці з тріщиною Гріффітса, перпендикулярною до поверхонь пластинки. Припускається, що теплові напруження зумовлені потоком тепла на берегах тріщини та потоком тепла внаслідок конвекції на поверхнях пластинки. Задача формулюється у термінах потенціалів переміщення, для коефіцієнтів інтенсивності напружень отримано аналітичний розв'язок. Числові результати ілюструють залежність коефіцієнта інтенсивності напружень від теплових і пружних параметрів ортотропного матеріалу.*

### **O КОЭФФИЦИЕНТАХ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ТЕПЛОВОЙ НАГРУЗКЕ В ТОНКОЙ ОРТОТРОПНОЙ ПЛАСТИНКЕ С ТРЕЩИНОЙ**

*Рассматривается задача о неустановившихся тепловых напряжениях в ортотропной пластинке с трещиной Гриффитса, перпендикулярной к поверхности пластинки. Предполагается, что тепловые напряжения обусловлены потоком тепла на берегах трещины и потоком тепла вследствие конвекции на поверхностях пластинки. Задача формулируется в терминах потенциалов перемещения, для коэффициента интенсивности напряжений получено аналитическое решение. Численные результаты иллюстрируют зависимость коэффициента интенсивности напряжений от тепловых и упругих параметров ортотропного материала.*

Techn. Univ. of Lodz, Lodz, Poland

Received  
16.04.03

УДК 539.3

В. Л. Богданов

### **ЛІНЕАРИЗОВАНА ЗАДАЧА ПРО РУЙНУВАННЯ НАПІВСКІНЧЕННОГО ПРУЖНОГО МАТЕРІАЛУ З ПОТЕНЦІАЛОМ ГАРМОНІЧНОГО ТИПУ**

*У рамках тривимірної лінеаризованої механіки деформівного твердого тіла здійснено аналіз двох неklasичних механізмів руйнування – руйнування матеріалу при стисненні вздовж тріщини та руйнування тіла з початковими напруженнями – для випадку приповерхневої кругової тріщини в напівскінченному тілі. Для матеріалу з пружним потенціалом гармонічного типу отримано критичні параметри стиску, що відповідають локальній втраті стійкості матеріалу в околі тріщини, а також вирази коефіцієнтів інтенсивності напружень для випадку тріщини радіального зсуву (Mode II) та досліджено їх залежність від початкових напружень.*

### **ЛІНЕАРИЗОВАНА ЗАДАЧА О РАЗРУШЕНИИ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОГО УПРУГОГО МАТЕРИАЛА С ПОТЕНЦИАЛОМ ГАРМОНИЧЕСКОГО ТИПА**

*В рамках трехмерной линеаризованной механики деформируемого твердого тела выполнен анализ двух неклассических механизмов разрушения – разрушения материала при сжатии вдоль трещины и разрушения тела с начальными напряжениями – для случая приповерхностной круговой трещины в полубесконечном теле. Для материала с упругим потенциалом гармонического типа получены критические параметры сжатия, соответствующие локальной потере устойчивости материала в окрестности трещины, а также выражения коэффициентов интенсивности напряжений для случая трещины радиального сдвига (Mode II) и исследована их зависимость от начальных напряжений.*

### **LINEARIZED PROBLEM ON FRACTURE OF SEMI-INFINITE ELASTIC MATERIAL WITH HARMONIC-TYPE POTENTIAL**

*In this paper, the problem for a near-the-surface circular crack in a semi-infinite elastic solid is considered within the framework of the three-dimensional linearized mechanics of deformable bodies. The analysis involves two non-classical mechanisms of fracture, namely, fracture of materials under compression along the cracks and fracture of solids with initial stresses. The critical parameters of compression corresponding to the local stability loss are obtained for material with harmonic-type elastic potential. For a crack under radial shear (Mode II) the representations of the stress intensity factors are obtained. The dependences of these stress intensity factors on the initial stresses are investigated.*

Ин-т механіки ім. С. П. Тимошенка  
НАН України, Київ

Одержано  
21.01.05

UDK 539.3

Y. Z. Povstenko<sup>1,2</sup>, I. Kubik<sup>2</sup>

## CONCENTRATED LOADING IN TWO-DIMENSIONAL NONLOCAL ELASTIC MEDIUM

*According to the nonlocal elasticity theory, the stress at a reference point in the body depends not only on the strains at this point but also on the strains at all other points of the solid. Using the fundamental solution of the Helmholtz equation as an appropriate nonlocal modulus (the weight function in the integral relation between stresses and strains), the stress distribution in a two-dimensional nonlocal elastic medium has been found under the concentrated loading. The nonlocal stress does not contain nonphysical singularities, in contrast to the solution obtained within the frame-work of classical elasticity.*

### ЗОСЕРЕДЖЕНЕ НАВАНТАЖЕННЯ У ДВОВИМІРНОМУ НЕЛОКАЛЬНО ПРУЖНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

*У нелокальній теорії пружності напруження у відліковій точці тіла залежать не тільки від деформації у цій точці, але також від деформації у всіх інших точках твердого тіла. Використовуючи фундаментальний розв'язок рівняння Гельмгольца як відповідний модуль нелокальності (вагову функцію в інтегральному співвідношенні між напруженнями та деформаціями), визначено розподіл напружень у двовимірному нелокально пружному середовищі під дією зосередженого навантаження. Нелокальні напруження не містять нефізичних сингулярностей, на відміну від розв'язків, отриманих у рамках класичної теорії пружності.*

### СОСРЕДОТОЧЕННАЯ НАГРУЗКА В ДВУМЕРНОЙ НЕЛОКАЛЬНО УПРУГОЙ СРЕДЕ

*В нелокальной теории упругости напряжения в отсчетной точке тела зависят не только от деформации в этой точке, но также от деформации во всех остальных точках твердого тела. Используя фундаментальное решение уравнения Гельмгольца в качестве соответствующего модуля нелокальности (весовой функции в интегральном соотношении между напряжениями и деформациями), определено распределение напряжений в двумерной нелокально упругой среде под действием сосредоточенной нагрузки. Нелокальные напряжения не содержат нефизических сингулярностей, в отличие от решений, полученных в рамках классической теории упругости.*

<sup>1</sup> Pidstryhach Inst. of Appl. Problems  
of Mech. and Math. NASU, L'viv,

<sup>2</sup> Inst. of Math. and Comput. Sci.,  
Pedagog. Univ. of Czestochowa, Poland

Received  
23.02.04

УДК 539.3

В. А. Осадчук, І. Б. Прокопович, Л. М. Сеньків, В. Ф. Чекурін

### **ДИСЛОКАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОНЦЕНТРАЦІЇ ЗВАРНИХ ЗАЛИШКОВИХ НАПРУЖЕНЬ У ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦІЙ**

*Запропоновано підхід до дислокаційного моделювання двовісного розподілу зварних напружень в околі обмежених швів у тонкостінних елементах конструкцій і їхнього розрахунку з використанням методики теорії тріщин. Як приклад виконано розрахунок таких напружень навколо поперечного шва в циліндричній оболонці.*

### **ДИСЛОКАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ СВАРНЫХ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ТОНКОСТЕННЫХ ЭЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦИЙ**

*Предложен подход к дислокационному моделированию двусного распределения сварочных напряжений в окрестности ограниченных швов в тонкостенных элементах конструкций и их расчета с использованием методики теории трещин. В качестве примера проведен расчет таких напряжений вокруг поперечного шва в цилиндрической оболочке.*

### **DISLOCATION MODELLING OF CONCENTRATION OF WELDING RESIDUAL STRESSES IN THIN-WALLED ELEMENTS OF DESIGN**

*An approach is proposed to dislocation modelling the bi-axial distribution of weld stresses in the vicinity of bounded welds in thin-walled elements of design and to their calculation using the procedure of crack theory. As an example the calculation of the above stresses around a circumferential weld in a cylindrical shell is made.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
31.01.04



УДК 539.376

В. Г. Карнаухов, В. І. Козлов, Ю. В. Ревенко

### **ДИССИПАТИВНИЙ РОЗІГРІВ В'ЯЗКОПРУЖНИХ ЦИЛІНДРА ТА ШАРУ, ЗУМОВЛЕНИЙ УСТАЛЕНИМ РУХОМ ДОВІЛЬНОГО НАВАНТАЖЕННЯ ПО ЇХНІХ ПОВЕРХНЯХ**

*Розглянуто плоску квазістатичну задачу про стаціонарні коливання і дисипативний розігрів в'язкопружних циліндра та шару при полігармонічному деформуванні, зумовленому усталеним рухом довільного навантаження по їхніх поверхнях. Отримано аналітичний розв'язок задачі в рамках лінійної теорії, коли властивості матеріалу не залежать від температури, а коефіцієнт Пуассона прийнято сталою дійсною величиною. На основі числових результатів досліджено вплив головних факторів (геометричних характеристик, умов навантаження, теплових граничних умов) на термомеханічний стан досліджуваних тіл. Проведено порівняння числових результатів, отриманих у задачі для циліндра, з аналогічними результатами для шару.*

### **ДИССИПАТИВНИЙ РАЗОГРЕВ ВЯЗКОУПРУГИХ ЦИЛИНДРА И СЛОЯ, ВЫЗВАННЫЙ УСТАНОВИВШИМСЯ ДВИЖЕНИЕМ ПРОИЗВОЛЬНОЙ НАГРУЗКИ ПО ИХ ПОВЕРХНОСТЯМ**

*Рассмотрена плоская квазистатическая задача о стационарных колебаниях и диссипативном разогреве вязкоупругих цилиндра и слоя при полигармоническом деформировании, вызванном установившимся движением произвольной нагрузки по их поверхностям. Получено аналитическое решение задачи в рамках линейной теории, когда свойства материала не зависят от температуры, а коэффициент Пуассона принят постоянной действительной величиной. На основании числовых результатов исследовано влияние основных факторов (геометрических характеристик, условий нагружения, тепловых граничных условий) на термомеханическое состояние указанных тел. Проведено сравнение числовых результатов, полученных в задаче для цилиндра, с аналогичными результатами для слоя.*

### **DISSIPATIVE HEATING OF VISCOELASTIC CYLINDER AND LAYER, CAUSED BY STEADY-STATE MOTION OF ARBITRARY SURFACE LOADINGS**

*The plane quasi-static problem about stationary oscillations and dissipative heating of viscoelastic cylinder and layer under polyharmonic deformation, caused by steady-state motion of arbitrary surface loadings, has been considered. Analytic solution of the problem has been obtained under the assumption that the material is linearly viscoelastic, its characteristics don't depend on temperature, and Poisson's ratio is real. Basing on the numerical results, influence of the main factors, such as body sizes, width of loading area, heat boundary conditions on thermomechanical behavior of the bodies has been investigated. Numerical results for the cylinder and layer have been compared.*

Ин-т механіки ім. С. П. Тимошенка  
НАН України, Київ

Одержано  
22.03.04

УДК 539.3

В. С. Попович, Г. Ю. Гарматій

### **НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАННИЙ СТАН ТЕРМОЧУТЛИВОЇ ПОРОЖНИСТОЇ КУЛІ ЗА УМОВ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМІНУ З ДОВКІЛЛЯМ**

*Побудовано розв'язок задачі теплопровідності для термочутливої порожнистої кулі, яка конвективно обмінюється теплом із середовищами лінійно змінної у часі температури. Досліджено вплив температурної залежності характеристик матеріалу кулі на величину та характер розподілу компонентів напружено-деформованого стану.*

### **НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕРМОЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ПОЛОГО ШАРА ПРИ УСЛОВИЯХ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ**

*Построено решение задачи теплопроводности для термочувствительного полого шара, который конвективно обменивается теплом со средами линейно изменяющейся во времени температуры. Исследовано влияние температурной зависимости характеристик материала шара на величину и характер распределения компонентов напряженно-деформированного состояния.*

### **STRESS-STRAIN STATE OF THERMOSENSITIVE SHALLOW SPHERE UNDER CONVECTIVE HEAT EXCHANGE WITH ENVIRONMENT**

*The solution to the heat conduction problem for a thermosensitive shallow sphere, where the convective heat exchange with environment (of linearly time-varying temperature) take place, is constructed. The influence of temperature dependence of sphere material characteristics on the value and character of distribution of stressed-strained state components is studied.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
21.01.05

УДК 539.3

А. В. Ясінський

### ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТЕПЛООВОГО НАВАНТАЖЕННЯ І ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ ШАРУ ЗА ПОВЕРХНЕВИМИ ДЕФОРМАЦІЯМИ

*Сформульовано та розв'язано задачу ідентифікації закону зміни в часі температури однієї з граничних поверхонь шару, його теплового та термонапруженого станів за температурою та температурними деформаціями, відомими на іншій граничній поверхні. Досліджено коректність оберненої задачі термопружності, до якої зведено вихідну задачу. З використанням розв'язку прямої задачі термопружності для шару проведено чисельну апробацію методики розв'язання задачі ідентифікації.*

### ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТЕПЛОВОЙ НАГРУЗКИ И ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ СЛОЯ ПО ПОВЕРХНОСТНЫМ ДЕФОРМАЦИЯМ

*Сформулирована и решена задача идентификации закона изменения во времени температуры одной из граничных поверхностей слоя, его теплового и термонапряженного состояния по известным на другой граничной поверхности температуре и температурным деформациям. Исследована корректность обратной задачи термоупругости, к которой сведена исходная задача. С использованием решения прямой задачи термоупругости для слоя проведена численная апробация методики решения задачи идентификации.*

### IDENTIFICATION OF THERMAL LOADING AND THERMAL STRESS STATE OF LAYER ACCORDING TO SURFACE STRAINS

*The problem of identification of the non-stationary one-dimensional temperature field as well as thermal stress state of a layer according to the temperature and thermal strains of one of the outer boundary surfaces is formulated and solved. It is shown that determination of the unknown temperature on the other boundary surface is reduced to the solution of inverse thermoelasticity problem. The well-posedness of the inverse problem is investigated. On the basis of solution to the direct thermoelasticity problem, the numerical verification of the proposed method of solution to the inverse problem is carried out.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
24.12.04

УДК 532.5 + 536.24

К. В. Максименко-Шейко, Т. И. Шейко

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПО ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ТРУБАМ С ПРИСТЕНОЧНЫМИ ВИНТОВЫМИ ВСТАВКАМИ МЕТОДОМ R-ФУНКЦИЙ**

*Построены математические модели движения вязкой несжимаемой жидкости по цилиндрическим трубам с винтовыми вставками, расположенными по периметру канала. Для ламинарного течения трехмерная задача сведена к двумерной и исследовано влияние параметра закрутки на формирование профиля скорости.*

### **МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ НЕСТИСЛИВОЇ В'ЯЗКОЇ РІДИНИ В ЦИЛІНДРИЧНИХ ТРУБАХ ІЗ ПРИСТІНКОВИМИ ГВИНТОВИМИ ВСТАВКАМИ МЕТОДОМ R-ФУНКЦІЙ**

*Побудовано математичні моделі руху в'язкої нестисливої рідини в циліндричних трубах з гвинтовими вставками, які розміщені по периметру каналу. Для ламинарної течії тривимірну задачу зведено до двовимірної та досліджено вплив параметра закрутки на формування профілю швидкості.*

### **MATHEMATICAL MODELLING AND SIMULATION OF INCOMPRESSIBLE VISCIOUS LIQUID MOTION IN CYLINDRICAL TUBES HAVING PERIMETER HELICAL INSERTS BY THE R-FUNCTION METHOD**

*In the paper the mathematical models of incompressible viscous liquid motion in the cylindrical tubes having perimeter helical inserts are developed. For laminar motion the 3D problem is reduced to 2D. The influence of twisting parameter on the velocity profile formation is investigated.*

Ин-т проблем машиностроения  
им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков

Получено  
25.03.04

УДК 621.3.019: 51.001.57

О. Ю. Лозинський, С. В. Щербовських

### **КЛАСИФІКАЦІЯ, СИНТЕЗ ТА АНАЛІЗ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПРОСТИХ ФАЗОВИХ ЗАКОНІВ РОЗПОДІЛУ**

*Запропоновано класифікаційну схему фазових законів розподілу, згідно з якою виконано синтез аналітичних виразів таких законів розподілу «до трьох переходів – до трьох фаз» включно. Шляхом аналізу отриманих виразів встановлено невідому властивість фазових законів розподілу – властивість оборотності.*

### **КЛАССИФИКАЦИЯ, СИНТЕЗ И АНАЛИЗ СВОЙСТВ ПРОСТЫХ ФАЗОВЫХ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ**

*Предложена классификационная схема фазовых законов распределения, согласно которой выполнен синтез аналитических выражений таких законов распределения «до трех переходов – до трех фаз» включительно. В результате анализа полученных выражений установлено неизвестное ранее свойство фазовых законов распределения – свойство оборотности.*

### **CLASSIFICATION, SYNTHESIS AND PROPERTY ANALYSIS OF SIMPLE PHASE-TYPE DISTRIBUTIONS**

*In this paper the phase-type distributions laws classification system is proposed. According to this classification, the synthesis is made for analytical expressions of such distribution laws «up to three transitions – up to three phases», including. The property of convertibility is found by means of synthesized phase-type distribution expressions analysis.*

Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів

Одержано  
13.04.04