

УДК 517.95

Н. І. Білусяк, Б. Й. Пташник

### **КРАЙОВА ЗАДАЧА ДЛЯ СЛАБКО НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ ІЗ НЕРОЗВ'ЯЗНОЮ ВІДНОСНО СТАРШОЇ ПОХІДНОЇ ЛІНІЙНОЮ ЧАСТИНОЮ**

*Досліджено однозначну розв'язність крайової задачі з умовами типу умов Діріхле за змінною  $t$  і періодичними умовами за змінними  $x_1, \dots, x_p$  для слабко нелінійних диференціальних рівнянь високого порядку зі сталими коефіцієнтами в лінійній частині, яка є нерозв'язною відносно старшої похідної за часом.*

### **КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СЛАБКО НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С НЕРАЗРЕШИМОЙ ОТНОСИТЕЛЬНО СТАРШЕЙ ПРОИЗВОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ЧАСТЬЮ**

*Исследована однозначная разрешимость краевой задачи с условиями типа условий Дирихле по переменной  $t$  и периодическими условиями по переменным  $x_1, \dots, x_p$  для слабо нелинейных дифференциальных уравнений высокого порядка с постоянными коэффициентами в линейной части, неразрешимой относительно старшей производной по времени.*

### **BOUNDARY-VALUE PROBLEM FOR WEAKLY NON-LINEAR EQUATIONS WITH LINEAR PART, UNSOLVABLE WITH RESPECT TO THE HIGHEST DERIVATIVE**

*The conditions of existence of unique solution to the problem with Dirichlet conditions on the marked variable  $t$  and periodic conditions on the rest coordinates  $x_1, \dots, x_p$  for weakly non-linear equations with a linear part, unsolved with respect to the highest derivative with respect to time, are established.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
12.08.04

УДК 517.95

О. М. Боценюк

**ПРО ОЦІНКИ СПАДАННЯ ЗА ЧАСОМ РОЗВ'ЯЗКІВ  
ЗМІШАНОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ОДНОГО КВАЗІЛІНІЙНОГО  
ПАРАБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ ДРУГОГО ПОРЯДКУ**

*Розглянуто змішану задачу для одного квазілінійного параболічного рівняння другого порядку в необмеженій області. Встановлено оцінки спадання розв'язків, які залежать від геометрії області.*

**ОБ ОЦЕНКАХ УБЫВАНИЯ РЕШЕНИЙ ПО ВРЕМЕНИ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОГО  
КВАЗИЛИНЕЙНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА**

*Рассмотрена смешанная задача для одного квазилинейного параболического уравнения второго порядка в неограниченной области. Установлены оценки убывания решений, которые зависят от геометрии области.*

**ON TIME DECAY ESTIMATES OF SOLUTIONS TO MIXED PROBLEM FOR ONE  
QUASI-LINEAR PARABOLIC SECOND-ORDER EQUATION**

*The mixed problem for one quasi-linear parabolic second-order equation in the unbounded domain is considered. The decay estimates which depend on the geometry of domain are established.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
11.03.05

УДК 517.946

І. Д. Пукальський

### **ЗАДАЧА ЗІ СКІСНОЮ ПОХІДНОЮ І ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ДЛЯ ЛІНІЙНИХ ПАРАБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ ІЗ ВИРОДЖЕННЯМ**

*У просторах класичних функцій зі степеневою вагою доведено коректну розв'язність задачі зі скісною похідною для лінійних параболічних рівнянь із довільним степеневим порядком виродження коефіцієнтів за часовою і просторовими змінними. Знайдено оцінку розв'язку задачі у відповідних просторах. Розглянуто задачу вибору оптимального керування системою, яка описується задачею зі скісною похідною з обмеженим керуванням. Функціонал якості визначається сумою об'ємного та поверхневого інтегралів.*

### **ЗАДАЧА С КОСОЙ ПРОИЗВОДНОЙ И ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ВЫРОЖДЕНИЕМ**

*В пространствах классических функций со степенным весом доказана корректная разрешимость задачи с косою производной для линейных параболических уравнений с произвольным степенным порядком вырождения коэффициентов по временной и пространственным переменным. Найдены оценки решения задачи в соответствующих пространствах. Рассмотрена задача выбора оптимального управления системами, описываемыми задачей с косою производной с ограниченным управлением. Функционал качества определяется суммой объемного и поверхностного интегралов.*

### **PROBLEM WITH DIRECTIONAL DERIVATIVE AND PROBLEM OF OPTIMUM CONTROL FOR LINEAR PARABOLIC EQUATION WITH DEGENERATION**

*The existence and uniqueness of the problem with directional derivative for linear parabolic equations with a free power order of degeneration of coefficients with respect to time and space variables has been proved in terms of spaces of classical functions with power order. The estimation of solution to the problem in the corresponding spaces has been found. The problem of choice of optimum control by systems, circumscribed by the problem with directional derivative with limited control is examined. The functional of quality is determined by the sum of volume and surface integrals.*

Чернів. нац. ун-т ім. Ю. Федьковича, Чернівці

Одержано  
30.11.04

УДК 519.6

Б. М. Подлевський

### ОДИН ДВОСТОРОННІЙ АНАЛОГ МЕТОДУ ОБЕРНЕНИХ ІТЕРАЦІЙ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ НА ВЛАСНІ ЗНАЧЕННЯ

*Запропоновано двосторонній аналог методу обернених ітерацій для розв'язування задач на власні значення з нелінійним спектральним параметром. Побудовано та обґрунтовано ітераційні процеси двосторонніх наближень до простого власного значення нелінійної спектральної задачі. Отримано умови на початкове наближення, які гарантують квадратичну збіжність ітераційного процесу по чергових наближень до власного значення.*

### ОДИН ДВОСТОРОННІЙ АНАЛОГ МЕТОДА ОБРАТНЫХ ИТЕРАЦИЙ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

*Предложен двусторонний аналог метода обратных итераций для решения задач на собственные значения с нелинейным спектральным параметром. Построены и обоснованы итерационные процессы двусторонних приближений к простому собственному значению нелинейной спектральной задачи. Получены условия на начальное приближение, которые гарантируют квадратичную сходимость итерационного процесса альтернирующих приближений к собственному значению.*

### ONE BILATERAL ANALOG OF INVERSE ITERATION METHOD FOR SOLUTION OF NONLINEAR EIGENVALUE PROBLEMS

*The bilateral analog of the inverse iteration method for solution of the eigenvalue problems with nonlinear entrance of a spectral parameter is offered. The iterative processes of bilateral approximations to the simple eigenvalue of spectral problem are constructed and justified. The conditions on the initial approximation which guarantee quadratic velocity of convergence of iterative process of alternating approximations to the eigenvalue are obtained.*

Ин-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
17.05.04

УДК 517.948

О. С. Гаврилів

### **ЗОБРАЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ НЕЛІНІЙНИХ ОПЕРАТОРНИХ РІВНЯНЬ І СИСТЕМ У ВИГЛЯДІ АБСТРАКТНОГО ВІНЕРІВСЬКОГО ІНТЕГРАЛА**

*Встановлено формули, якими подаються у вигляді абстрактного вінерівського інтеграла розв'язки нелінійного операторного рівняння досить широкого класу в банаховому просторі. Результат узагальнено для скінченних систем нелінійних операторних рівнянь у банаховому просторі та на декартових добутках банахових просторів.*

### **ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ В ВИДЕ АБСТРАКТНОГО ВИНЕРОВСКОГО ИНТЕГРАЛА**

*Получены формулы решений нелинейного операторного уравнений достаточно широкого класса в банаховом пространстве в виде абстрактного винеровского интеграла. Результат обобщён для конечных систем нелинейных операторных уравнений в банаховом пространстве и на декартовых произведениях банаховых пространств.*

### **REPRESENTATION OF SOLUTIONS TO NONLINEAR OPERATOR EQUATIONS AND SYSTEMS IN THE FORM OF ABSTRACT WIENER INTEGRAL**

*The formulas which present the solutions to the nonlinear operator equations of a sufficiently wide class in the Banach space are defined in the form of abstract Wiener integral. The result is generalized for the finite systems of nonlinear operator equations in Banach space and on Cartesian products of Banach spaces.*

Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів

Одержано  
11.10.04

УДК 517.5

Е. Ю. Леончик, Н. А. Малаксиано

### ТОЧНЫЕ НЕРАВЕНСТВА ДЛЯ РАВНОИЗМЕРИМЫХ ПЕРЕСТАНОВОК ФУНКЦИЙ ИЗ КЛАССОВ $A_\infty$

*В одномерном случае получены точные оценки равноизмеримых перестановок функций из классов  $A_\infty$ .*

### ТОЧНІ НЕРІВНОСТІ ДЛЯ РІВНОВІМІРНИХ ПЕРЕСТАНОВОК ФУНКЦІЙ З КЛАСІВ $A_\infty$

*Для одновимірного випадку одержано точні оцінки рівновимірних перестановок функцій з класів  $A_\infty$ .*

### EXACT INEQUALITIES FOR REARRANGEMENTS OF FUNCTIONS FROM $A_\infty$ CLASS

*The exact estimates for the rearrangements of functions from  $A_\infty$  class are obtained in the one-dimensional case.*

Одес. нац. ун-т им. И. И. Мечникова, Одесса

Получено  
21.10.04

УДК 518.61.001.573

А. Я. Бомба, І. М. Присяжнюк

### **АСИМПТОТИЧНЕ НАБЛИЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ КОНВЕКТИВНОЇ ГЕТЕРОДИФУЗІЇ**

*Побудовано алгоритм асимптотичного наближення розв'язків сингулярно збурених крайових задач конвективної гетеродифузії для двозв'язних криволинійних областей, обмежених еквіпотенціальними лініями.*

### **АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ РЕШЕНИЙ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ КОНВЕКТИВНОЙ ГЕТЕРОДИФфуЗИИ**

*Построен алгоритм асимптотического приближения решений сингулярно возмущенных краевых задач конвективной гетеродиффузии для двусвязных криволинейных областей, ограниченных эквипотенциальными линиями.*

### **ASYMPTOTIC APPROXIMATION OF SOLUTIONS TO SINGULARLY PERTURBED BOUNDARY-VALUE PROBLEMS OF CONVECTIVE HETERODIFFUSION**

*The algorithm for asymptotic approximation of solutions to the singularly perturbed boundary-value problems of convective heterodiffusion for two-coherent curvilinear domains, bounded by the equipotential lines, is constructed.*

Рівн. держ. гуманіт. ун-т, Рівне

Одержано  
16.11.04

УДК 577.4

О. Д. Поліщук

### **ВИБІР ОПТИМАЛЬНИХ РЕЖИМІВ ФУНКЦІОНУВАННЯ СКЛАДНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ**

*Запропоновано методику вибору оптимальних режимів функціонування складних динамічних систем на основі різностороннього багатокритеріального та багаторівневого аналізу поведінки їх основних характеристик. Як приклад застосування використовуються задачі з галузі реабілітаційної практики інвалідів.*

### **ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

*Предложена методика выбора оптимальных режимов функционирования сложных динамических систем на основе разностороннего, многокритериального и многоуровневого анализа поведения их основных характеристик. В качестве примера применения используются задачи из области реабилитационной практики инвалидов.*

### **CHOICE OF OPTIMAL REGIMES FOR FUNCTIONING OF COMPLEX DYNAMIC SYSTEMS**

*The methods for choice of optimal regimes for functioning of complex dynamic systems on the base of scalene, multilevel and multicriterion analysis of its main characteristics behavior are proposed. The problems of rehabilitation practice for invalids are used as an example.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
17.02.04

УДК 539.3

Я. Й. Бурак<sup>1</sup>, М. А. Сухорольський<sup>2</sup>

### **ПОСЛІДОВНИСНИЙ ПІДХІД ДО ПОБУДОВИ УЗАГАЛЬНЕНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ДЛЯ ОРТОТРОПНОГО ТІЛА**

*Систему фундаментальних розв'язків рівнянь теорії пружності для орто-  
тропного тіла побудовано у вигляді границь послідовностей узагальнених сум  
тригонометричних рядів. Досліджено умови їх рівномірної збіжності.*

### **ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТНЫЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ ОБОБЩЕННЫХ РЕШЕНИЙ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ДЛЯ ОРТОТРОПНОГО ТЕЛА**

*Система фундаментальных решений уравнений теории упругости для орто-  
тропного тела построена в виде пределов последовательностей обобщенных сумм  
тригонометрических рядов. Приведены условия их равномерной сходимости.*

### **SEQUENTIAL APPROACH TO CONSTRUCTING GENERALIZED SOLUTIONS TO BOUNDARY-VALUE PROBLEMS OF ELASTICITY THEORY FOR ORTHOTROPIC BODY**

*The system of fundamental solutions to the equations of the elasticity theory for an  
orthotropic body is constructed in the form of limits of sequences of generalized sums  
of trigonometrical series. The conditions of their uniform convergence are investigated.*

<sup>1</sup> Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

Одержано  
28.12.04

<sup>2</sup> Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів

УДК 517.2: 539.3

Г. Я. Попов

**УТОЧНЕНИЯ И ДОПОЛНЕНИЯ К СТАТЬЕ «ОБ ОДНОМ  
МЕТОДЕ ПОЛУЧЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ  
С ПРИМЕНЕНИЕМ К ПОСТРОЕНИЮ ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ  
КРАЕВЫХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»**

*В работе [4] при выводе новых интегральных преобразований пришлось решать сингулярную задачу Штурма – Лиувилля. Ее решение получено предельным переходом из подходящей регулярной (решенной там же) задачи Штурма – Лиувилля. Однако этот предельный переход там выполнен формально без строгого обоснования. В настоящей статье с некоторыми уточнениями дается строгое обоснование сделанного предельного перехода.*

**УТОЧНЕННЯ І ДОПОВНЕННЯ ДО СТАТТІ «ПРО ОДИН МЕТОД ОТРИМАННЯ  
ІНТЕГРАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ДО ПОБУДОВИ  
ТОЧНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ»**

*У роботі [4] при виведенні нових інтегральних перетворень довелося розв'язувати сингулярну задачу Штурма – Ліувілля. Її розв'язок отримано граничним переходом із відповідної регулярної (розв'язаної там же) задачі Штурма – Ліувілля. Однак цей перехід там виконано формально без строгого обґрунтування. У цій статті наведено строгі обґрунтування виконаного граничного переходу з деякими уточненнями.*

**SPECIFICATIONS AND ADDITIONS TO THE PAPER «ON ONE METHOD FOR  
OBTAINING INTEGRAL TRANSFORMS USING IN CONSTRUCTION PRECISE  
SOLUTIONS TO MATHEMATICAL PHYSICS BOUNDARY-VALUE PROBLEMS»**

*In the work [4] at obtaining new integral transformations it was necessary to solve the singular Sturm – Liouville problem. Its solution is obtained by passing to the limit in the suitable regular (solved there also) Sturm – Liouville problem. However, this transition was done there formally without a strict proof. In the present work the strict proof of the made limit passing is given with some specifications.*

Одес. нац. ун-т им. И. И. Мечникова, Одесса

Получено  
21.04.05

УДК 539.3

Н. О. Горечко, Р. М. Кушнір

### РОЗРАХУНОК КВАЗИСТАТИЧНОГО ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ НАПІВБЕЗМЕЖНИХ КОНТАКТУЮЧИХ ТІЛ

*Запропоновано підхід до визначення нестационарного температурного поля і спричиненого ним напруженого стану контактуючих напівбезмежних тіл, що базується на розв'язку за кратними інтегралами ймовірності. Визначено термонапружений стан вільної від зовнішніх навантажень складеної тонкої циліндричної оболонки, що нагрівається шляхом теплообміну з навколишнім середовищем.*

### РАСЧЕТ КВАЗИСТАТИЧЕСКОГО ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПОЛУБЕСКОНЕЧНЫХ КОНТАКТИРУЮЩИХ ТЕЛ

*Предложен подход к определению нестационарного температурного поля и порожденного ним напряженного состояния контактирующих полубесконечных тел, основанный на разложении решения по кратным интегралам вероятности. Выполнен расчет термонапряженного состояния свободной от внешней нагрузки тонкой составной цилиндрической оболочки, которая нагревается путем теплообмена с окружающей средой.*

### ESTIMATE OF QUASI-STATIC THERMOSTRESSED STATE FOR SEMI-INFINITE CONTACTING BODIES

*An approach for determination of transient temperature field and stress state due to it in two semi-infinite contacting bodies, based on the multiple error function expansion, is proposed. Thermostressed state in an external load-free composite thin cylindrical shell, caused by heat exchange with the surrounding, is calculated.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
30.12.04

УДК 539.3

В. І. Острик

### **КОНТАКТ ПРУЖНОГО ТА ЖОРСТКОГО КЛИНІВ З УРАХУВАННЯМ ТЕРТЯ І ЗЧЕПЛЕННЯ**

*Розглянуто взаємодію пружного та жорсткого клинів за наявності тертя і часткового зчеплення в області контакту. Із застосуванням методу Вінера – Гопфа отримано аналітичний розв'язок задачі. Знайдено розподіл контактних напружень.*

### **КОНТАКТ УПРУГОГО И ЖЕСТКОГО КЛИНЬЕВ С УЧЕТОМ ТРЕНИЯ И СЦЕПЛЕНИЯ**

*Рассмотрено взаимодействие упругого и жесткого клиньев при наличии трения и частичного сцепления в области контакта. С использованием метода Винера – Хопфа получено аналитическое решение задачи. Найдено распределение контактных напряжений.*

### **CONTACT OF ELASTIC AND RIGID WEDGES WITH REGARD FOR FRICTION AND ADHESION**

*The interaction between elastic and rigid wedges in the presence of friction and partial adhesion is studied. Using the Wiener – Hopf method, the analytic solution to the problem is found. The distribution of contact stresses is obtained.*

Ін-т прикл. фізики НАН України, Суми

Одержано  
16.03.05

УДК 539.3

Р. М. Мартиняк, Н. І. Маланчук, Б. Є. Монастирський

### ПРУЖНА ВЗАЄМОДІЯ ДВОХ ПІВПЛОЩИН ЗА ЛОКАЛЬНОГО ЗСУВУ ГРАНИЦЬ НА ДІЛЯНЦІ МІЖКОНТАКТНОГО ПРОСВІТУ

*Досліджено взаємодію двох пружних ізотропних півплощин з ідентичних матеріалів, одна з яких має мілку поверхневу виїмку, при простому навантаженні [2], за якого відношення між прикладеними до тіл монотонно зростаючими зовнішніми нормальними та зсувними зусиллями залишається сталим. Задачу сформульовано з використанням принципу «зацемленої» деформації [2, 21], тобто вважається, що відносний зсув берегів міжповерхневого зазору після входження їх у контакт не змінюється. Задачу зведено до сингулярного інтегрального рівняння відносно стрибка дотичних переміщень границь півплощин на ділянці міжконтактного зазору та до інтегрального рівняння Абеля відносно дотичних напружень, що виникають на сконтактованих границях у межах виїмки. Для конкретної форми виїмки розв'язок отримано в замкнутому вигляді. Проаналізовано залежність контактних параметрів розглянутої системи від прикладених навантажень.*

### УПРУГОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХ ПОЛУПЛОСКОСТЕЙ ПРИ ЛОКАЛЬНОМ СДВИГЕ ГРАНИЦ НА УЧАСТКЕ МЕЖКОНТАКТНОГО ЗАЗОРА

*Исследовано взаимодействие двух упругих изотропных полуплоскостей из одинаковых материалов, одна из которых имеет мелкую поверхностную выемку, при простом нагружении, когда соотношение между приложенными к телам монотонно возрастающими внешними нормальными и сдвиговыми усилиями остается постоянным. Задача сформулирована с использованием принципа «зацемленной» деформации, то есть принимается, что относительный сдвиг берегов межконтактного зазора после вхождения их в контакт не меняется при дальнейшем нагружении тел. Задача сведена к сингулярному интегральному уравнению относительно скачка касательных перемещений границ полуплоскостей на участке межконтактного зазора и к интегральному уравнению Абеля относительно касательных напряжений, возникающих на сконтактированных границах в пределах выемки. Для конкретной формы выемки решение получено в замкнутом виде. Проанализирована зависимость контактных параметров рассматриваемой системы от приложенных нагружений.*

### ELASTIC INTERACTION BETWEEN TWO HALF-PLANES UNDER LOCAL SHEAR OF BOUNDARIES IN THE REGION OF INTERFACE GAP

*The contact interaction between two elastic isotropic half-planes from identical materials, one of which has a shallow surface groove under incremental loading is studied. During loading the ratio of normal and shear forces remains constant. The plane problem is posed, based on the «frozen» deformation principle, i.e. there is a forbidden relative shear of points of boundaries which have contacted. The problem is reduced to a set of integral equations: 1) a singular integral equation for tangential displacements jump of the gap's surfaces and 2) Abel's integral equation for tangential stresses appearing on the sub-region of the initial groove which surfaces have contacted. For a specific form of the groove the solution is obtained in a closed form. The analysis of contact parameters of the contacting couple versus the applied loads is carried out.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
15.11.04

УДК 539.3

О. Ф. Кривий, К. М. Архипенко

### **ТРИЩИНА, ЩО ВИХОДИТЬ НА ЛІНІЮ З'ЄДНАННЯ ДВОХ РІЗНИХ АНІЗОТРОПНИХ ПІВПЛОЩИН**

*Розв'язано задачу для неоднорідної площини, складеної з двох з'єднаних анізотропних півплощин, в одній із яких розміщена тріщина, що виходить вершиною на лінію з'єднання. Задачу зведено до системи сингулярних інтегральних рівнянь, яка розв'язана чисельно запропонованим узагальненим методом граничних елементів. Досліджено залежність показника особливості у вершині тріщини, що знаходиться на лінії з'єднання, і коефіцієнта інтенсивності напружень в іншій вершині від розташування тріщини та властивостей матеріалів. Для тріщини, що лежить на лінії з'єднання, одержано розв'язок у явному вигляді.*

### **ТРЕЩИНА, КОТОРАЯ ВЫХОДИТ НА ЛИНИЮ СОЕДИНЕНИЯ ДВУХ РАЗНЫХ АНИЗОТРОПНЫХ ПОЛУПЛОСКОСТЕЙ**

*Решена задача для неоднородной плоскости, составленной из двух соединенных анизотропных полуплоскостей, в одной из которых расположена трещина, выходящая на линию соединения. Задача сведена к системе сингулярных интегральных уравнений, которая решена численно предложенным методом граничных элементов. Исследована зависимость показателя особенности в вершине трещины, лежащей на линии соединения, и коэффициента интенсивности напряжений в другой вершине от расположения трещины и свойств полуплоскостей. Для трещины, лежащей на линии соединения анизотропных полуплоскостей, получено решение в явном виде.*

### **CRACK, WHICH LEADS TO THE JOINING LINE OF TWO DIFFERENT ANISOTROPIC HALF-PLANES**

*We have solved the problem about the inhomogeneous plane, composing of two ideally contacting anisotropic half-planes, in one of which there is a crack leading to the joining line of these half-planes. The problem is reduced to a system of singular integral equations, which has been solved numerically by the offered boundary element method. We have analyzed the dependence of singularity index in the crack's tip, which is on the joining line, and the stress intensity factor in another tip on the crack's location and material properties. The exact solution has been obtained for the crack lying on the joining line of anisotropic half-planes.*

Одес. нац. ун-т ім. І. І. Мечнікова, Одеса

Одержано  
21.10.04

УДК 539.3

І. А. Прокопишин, Д. Г. Хлебніков

### ПЛОСКА ДЕФОРМАЦІЯ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ІЗОТРОПНОГО ШАРУ ПЕРІОДИЧНОЮ СИСТЕМОЮ ЖОРСТКИХ ГЛАДКИХ ШТАМПІВ

На основі операторного розв'язку С. Г. Лехніцького просторової задачі про пружну рівновагу трансверсально-ізотропного шару одержано інтегральне рівняння Фредгольма другого роду для контактної тиску. Його розв'язок знайдено методом механічних квадратур з використанням формули Мелера. Досліджено вплив геометричних параметрів і параметрів анізотропії на максимум контактної тиску та зовнішнє зусилля на штамп. Наведено оцінку похибки розв'язку задачі за теорією пластин Тимошенка з додатковим урахуванням обтіснення.

### ПЛОСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОГО СЛОЯ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ ЖЕСТКИХ ГЛАДКИХ ШТАМПОВ

На основе операторного решения С. Г. Лехницкого задачи об упругом равновесии трансверсально-изотропного слоя получено интегральное уравнение Фредгольма второго рода для контактного давления. Его численное решение осуществлено методом механических квадратур с использованием формулы Мелера. Исследовано влияние геометрических параметров и параметров анизотропии на максимум контактного давления и внешнее усилие на штамп. Получена оценка погрешности решения задачи по теории пластин Тимошенко с дополнительным учетом обжатия.

### PLANE DEFORMATION OF ELASTIC TRANSVERSALLY-ISOTROPIC LAYER BY PERIODIC ARRAY OF RIGID SMOOTH PUNCHES

The Fredholm second-kind integral equation for contact pressure is obtained on the base of Lekhnitsky operational solution of the elasticity problem for transversally-isotropic layer. Numerical solution to the equation is found by means of the Mehler quadrature rule. Influence of the geometric and anisotropy parameters on the maximum of contact pressure and punch load is analyzed. The error estimate of the solution by the refined Timoshenko plate theory taking into account the effect of transversal compression is obtained.

Львів нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів

Одержано  
20.07.04

УДК 539.3

О. В. Максимук, А. О. Чернега

### **ВПЛИВ ШОРСТКОСТІ КОНТАКТУЮЧИХ ТІЛ НА ХАРАКТЕР ЇХ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ**

*Запропоновано математичну модель задачі про взаємодію жорсткої шорсткої поверхні (мікровиступи у формі зрізаного клина) та гладкого пружного півпростору. Отримано формули для контактного тиску та фактичної області контакту. Досліджено взаємовплив мікровиступів і розподіл максимальних дотичних напружень у півпросторі.*

### **ВЛИЯНИЕ ШЕРОХОВАТОСТИ КОНТАКТИРУЮЩИХ ТЕЛ НА ХАРАКТЕР ИХ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ**

*Предложена математическая модель задачи о взаимодействии жесткой шероховатой поверхности (микровыступы в виде срезанного клина) и упругого полупространства. Получены формулы для контактного давления и фактической области контакта. Исследовано взаимовлияние микронеровностей и распределение максимальных касательных напряжений в полупространстве.*

### **INFLUENCE OF ROUGHNESS OF CONTACTING BODIES ON CHARACTER OF THEIR STRESS STATE**

*The mathematical model of the problem about interaction between a rigid rough surface (microprotrusions in the form of a cut wedge) and elastic half-space is proposed. The formulas for contact pressure and real contact region are obtained. Mutual influence of microprotrusions and influence of distribution of maximum tangential stresses in a half-space are studied.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
21.07.04

УДК 539.370

Н. Ю. Швайко

### **К ТЕОРИИ СКОЛЬЖЕНИЯ С ГЛАДКИМИ И СИНГУЛЯРНЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ НАГРУЖЕНИЯ**

*Дается краткое изложение результатов, полученных в рамках варианта теории скольжения [9, 19] с использованием некоторых частных типов функций упрочнения. Результаты сравниваются с аналогичными, вытекающими из известных теорий пластичности [1, 3–5, 27] с регулярными и сингулярными поверхностями нагружения.*

### **ДО ТЕОРІЇ КОВЗАННЯ З ГЛАДКИМИ ТА СИНГУЛЯРНИМИ ПОВЕРХНЯМИ НАВАНТАЖЕННЯ**

*Подано стислий огляд результатів, одержаних в рамках варіанту теорії ковзання [9, 19] з використанням деяких часткових типів функцій зміцнення. Наведено порівняння з аналогічними результатами, які впливають з відомих теорій пластичності [1, 3–5, 27] з регулярними і сингулярними поверхнями навантаження.*

### **ON SLIDING THEORY WITH SMOOTH AND SINGULAR LOAD SURFACES**

*The results for the sliding plasticity theory [9, 19] using some particular types of hardening functions are briefly stated. The obtained results are compared with the similar ones for the known [1, 3–5, 27] plasticity theories with smooth and singular load surfaces.*

Днепропетр. нац. ун-т, Днепропетровск

Получено  
16.11.04

УДК 539.3: 620.198

О. П. Гаврись, П. Р. Шевчук

### **ВПЛИВ КРИВИНИ ПОВЕРХНІ ТА СПОСОБІВ ЗАКРІПЛЕННЯ ПІДКЛАДКИ НА ХАРАКТЕР ФОРМУВАННЯ ЗАЛИШКОВИХ ДЕФОРМАЦІЙ ПРИ ВИСОКОТЕМПЕРАТУРНОМУ НАПИЛЕННІ ПОКРИТЬ**

*На основі розв'язку нелінійної крайової задачі теплопровідності для кругового порожнистого циліндра наведено результати розрахунку температурних режимів і залишкових напружень у системі циліндричне тіло – покриття при високотемпературному напиленні. На підставі отриманих числових результатів проаналізовано вплив температурних режимів, кривини напилюваних поверхонь та інших визначальних параметрів на зміну залишкових деформацій при остиганні системи, а також особливості формування таких напружень при напиленні покритть на неплоскі поверхні.*

### **ВЛИЯНИЕ КРИВИЗНЫ ПОВЕРХНОСТИ И СПОСОБОВ ЗАКРЕПЛЕНИЯ ПОДЛОЖКИ НА ХАРАКТЕР ФОРМИРОВАНИЯ ОСТАТОЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОМ НАПЫЛЕНИИ ПОКРЫТИЙ**

*На основании решения нелинейной краевой задачи теплопроводности для кругового полого цилиндра приведены результаты расчета температурных режимов и остаточных напряжений в системе цилиндрическое тело – покрытие при высокотемпературном напылении. Используя полученные численные результаты, проанализировано влияние выбранных температурных режимов, кривизны напыляемых поверхностей и других определяющих параметров на изменение остаточных деформаций при охлаждении системы, а также особенности формирования таких напряжений при напылении покрытий на неплоские поверхности.*

### **INFLUENCE OF SURFACE CURVATURE AND MODE OF BASE FASTENING ON CHARACTER OF FORMING RESIDUAL STRAIN BY HIGH-TEMPERATURE SPRAYING**

*On the basis of solution to the nonlinear boundary-value heat conduction problem for a circular shallow cylinder, the results of calculation of temperature regimes and residual stresses in the system cylindrical body – coating under high-temperature spraying, are presented. Using the obtained numerical results, the influence of temperature regimes, curvature of sprayed surfaces and other defining parameters on change of residual strain in the process of the system cooling, and also the particularities of forming such stresses under coating spraying on the non-planar surfaces has been analyzed.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
14.05.04

УДК 539.4

М. М. Кундрат

### ДОСЛІДЖЕННЯ РУЙНУВАННЯ ОРТОТРОПНОЇ ПІВПЛОЩИНИ З ПІДКРІПЛЕННЯМ

За умов плоскої задачі досліджено граничну рівновагу та руйнування ортотропної півбесконечної пластини, підкріпленої гнучкою нерозтяжливою скінченної міцності на розрив накладкою при дії розтягувального навантаження на пластину. В околах кінців накладки уздовж її межі з пластиною розвиваються локалізовані зони передруйнування (ослабленого контакту), просуваючись від кожного краю до центру. Їм можуть відповідати області накопичення пошкоджень, пластичного деформування, часткового розриву зв'язку тощо. Розглянуто два варіанти розвитку руйнування: а) розрив накладки, б) її відшарування. З використанням деформаційного критерію отримано аналітичні залежності між величинами граничного (руйнуючого) навантаження і фізико-механічними характеристиками матеріалу півплощини, а також розмірами накладки. Встановлено критичну довжину накладки зміни характеру руйнування, яка разом з пружними та міцнісними характеристиками визначає механізм можливого руйнування в композиції.

### ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ ОРТОТРОПНОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ С ПОДКРЕПЛЕНИЕМ

В условиях плоской задачи исследовано предельное равновесие и разрушение ортотропной полубесконечной пластины, подкрепленной гибкой нерастяжимой конечной прочности на разрыв накладкой при действии растягивающей нагрузки на пластину. В окрестностях концов накладки вдоль ее границы с пластиной развиваются локализованные зоны предразрушения (ослабленного контакта), продвигаясь от каждого края к центру. Им могут соответствовать области накопления повреждений, пластического деформирования, разрыва связи и др. Рассмотрены два варианта развития разрушения: а) разрыв накладки, б) ее отслоение. С использованием деформационного критерия получены аналитические зависимости между величинами предельной (разрушающей) нагрузки и физико-механическими характеристиками полуплоскости, а также размерами накладки. Установлена критическая длина накладки смены характера разрушения, которая вместе с упругими и прочностными характеристиками определяет механизм возможного разрушения в композиции.

### FRACTURE ANALYSIS OF ORTHOTROPIC REINFORCED HALF-PLANE

Limiting equilibrium and fracture of an orthotropic semi-infinite plate, reinforced by flexible not extensible rupture finite-strength stringer are investigated under the conditions of plane problem. Localized zones of prefracture (weakened contact) are developed in the vicinities of the stringer ends along its boundary with plane. They can correspond to the regions of damages, plastic deformation, partial break of connection etc. Two variants of fracture development are studied: a) rupture of stringer and b) debonding of stringer. The analytical dependence between the values of limiting (critical) load and physico-mechanical parameters of the half-plane material are obtained using the criterion of deformation. The critical length of stringer for the change of fracture nature is determined, which together with elastic and mechanical properties defines the mechanism of possible fracture in the composition.

Нац. ун-т водн. госп-ва  
та природокористування, Рівне

Одержано  
27.04.04

УДК 517.958:519.6

І. І. Дияк<sup>1</sup>, Н. П. Кухарська<sup>2</sup>

### **ЧИСЛОВИЙ АНАЛІЗ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ПРЯМИМ МЕТОДОМ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ**

*Для початково-крайової задачі теплопровідності зі змішаними граничними умовами розглянуто числові аспекти використання гранично-елементної методики. Зокрема, досліджено ефективність застосування різних способів інтегрування за часовою змінною.*

### **ЧИСЛОВОЙ АНАЛИЗ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПРЯМИМ МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

*Для начально-краевой задачи теплопроводности со смешанными граничными условиями рассмотрены числовые аспекты использования гранично-элементной методики. В частности, исследована эффективность применения разных способов интегрирования по времени.*

### **NUMERICAL ANALYSIS OF HEAT CONDUCTION PROBLEMS BY DIRECT BOUNDARY-ELEMENT METHOD**

*The numerical aspects of using a boundary-element technique for initially boundary-value heat conduction problem with the mixed boundary conditions are considered. In particular, the effectiveness of application of different modes of time integration are investigated.*

<sup>1</sup> Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів,

<sup>2</sup> Львів. ін-т пожеж. безпеки, Львів

Одержано

07.06.04

УДК 531.8+62-50

М. В. Демидюк<sup>1</sup>, Б. А. Литвин<sup>1</sup>, Б. М. Голуб<sup>2</sup>

### ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ ХОДИ ДВОНОГОГО РОБОТА

*Досліджується задача оптимального керування дев'ятиланковою нелінійною механічною системою, яка моделює ходу двоногого робота. На рух системи накладено основні ритмічні, кінематичні та динамічні обмеження антропоморфного типу, за критерій мінімізації взято квадратичний (за керуючими моментами сил у шарнірах) функціонал. У рамках симетричної ходи (на проміжку подвійного кроку) запропоновано алгоритм побудови наближеного розв'язку сформульованої задачі керування, який ґрунтується на параметризації узагальнених координат системи кубічними згладжувальними сплайнами, концепції обернених задач динаміки та числових методах нелінійного математичного програмування.*

### ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ХОДЬБЫ ДВУНОГОГО РОБОТА

*Исследуется задача оптимального управления девятизвенной нелинейной механической системой, моделирующей ходьбу двуногого робота. На движение системы наложены основные ритмические, кинематические и динамические ограничения антропоморфного типа, в качестве критерия минимизации выбран квадратичный (по управляющим моментам сил в шарнирах) функционал. В рамках симметричных походок (на интервале двойного шага) предложен алгоритм построения приближенного решения сформулированной задачи управления, основанный на параметризации обобщенных координат системы кубическими сглаживающими сплайнами, концепции обратных задач динамики и численных методов нелинейного математического программирования.*

### PARAMETRIC OPTIMIZATION OF BIPEDAL ROBOT GAIT

*The optimal control problem for a nine-link nonlinear mechanical system, that models the bipedal walking robot gait, is investigated. The motion of the system has to satisfy the basic rhythmic, cinematic and dynamic restrictions of anthropomorphic type. A quadratic objective functional (on the control torques in the joints) is used. The algorithm for approximate solution of the given problem in the class of symmetric gaits (on the double stride period) is proposed. This algorithm is based on the parameterization of the system generalized coordinates by the cubic smoothing splines, inverse dynamic approach and numerical methods of nonlinear mathematical programming.*

<sup>1</sup> Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

Одержано  
08.06.05

<sup>2</sup> Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка