

УДК 517.95

Н. В. Салдіна

### ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА ДЛЯ ПАРАБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ ЗІ СЛАБКИМ ВИРОДЖЕННЯМ

*Встановлено умови існування та єдиності розв'язку оберненої задачі для параболічного рівняння з крайовими умовами другого роду. Невідомий коефіцієнт, що залежить від часу, прямує до нуля, як степенева функція. Розглянуто випадок слабого виродження. При доведенні використовується теорема Шаудера та властивості інтегральних рівнянь Вольтерра другого роду.*

### ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ СО СЛАБЫМ ВЫРОЖДЕНИЕМ

*Установлены условия существования и единственности решения обратной задачи для параболического уравнения с граничными условиями второго рода. Неизвестный коэффициент, зависящий от времени, стремится к нулю как степенная функция. Рассмотрен случай слабого вырождения. При доказательстве использовалась теорема Шаудера и свойства интегральных уравнений Вольтерра второго рода.*

### INVERSE PROBLEM FOR WEAKLY DEGENERATE PARABOLIC EQUATION

*The conditions of existence and uniqueness of the solution to the inverse problem for a parabolic equation with the second-kind boundary conditions are established. The unknown time-dependent coefficient tends to zero as a power function. In the proof the Schauder fixed-point theorem and properties of the Volterra integral equations of the second kind are used.*

Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів

Одержано  
11.11.05

УДК 517.95

Н. В. Пабірівська, В. А. Власов

### ВИЗНАЧЕННЯ СТАРШОГО КОЕФІЦІЄНТА У ПАРАБОЛІЧНОМУ РІВНЯННІ

*Встановлено умови існування розв'язку оберненої задачі визначення старшого коефіцієнта у вигляді квадратичної за просторовою змінною функції з трьома невідомими параметрами, що залежать від часу. Окремо визначено умови єдиності розв'язку цієї задачі.*

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАРШЕГО КОЭФФИЦИЕНТА В ПАРАБОЛИЧЕСКОМ УРАВНЕНИИ

*Установлены условия существования решения обратной задачи определения старшего коэффициента в виде квадратической по пространственной переменной функции с тремя неизвестными параметрами, зависящими от времени. Отдельно определены условия единственности решения этой задачи.*

### DETERMINATION OF LEADING COEFFICIENT IN PARABOLIC EQUATION

*Application of Schauder fixed-point theorem permitted to establish the existence conditions of the solution for inverse problem for parabolic equation for determination of leading coefficient in the form of quadratic function of the space variable with three unknown parameters depending on the time variable. The conditions of existence and uniqueness for solution of this problem are established separately.*

Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів

Одержано  
07.07.05

UDK 512.53

O. V. Gutik<sup>1</sup>, K. P. Pavlyk<sup>2</sup>

### ON BRANDT $\lambda^0$ -EXTENSIONS OF SEMIGROUPS WITH ZERO

We introduce the Brandt  $\lambda^0$ -extension  $B_\lambda^0(S)$  of a semigroup  $S$  with zero and establish some algebraic properties of the semigroup  $B_\lambda^0(S)$  with respect to the semigroup  $S$ . Also we introduce the topological Brandt  $\lambda^0$ -extension of a topological semigroup  $S$  with zero and study its topological properties with respect to the topological semigroup  $S$ . In particular we show that any topological Brandt  $\lambda^0$ -extension of an (absolutely)  $H$ -closed topological inverse semigroup  $S$  is (absolutely)  $H$ -closed in the class of topological inverse semigroups. Also we construct topologies on  $B_\lambda^0(S)$  which preserve the absolute  $H$ -closedness and  $H$ -closedness.

Using the construction of topological Brandt  $\lambda^0$ -extensions of topological semigroups we give an example of absolutely  $H$ -closed metrizable inverse topological semigroup  $S$  with an absolutely  $H$ -closed ideal  $I$  such that  $S/I$  is not a topological semigroup.

### ПРО $\lambda^0$ -РОЗШИРЕННЯ БРАНДТА НАПІВГРУП З НУЛЕМ

Вводиться  $\lambda^0$ -розширення Брандта  $B_\lambda^0(S)$  напівгрупи  $S$  з нулем і встановлено деякі алгебраїчні властивості напівгрупи  $S$ , які зберігаються напівгрупою  $B_\lambda^0(S)$ .

Також введено топологічне  $\lambda^0$ -розширення Брандта топологічної напівгрупи  $S$  з нулем і встановлено його топологічні властивості в залежності від топологічної напівгрупи  $S$ . Зокрема, доведено, що топологічне  $\lambda^0$ -розширення Брандта (абсолютно)  $H$ -замкненої топологічної інверсної напівгрупи  $S$  є (абсолютно)  $H$ -замкненою напівгрупою у класі топологічних інверсних напівгруп. Побудовано топології на напівгрупі  $B_\lambda^0(S)$ , які зберігають абсолютну  $H$ -замкненість і  $H$ -замкненість. За допомогою топологічного  $\lambda^0$ -розширення Брандта побудовано приклад абсолютно  $H$ -замкненої метризованої інверсної топологічної напівгрупи  $S$  з абсолютно  $H$ -замкненим ідеалом  $I$  такої, що фактор-напівгрупа  $Pica S/I$  не є топологічною напівгрупою.

### О $\lambda^0$ -РАСШИРЕНИЯХ БРАНДТА ПОЛУГРУПП С НУЛЁМ

Вводятся  $\lambda^0$ -расширение Брандта  $B_\lambda^0(S)$  полугруппы  $S$  с нулём и установлены некоторые алгебраические свойства полугруппы  $S$ , которые сохраняются полугруппой  $B_\lambda^0(S)$ . Также введено топологическое  $\lambda^0$ -расширение Брандта топологической полугруппы  $S$  с нулём и установлено его топологические свойства в зависимости от топологической полугруппы  $S$ . В частности, доказано, что топологическое  $\lambda^0$ -расширение Брандта (абсолютно)  $H$ -замкнутой топологической инверсной полугруппы  $S$  есть (абсолютно)  $H$ -замкнутая полугруппа в классе топологических инверсных полугрупп. Построены топологии на  $B_\lambda^0(S)$ , которые сохраняют абсолютную  $H$ -замкнутость и  $H$ -замкнутость. С помощью конструкции топологического  $\lambda^0$ -расширения Брандта построен пример абсолютно  $H$ -замкнутой метризуемой инверсной топологической полугруппы  $S$  с абсолют-

но  $H$ -замкнутым идеалом  $I$  такой, что фактор-полугруппа Рисса  $S/I$  не является топологической полугруппой.

<sup>1</sup> Ivan Franko L'viv nat. univ., L'viv,

<sup>2</sup> Pidstryhach Inst. of Appl. Problems  
of Mech. and Math. NASU, L'viv

Received  
19.04.06

УДК 519.6: 535.4

Л. П. Процах, П. О. Савенко, М. Д. Ткач

**МЕТОД НЕЯВНОЇ ФУНКЦІЇ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ  
НА ВЛАСНІ ЗНАЧЕННЯ З НЕЛІНІЙНИМ ДВОВИМІРНИМ  
СПЕКТРАЛЬНИМ ПАРАМЕТРОМ**

*Нелінійна двовимірна спектральна задача на власні значення методом неявної функції зводиться до дослідження і чисельного розв'язування задачі Коші для лінійного диференціального рівняння першого порядку.*

**МЕТОД НЕЯВНОЙ ФУНКЦИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ  
С НЕЛИНЕЙНЫМ ДВУМЕРНЫМ СПЕКТРАЛЬНЫМ ПАРАМЕТРОМ**

*Нелинейная двумерная спектральная задача на собственные значения методом неявной функции приводится к исследованию и числовому решению задачи Коши для линейного дифференциального уравнения первого порядка.*

**METHOD OF IMPLICIT FUNCTION FOR SOLVING EIGEN-VALUE PROBLEM  
WITH NONLINEAR TWO-DIMENSIONAL SPECTRAL PARAMETER**

*The nonlinear two-dimensional spectral eigen-value problem by the method of implicit function is reduced to investigation and numerical solving the Cauchy problem for the first-order linear differential equation.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
14.09.05

УДК 539.377

Б. С. Хапко

### **ПРО РОЗВ'ЯЗОК КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ У ЧАСТИННИХ ПОХІДНИХ З ІМПУЛЬСНИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ**

*На основі методу скінченних інтегральних перетворень з використанням теорії узагальнених функцій наведено спосіб розв'язування крайової задачі для диференціального рівняння у частинних похідних другого порядку з імпульсними коефіцієнтами та сингулярною правою частиною.*

### **О РЕШЕНИИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ С ИМПУЛЬСНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ**

*На основе метода конечных интегральных преобразований с использованием теории обобщенных функций приведен способ построения решения краевой задачи для дифференциального уравнения в частных производных второго порядка с импульсными коэффициентами и сингулярной правой частью.*

### **SOLUTION OF BOUNDARY-VALUE PROBLEM FOR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH IMPULSE COEFFICIENTS**

*On the base of finite integral transforms method using the generalized functions the approach to solving the boundary-value problem for the second order partial differential equation with impulse coefficients and singular right part is proposed.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
16.05.05

УДК 539.3

Г. І. Калита, О. В. Максимук, М. В. Марчук

### **ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ІНВАНІАНТНОГО ЗАНУРЕННЯ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ КОНТАКТНИХ ЗАДАЧ**

*У рамках узагальненої теорії анізотропних пластин ( $\{1,1\}$ -апроксимація), що враховує деформації зсуву та поперечне стиснення, розглянуто контактну взаємодію жорстких штампів з пластинками в умовах геометрично нелінійного деформування. Розроблено методичку розв'язування контактних крайових задач шляхом зведення їх до початкових задач Коші методом інваріантного занурення. Отримана еквівалентна початкова задача розв'язується чисельно шляхом застосування відомих стійких методів чисельного інтегрування. На прикладі розв'язання граничної задачі про контактну взаємодію параболічного штампу з трансверсально ізотропною пластинкою показано перевагу нелінійної постановки задачі порівняно з лінійною при врахуванні піддатливості матеріалу пластини зсувним деформаціям і стисненню, досліджено вплив параметрів ортотропії та параметра зсуву на зміну контактного тиску в зоні контакту.*

### **ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ИНВАНІАНТНОГО ПОГРУЖЕНИЯ К РЕШЕНИЮ НЕЛИНЕЙНЫХ КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧ**

*В рамках обобщенной теории анизотропных пластин ( $\{1,1\}$ -аппроксимация), учитывающей деформации сдвига и поперечное обжатие, рассмотрена задача контактного взаимодействия жестких штампов с пластинами в условиях геометрически нелинейного деформирования. Разработана методика решения контактных краевых задач путем сведения их к начальным задачам Коши методом инвариантного погружения. Получена эквивалентная начальная задача Коши, которая решена численно с использованием известных устойчивых методов численного интегрирования. На примере решения граничной задачи о контактном взаимодействии параболического штампа с трансверсально-изотропной пластинкой показано преимущество нелинейной постановки задачи по сравнению с линейной с учетом податливости материала пластинки деформациям сдвига и обжатия, исследовано влияние параметров ортотропии и сдвига на изменение контактного давления в зоне контакта.*

### **ON APPLICATION OF INVARIANT IMBEDDING METHOD TO SOLUTION OF NONLINEAR CONTACT PROBLEMS**

*A numerical procedure is proposed to investigate the nonlinear deformation of anisotropic plate with regard for compression interacting with a hard stamp by reducing the boundary-value problem to the equivalent Cauchy problem using the invariant imbedding method. The geometric and nonlinear theory is used for describing the stress-strain state. This theory considers the deformations of displacement and pressure. The obtained results of computations are presented in the form of graphs.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
20.07.05

УДК 62-501.7

Ф. П. Григорян

**СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ С НАПЕРЕД ЗАДАННЫМ СПЕКТРОМ  
В СТАЦИОНАРНОМ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ СКАЛЯРНОМ  
УРАВНЕНИИ  $n$ -ГО ПОРЯДКА**

*Рассматривается задача выбора одномерного управления в стационарном интегро-дифференциальном скалярном уравнении  $n$ -го порядка, когда наперед заданный спектр образуется из одного числа  $\mu$  кратности  $n$ .*

**СИНТЕЗ КЕРУВАННЯ З НАПЕРЕД ЗАДАНИМ СПЕКТРОМ  
У СТАЦІОНАРНОМУ ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОМУ СКАЛЯРНОМУ  
РІВНЯННІ  $n$ -ГО ПОРЯДКУ**

*Розглядається задача вибору одновимірного керування в стаціонарному інтегро-дифференциальному скалярному рівнянні  $n$ -го порядку, коли наперед заданий спектр утворюється з одного числа  $\mu$  кратності  $n$ .*

**SYNTHESIS OF CONTROL WITH PREASSIGNED SPECTRUM  
IN STATIONARY INTEGRO-DIFFERENTIAL SCALAR  $n$ -TH DEGREE EQUATION**

*The problem of univariate control selection in stationary integro-differential scalar  $n$ -th degree equation, when preassigned spectrum is generated from one number of  $\mu$  multiplicity of  $n$ , is considered.*

Ереван. гос. колледж  
информатики, Ереван, Армения

Получено  
15.11.05



УДК 539.3

В. В. Пабірівський

### ПРО ПОСТАНОВКУ ТА ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ПРОСТОРОВОЇ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ З ВИКОРИСТАННЯМ ГОЛОМОРФНИХ ФУНКЦІЙ ВІД ДВОХ КОМПЛЕКСНИХ ЗМІННИХ

*Запропоновано математичну постановку та формулювання крайових задач просторової теорії пружності з використанням голоморфних функцій від двох комплексних змінних. У викладеній методиці вихідним є подання вектора переміщень у формі Папковича – Нейбера через скалярну та векторну гармонічні функції, а також відповідне узагальнення умов Коші – Рімана для базової і спряженої крайових задач.*

### О ПОСТАНОВКЕ И ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГОЛОМОРФНЫХ ФУНКЦИЙ ДВУХ КОМПЛЕКСНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

*Предложена математическая постановка и формулирование крайевых задач пространственной теории упругости с использованием голоморфных функций двух комплексных переменных. В изложенной методике исходным является представление вектора перемещений в форме Папковича – Нейбера через скалярную и векторную гармонические функции и соответствующее обобщение условий Коши – Римана для базовой и сопряженной крайевых задач.*

### ON STATEMENT AND APPROACH TO SOLUTION OF SPACE ELASTICITY THEORY BOUNDARY-VALUE PROBLEMS USING HOLOMORPHIC TWO COMPLEX VARIABLES FUNCTIONS

*A mathematical statement and formulation of space elasticity theory boundary-value problems using holomorphic functions of two complex variables is proposed. In the present technique the representation of displacements vector in the Papkovich – Neuber form in terms of scalar and vectorial potential functions and corresponding generalization of Cauchy – Riman conditions for the base and conjugate boundary value problems are initial.*

Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів,  
Центр мат. моделювання  
Ін-ту прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
22.05.06

УДК 539.3

В. В. Лобода, О. С. Філіпова

### **КОНТАКТНА МОДЕЛЬ ЗОВНІШНЬОЇ ЕЛЕКТРОПРОНИКНОЇ МІЖФАЗНОЇ ТРИЩИНИ В П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОМУ БІМАТЕРІАЛІ**

*Розглянуто біматеріальну п'єзoeлектричну площину з двома зовнішніми міжфазними тріщинами, навантаженими системою зосереджених сил. Для дослідження застосовано класичну модель для обох тріщин, а для правої – ще й контактну модель. В останньому випадку проблема зведена до комбінованої задачі лінійного спряження Діріхле – Рімана, яка розв'язана точно. Довжина зони контакту визначається з трансцендентного рівняння, а для відповідного коефіцієнта інтенсивності напружень одержано просту аналітичну формулу. Проведено дослідження залежності довжини ділянки контакту та коефіцієнта інтенсивності напружень від співвідношення зосереджених сил і від розташування точки їх прикладення.*

### **КОНТАКТНАЯ МОДЕЛЬ ВНЕШНЕЙ ЭЛЕКТРОПРОНИКАЮЩЕЙ МЕЖФАЗНОЙ ТРЕЩИНЫ В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОМ БИМАТЕРИАЛЕ**

*Рассмотрена биматериальная пьезоэлектрическая плоскость с двумя краевыми межфазными трещинами, нагруженными системой сосредоточенных сил. Рассмотрена классическая модель для обеих трещин, а для краевой – еще и контактная модель. В последнем случае проблема сведена к комбинированной задаче линейного сопряжения Дирихле – Римана и решена точно. Длина зоны контакта определяется из трансцендентного уравнения, а для соответствующего коэффициента интенсивности напряжений получена простая аналитическая формула. Проведены исследования зависимости длины зоны контакта и коэффициента интенсивности напряжений от отношения сосредоточенных сил и от расположения точки их приложения.*

### **CONTACT MODEL FOR EXTERNAL ELECTRO-PERMEABLE INTERFACE CRACK IN PIEZOELECTRIC BIMATERIAL**

*The piezoelectric bimaterial plane with two external interface cracks loaded by a system of concentrated forces is considered. The classical model is considered for both cracks, and for the right one – also a contact model. In the last case the problem was reduced to the combined problem of the linear relationship of Dirichlet – Riemann, which was solved exactly. The length of contact zone can be determined from the transcendental equation, and the simple formula for the corresponding stress intensity factor was obtained. Analysis of the dependence of the length of a contact zone and stress intensity factor upon a ratio of the concentrated forces and a point of their application was carried out.*

Дніпропетр. нац. ун-т, Дніпропетровськ

Одержано  
29.09.05

УДК 539.3

Ю. Д. Ковалев, Е. Н. Стативка

### **ИЗГИБ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОГО НЕОДНОРОДНОГО СЛОЯ ПРИ СКОЛЬЗЯЩЕЙ ЗАДЕЛКЕ ЕГО ТОРЦОВ**

*Исследуется электроупругое состояние неоднородного пьезокерамического слоя при скользящей заделке его торцов в случае изгиба. Граничная задача сведена к системе, состоящей из  $12k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , интегро-дифференциальных уравнений. Получены выражения для величин, характеризующих напряженное состояние неоднородного слоя. Приведены результаты расчетов напряжений.*

### **ЗГИН П'ЄЗОКЕРАМІЧНОГО НЕОДНОРІДНОГО ШАРУ ПРИ КОВЗНОМУ ЗАЩЕМЛЕННІ ЙОГО ТОРЦІВ**

*Досліджується електропружний стан неоднорідного п'єзокерамічного шару при ковзному заземленні його торців у випадку згину. Крайова задача зведена до системи, яка складається з  $12k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , інтегро-диференціальних рівнянь. Отримано вирази для величин, що характеризують напружений стан неоднорідного шару. Наведено результати розрахунків напружень.*

### **BEND OF INHOMOGENEOUS LAYER WITH SLIDING SEAL OF ITS ENDS**

*The electroelastic state of inhomogeneous piezoceramic layer with sliding seal of its ends in the case of bend is studied. The boundary-value problem is reduced to a system, which consists of  $12k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , integral and differential equations. The expressions for stresses, which characterize the stress state of inhomogeneous layer, are found. The results of calculations of characteristic stresses are presented.*

Сумск. гос. ун-т, Сумы

Получено  
04.10.05

УДК 539.3

С. А. Калоеров, О. И. Бороненко, Е. В. Авдюшина

### **ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАГНИТОУПРУГОГО СОСТОЯНИЯ ПЬЕЗОМАГНИТНОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА И СЛОЯ С ПОЛОСТЯМИ И ТРЕЩИНАМИ**

*На основании известных методов решения с использованием комплексных потенциалов двумерных и плоских задач магнитоупругости для тел с отверстиями и трещинами предложена методика построения приближенных решений таких задач для полупространства (полуплоскости) и слоя (полосы) с произвольно расположенными отверстиями и трещинами, в том числе выходящими на плоские (прямолинейные) границы. Приведены результаты числовых исследований для полуплоскости и полосы с отверстиями и трещинами.*

### **НАБЛИЖЕНИЙ МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ МАГНІТОПРУЖНОГО СТАНУ П'ЄЗОМАГНІТНОГО ПІВПРОСТОРУ ТА ШАРУ З ОТВОРАМИ Й ТРІЩИНАМИ**

*На основі відомих методів розв'язування з використанням комплексних потенціалів двовимірних і плоских задач магнитоупругості для тіл з отворами та тріщинами запропоновано методику побудови наближених розв'язків таких задач для півпростору (півплощини) і шару (смуги) з довільно розміщеними отворами й тріщинами, зокрема, коли вони виходять на плоскі (прямолінійні) границі. Наведено результати числових досліджень для півплощини та смуги з отворами і тріщинами.*

### **APPROXIMATE METHOD OF MAGNETOELASTIC STATE DETERMINATION FOR PIEZOMAGNETIC HALF-SPACE AND LAYER WITH CAVITIES AND CRACKS**

*A method for solution of the magnetoelastic problems based on the theory of complex variable functions is proposed in [3, 8]. The basic relations for complex potentials are given. The methods for solution of two-dimensional and plane problems are described for solids with cavities and cracks. In the paper, using this method, the approximate solutions for such problems for the half-space (half-plane) and layer (strip) with arbitrarily situated cavities and cracks are constructed. It is assumed, that the cavities and cracks are able to cross linear (plane) boundaries. As a numerical illustration, the half-plane and strip with cavities and cracks under surface mechanical and magnetic loads are analyzed.*

Донецк. нац. ун-т, Донецк

Получено  
24.05.06

УДК 539.3

В. К. Опанасович, М. С. Слободян

### **ДВОВІСНИЙ ЗГИН ПЛАСТИНИ З КРУГОВИМ ОТВОРОМ І ДВОМА РАДІАЛЬНИМИ ТРІЩИНАМИ, БЕРЕГИ ЯКИХ КОНТАКТУЮТЬ**

*Досліджено двовісний згин ізотропної пластини з круговим отвором і двома радіальними тріщинами з урахуванням контакту їх берегів. Із використанням теорії функцій комплексної змінної і комплексних потенціалів розв'язок задачі зведено до системи сингулярних інтегральних рівнянь, яка розв'язана за допомогою методу механічних квадратур. Проведено числовий аналіз контактної тиску між берегами тріщин і коефіцієнтів інтенсивності зусиль і моментів.*

### **ДВУХОСНИЙ ИЗГИБ ПЛАСТИНЫ С КРУГОВЫМ ОТВЕРСТИЕМ И ДВУМЯ РАДИАЛЬНЫМИ ТРЕЩИНАМИ, БЕРЕГА КОТОРЫХ КОНТАКТИРУЮТ**

*Исследован двухосный изгиб изотропной пластины с круговым отверстием и двумя радиальными трещинами с учетом контакта берегов. Используя методы теории функций комплексного переменного и комплексные потенциалы задача сведена к системе сингулярных интегральных уравнений, решение которой получено методом механических квадратур. Приведен численный анализ контактного давления между берегами трещин и коэффициентов интенсивности усилий и моментов.*

### **BIAXIAL BENDING OF PLATE WITH CIRCULAR HOLE AND TWO RADIAL CRACKS CONSIDERING CONTACT OF IT'S EDGES**

*The biaxial bending of an isotropic plate with a circular hole and two radial cracks considering contact of it's edges is investigated. Applying the methods of the theory of functions of complex variable and complex potentials, the solution of the problem is reduced to a system of integral equations, which is solved by numerical method of mechanical quadratures. The numerical analysis of the problem is made. The graphic dependence of contact pressure, intensity factors of moments and efforts is shown.*

Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів

Одержано  
02.08.05

УДК 517.983.54

Л. М. Сеньків

### **ПОДАТЛИВА НА ЗСУВ ОРТОТРОПНА ЦИЛІНДРИЧНА ОБОЛОНКА З ПОЗДОВЖНИМИ РОЗРІЗАМИ ЗА АНТИСИМЕТРИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ**

*На основі методу дисторсій в теорії тонких оболонок задача про пружну рівновагу податливої на зсув ортотропної оболонки з поздовжнім одним і двома розрізами зведена до системи сингулярних інтегральних рівнянь. Досліджено вплив ортотропії і довжини розрізу на коефіцієнти інтенсивності зусиль і моментів у випадку антисиметричного навантаження.*

### **ПОДАТЛИВАЯ НА СДВИГ ОРТОТРОПНАЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ОБОЛОЧКА С ПРОДОЛЬНЫМИ РАЗРЕЗАМИ ПРИ АНТИСИМЕТРИЧНОМ НАГРУЖЕНИИ**

*На основе метода дисторсий в теории тонких оболочек задача об упругом равновесии податливой на сдвиг ортотропной оболочки с продольным одним и двумя разрезами сведена к системе сингулярных интегральных уравнений. Исследовано влияние ортотропии и длины разреза на коэффициенты интенсивности усилий и моментов в случае антисимметричного нагружения.*

### **SHEAR-COMPLIANT ORTHOTROPIC CYLINDRICAL SHELL WITH LONGITUDINAL SLITS UNDER ANTISYMMETRIC LOADING**

*On the base of distorsion method in the theory of thin shells the problem on elastic equilibrium of shear-compliant orthotropic shell with one and two longitudinal slits is reduced to a system of singular integral equations. The effect of orthotropy and crack length on intensity factors of efforts and moments is studied in the case of antisymmetric loading.*

Ин-т прикл. проблем механики і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
14.06.05

УДК 539.3

С. П. Шевчук

### **ВПЛИВ ПРУЖНОГО СТРИЧКОВОГО ВКЛЮЧЕННЯ НА ДЕФОРМАЦІЮ ПОВЕРХНІ АНІЗОТРОПНОГО ПІВПРОСТОРУ ЗА ПОЗДОВЖНЬОГО ЗСУВУ**

*Методом функцій стрибка розв'язано антиплоску задачу теорії пружності для анізотропного півпростору з тонким анізотропним пружним включенням. Досліджено вплив параметрів (довжини, заглиблення, пружності) тонкостінного включення на поле деформацій біля поверхні анізотропного півпростору.*

### **ВЛИЯНИЕ УПРУГОГО ЛЕНТОЧНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ НА ДЕФОРМАЦИЮ ПОВЕРХНОСТИ АНИЗОТРОПНОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА ПРИ ПРОДОЛЬНОМ СДВИГЕ**

*Методом функций скачка решена антиплоская задача теории упругости для анизотропного полупространства с тонким анизотропным упругим включением. Исследовано влияние параметров (длины, углубления, упругости) тонкостенного включения на поле деформаций возле поверхности анизотропного полупространства.*

### **INFLUENCE OF ELASTIC RIBBON INCLUSION ON ANISOTROPIC HALF-SPACE SURFACE DEFORMATION UNDER LONGITUDINAL SHEAR**

*The antiplane problem of elasticity theory for an anisotropic half-space with the thin anisotropic elastic inclusion is solved by the jump function method. The influence of thin-walled inclusion parameters (its dimensions, deepening, elasticity) on field of deformations near an anisotropic half-space surface is investigated.*

Ин-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
04.05.05

УДК 539.375

О. С. Богданова

### **О ПРЕДЕЛЬНОМ СОСТОЯНИИ ОРТОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЫ С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ КОЛЛИНЕАРНЫХ ТРЕЩИН ПРИ ДВУХОСНОМ НАГРУЖЕНИИ**

*На основании модифицированной  $\delta_c$ -модели проведено исследование предельного состояния ортотропной пластины, материал которой удовлетворяет условию прочности общего вида, ослабленной периодической системой коллинеарных трещин, в условиях двухосного нагружения. С использованием комплексных потенциалов Колосова – Мусхелишвили получено решение задачи в общем виде и основные уравнения для определения напряжений в зонах предразрушения. Приведены выражения размера зон предразрушения через внешнюю нагрузку и геометрические параметры задачи. Изучено влияние двухосности нагружения на процесс формирования зон предразрушения возле вершин трещин и предельное состояние пластины.*

### **ПРО ГРАНИЧНИЙ СТАН ОРТОТРОПНОЇ ПЛАСТИНИ З ПЕРІОДИЧНОЮ СИСТЕМОЮ КОЛІНЕАРНИХ ТРІЩИН ПРИ ДВОВІСНОМУ НАВАНТАЖЕННІ**

*На основі модифікованої  $\delta_c$ -моделі тріщини проведено дослідження граничного стану ортотропної пластини, матеріал якої задовольняє умову міцності загального вигляду і яка послаблена періодичною системою колінеарних тріщин, в умовах двовісного навантаження. З використанням комплексних потенціалів Колосова – Мусхелішвілі отримано розв'язок задачі в загальному вигляді, а також основні рівняння для визначення напружень у зоні передруйнування. Наведено вирази для розміру зон передруйнування через зовнішнє навантаження і геометричні параметри задачі. Вивчено вплив двовісності навантаження на процес формування зон передруйнування біля вершин тріщин і граничний стан пластини.*

### **ON LIMITED STATE OF ORTHOTROPIC PLATE WITH PERIODIC SYSTEM OF COLLINEAR CRACKS UNDER BIAXIAL LOADING**

*In this paper the limited state of orthotropic plate with periodic system of collinear cracks under biaxial loading is considered basing on the modified  $\delta_c$ -model. The material of plate satisfies the strength condition of arbitrary form. The solution in general form is obtained using the Kolosov – Muskhelishvili complex potentials. The basic equations to determine the stresses in the process zones are formulated. The equations for determination of the process zone size are given. The influence of biaxiality of external loading on the process zone near the crack tip and the critical state of the cracked plate is analyzed.*

Ин-т механики им. С. П. Тимошенко  
НАН Украины, Киев

Получено  
03.03.06



УДК 539.3

В. А. Галазюк, Г. Т. Сулим, А. Я. Ващишин

### ЕФЕКТ ДОТИЧНИХ НАПРУЖЕНЬ ЗА РАДІАЛЬНОГО СТЯГУВАННЯ ГРАНИЦІ ПРУЖНОГО ПІВПРОСТОРУ В КРУГОВІЙ ОБЛАСТІ

*Запропоновано нову постановку задачі лінійної теорії пружності для півпростору зі змішаними крайовими умовами, розв'язок якої дає фізично коректну математичну модель напружено-деформованого стану (у тому числі малість пружних поворотів). Новизна постановки полягає в тому, що вона поряд із класичними крайовими умовами містить обумовлену гіпотезою суцільності вимогу неперервності компонент вектора локального жорсткого повороту  $\Omega = 0.5 \operatorname{rot} \mathbf{u}$  на лінії поділу крайових умов. Доведено, що виконання цієї вимоги можна здійснити натягом за певним законом границі півпростору поза областю стягування. При цьому всі характеристики напружено-деформованого стану є неперервними й обмеженими на лінії поділу крайових умов.*

### ЭФФЕКТ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ РАДИАЛЬНОМ СТЯГИВАНИИ КРУГОВОЙ ОБЛАСТИ ГРАНИЦЫ УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

*Предложена новая постановка задач линейной теории упругости для полупространства со смешанными краевыми условиями, решение которой даёт физически корректную математическую модель напряженно-деформированного состояния (в том числе малость упругих поворотов). Новизна постановки состоит в том, что наряду с классическими краевыми условиями она содержит обусловленное гипотезой сплошности требование непрерывности компонент вектора локального жесткого поворота  $\Omega = 0.5 \operatorname{rot} \mathbf{u}$  на линии раздела краевых условий. Доказано, что выполнение этого требования можно осуществить путём стягивания по определённому закону границы полупространства вне области усадки. При этом все характеристики напряженно-деформированного состояния являются непрерывными и ограниченными на линии раздела краевых условий.*

### EFFECT OF TANGENTIAL STRESSES AT RADIAL CONTRACTION OF ELASTIC HALF-SPACE BOUNDARY IN CIRCULAR DOMAIN

*A new statement of the problem of linear elasticity theory for half-space with mixed boundary conditions is proposed. The solution of this problem gives us a physically correct mathematical model of the stress-strain state (in particular, smallness of elastic rotations). The novelty of statement of the problem is that it contains, together with classical boundary conditions, the requirement (stipulated by hypothesis of entirety) of continuity of the vector's component of local rigid rotation  $\Omega = 0.5 \operatorname{rot} \mathbf{u}$  on the line of boundary conditions. In this connection all characteristics of the stress-strain state are continuous and, consequently, bounded on the line of boundary conditions.*

Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів

Одержано  
05.10.05

УДК 539.3

О. Я. Григоренко<sup>1</sup>, Т. Л. Єфімова<sup>1</sup>, С. В. Пузирьов<sup>2</sup>

### ДОСЛІДЖЕННЯ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ПРЯМОКУТНИХ ОРТОТРОПНИХ ПЛАСТИН ЛІНІЙНО ЗМІННОЇ ТОВЩИНИ

*Для розрахунку власних частот і форм коливань ортотропних прямокутних пластин лінійно змінної товщини при складних граничних умовах застосовується метод сплайн-колокації. Задача формулюється в рамках лінійної теорії малих коливань. Розглядаються матеріали з різними пружними характеристиками. Розрахунки проведено для різних законів лінійної зміни товщини і для різних за розмірами в плані пластин. Виконано аналіз отриманих даних та зроблено порівняння з аналогічними даними для пластин сталої товщини еквівалентної ваги при аналогічних граничних умовах.*

### ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН ЛИНЕЙНО ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ

*Для расчета собственных частот и форм колебаний ортотропных прямоугольных пластин линейно-переменной толщины при сложных предельных условиях применяется метод сплайн-колокации. Задача формулируется в рамках линейной теории малых колебаний. Рассматриваются материалы с разными упругими характеристиками. Расчеты проведены для разных законов линейного изменения толщины и для разных по размерам в плане пластин. Проведен анализ полученных данных и сделано сравнение с аналогичными данными для пластин постоянной толщины эквивалентного веса при аналогичных краевых условиях.*

### STUDY OF NATURAL VIBRATIONS OF RECTANGULAR ORTHOTROPIC PLATES OF LINEARLY VARIABLE THICKNESS

*For calculation of eigen frequencies and eigen forms of vibrations of orthotropic rectangular plates of linearly variable thickness under complex boundary conditions the method of spline-collocation is used. The problem is formulated within the framework of linear theory of small vibrations. The materials with different elastic properties are considered. Calculations are made for different laws of linear change of thickness and for different sizes (in the plan) of plates. The obtained data analysis is conducted and comparison is made with the same information for the plates of constant thickness and equivalent weight under the similar boundary conditions.*

<sup>1</sup> Ін-т механіки ім. С. П. Тимошенка  
НАН України, Київ,

Одержано  
12.10.05

<sup>2</sup> Миколаїв. держ. ун-т  
ім. В. О. Сухомлинського, Миколаїв

УДК 539.3

М. В. Белубекян, С. Р. Мартиросян

### **ФЛАТТЕР ПЛАСТИНКИ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ И НАЛИЧИИ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ МАССЫ НА КРОМКАХ**

*Рассматривается тонкая пластинка конечной длины, обтекаемая сверхзвуковым потоком газа. Массой пластинки пренебрегается, но принимается, что на шарнирно опертых кромках пластинки имеются сосредоточенные массы. Определяются критические скорости обтекания, приводящие к флаттерной неустойчивости.*

### **ФЛАТЕР ПЛАСТИНКИ ПРИ НАДЗВУКОВОМУ ОБТІКАННІ ТА ЗА НАЯВНОСТІ ЗОСЕРЕДЖЕНОЇ МАСИ НА КРАЯХ**

*Розглядається тонка пластинка скінченної довжини, яка обтікається надзвуковим потоком газу. Масою пластинки нехтується, зате приймається, що на шарнірно опертих краях пластинки розміщені зосереджені маси. Визначено критичні швидкості обтікання, які призводять до флаттерної нестійкості.*

### **ON PLATE FLUTTER PROBLEM IN SUPERSONIC FLOW IN A CASE OF CONCENTRATED MASS AT EDGES**

*The paper is devoted to the analysis of stability of a thin plate model in a supersonic air flow. The plate's mass is ignored, but it is considered that the concentrated mass is on the hinge supported edges. The critical velocity of the air flow is found, which is reduced to the fluttered instability.*

Ин-т механики  
НАН Армении, Ереван, Армения

Получено  
19.11.05

УДК 539.3

В. С. Попович, Г. Ю. Гарматій, О. М. Вовк

### **ТЕРМОПРУЖНИЙ СТАН ТЕРМОЧУТЛИВОГО ПРОСТОРУ ЗІ СФЕРИЧНОЮ ПОРОЖНИНОЮ ЗА УМОВ КОНВЕКТИВНО-ПРОМЕНЕВОГО ТЕПЛООБМІНУ**

*Знайдено розв'язок нестационарної задачі теплопровідності для термочутливого простору зі сферичною порожниною, який обмінюється теплом шляхом конвективно-променевого теплообміну з середовищем постійної температури. Проаналізовано вплив термочутливості матеріалу простору на величину та характер розподілу температури, зумовлених нею напружень і переміщень у випадках наявності й відсутності силових навантажень.*

### **ТЕРМОНАПРЯЖЕННЕ СОСТАНІЯ ТЕРМОЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ПРОСТРАНСТВА СО СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТЬЮ ПРИ УСЛОВИЯХ КОНВЕКТИВНО-ЛУЧИСТОГО ТЕПЛООБМЕНА**

*Найдено решение нестационарной задачи теплопроводности для термочувствительного пространства со сферической полостью, которое обменивается теплом путем конвективно-лучистого теплообмена со средой постоянной температуры. Проанализировано влияние термочувствительности материала пространства на величину и характер распределения температуры, обусловленных ею напряжений и перемещений в случаях наличия и отсутствия силовых нагрузок.*

### **THERMOELASTIC STATE OF THERMOSENSITIVE SPACE WITH SPHERICAL CAVITY UNDER CONVECTIVE-RADIANT HEAT EXCHANGE**

*The solution of non-stationary heat conductivity problem for thermosensitive space with spherical cavity with convective-radiant heat exchange with an medium of constant temperature is found. The influence of thermosensitive space material on the size and character of distribution of temperature and pressure, caused by it in the cases of presence and absence of force loading, is analyzed.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
17.02.06

УДК 539.3

Р. Ф. Терлецький, О. П. Турій

### **ТЕРМОНАПРУЖЕНИЙ СТАН ЧАСТКОВО ПРОЗОРОЇ ШАРУВАТОЇ ПЛАСТИНИ ПРИ ТЕПЛОВОМУ ОПРОМІНЕННІ**

*За умов ідеального теплового та механічного контактів складових частин досліджено характеристики теплових процесів і напружений стан у частково прозорій шаруватій пластині, спричинені дією теплового випромінювання від паралельної до неї нагрітої поверхні. Вивчено закономірності в розподілі тепловиділень, температури та компонент тензора напружень у пластині залежно від температури джерела випромінювання.*

### **ТЕРМОНАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ЧАСТИЧНО ПРОЗРАЧНОЙ СЛОИСТОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ ТЕПЛОМ ОБЛУЧЕНИИ**

*При идеальном тепловом и механическом контактах составных частей исследованы характеристики тепловых процессов и напряженное состояние в частично прозрачной слоистой пластине, вызванные действием теплового излучения от параллельной к ней нагретой поверхности. Изучены закономерности в распределении тепловыделений, температуры и компонент тензора напряжений в пластине в зависимости от температуры источника излучения.*

### **THERMOELASTIC STATE OF SEMI-TRANSPARENT COMPOSITE LAYER UNDER THERMAL RADIATION**

*The characteristics of thermal processes and stress state in a semi-transparent composite layer assuming ideal thermal and mechanical contacts between the layers are investigated. A composite is subjected to thermal radiation from a heated surface parallel to a composite surface. Dependences of heat sources, temperature and stresses in the layer on the radiation source temperature are studied.*

Ин-т прикл. проблем механики і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
27.05.05