

ВИПРОМІНЮВАННЯ ЗВУКУ ЛІТАКОМ ПІД ЧАС ЗЛЬОТУ

Розглянуто задачу про випромінювання звуку літаком на стадії його піднімання над злітною смугою летища з урахуванням дії вітру. Джерелами шуму є двигуни літака, які моделюються як точкові джерела, що рухаються в повітрі зі сталою швидкістю під кутом до плоскої поверхні поділу акустичного і пружного просторів. Розв'язок задачі одержано за допомогою інтегральних перетворень Фур'є за часом і просторовими змінними, а також з використанням властивостей узагальнених функцій і методу стаціонарної фази. Числовий аналіз просторово-часових розподілів звукового тиску і енергетичних характеристик акустичного поля виконано на прикладі моделювання зльоту шестимоторного літака типу Ан-225 «Мрія».

Вступ. Аналіз генерування авіаційного шуму і боротьба з ним є предметом досліджень багатьох науковців та інженерів. Вперше почали вивчати авіаційний шум у 1930 р. у США в Національному консультативному комітеті з аеронавтики (The National Advisory Committee for Aeronautics). Такі дані дістаємо з праці [28], в якій розроблено новітні способи зниження шуму від пропелерів і двигунів персональних літаків для військового зв'язку. У публікації [27] вивчали рівень шуму близького поля, генерованого реактивними двигунами і пропелерами. Теоретичні дослідження підтверджено експериментами. При цьому враховано відбиття звуку від ґрунту як від акустично жорсткої площини. Механізми шумоутворення реактивними двигунами літаків змодельовано також у дослідженні [22], а ряд числових методів аналізу авіаційного шуму описано і оцінено в публікації [31]. Критичний огляд сучасних технологій аналізу шуму, генерованого корпусом літака (аналітичний, комбінований з акустичною технологією, напівемпіричний і числовий), виконано в праці [10]. Однією з перших, де розвинули спектральний метод аналізу авіаційного шуму, була праця [1], в якій на прикладі шуму від літаків У-2 та Ме-109 встановили зв'язок між кількістю циліндрів поршневого двигуна літака, кількістю лопатей пропелера і кутовою швидкістю їх обертання з частотою випромінюваного звуку. Запропоновано [25] сучасний підхід до спектрального аналізу випромінюваного звуку від пропелера літака, а також експериментально вивчено [14] рівень авіаційного шуму поблизу одного з аеропортів з урахуванням частоти випромінювання звуку. В результаті опрацьовано часово-частотну модель, яка ґрунтується на розподілі Вігнера-Вілле, і на її основі встановлено частотні смуги шуму (основна частота смуги близько 1.25 кГц), а також часи прольоту літаків поблизу аеропорту. Важливою є праця [3], де подано результати вимірювань максимального рівня шуму на місцевості під час пролітання літака з різною швидкістю на висоті 100 м. Аналогічно в праці [17] були вивчені характеристики акустичного поля від реактивних двигунів. Наведено [30] усереднені результати про звукові рівні від реактивного літака на віддалі 3 км, одержані за невеликої швидкості вітру (менше 18 км/год). При цьому порівняно аналітичну апроксимацію з експериментальними результатами з урахуванням відбиття звукових хвиль від землі та розриву акустичного імпедансу на межі поділу між бетоном, травою і ґрунтом. Найбільш інтенсивним є генерування авіаційного шуму під час зльоту повітряних лайнерів. Дослідженням у цьому напрямі присвячено низку праць, зокрема описано [21] основи комп'ютерного напівемпіричного моделювання для побудови мап авіаційного шуму, що ґрунтуються на стандартах Великобританії, поблизу аеропортів під час старту і прольоту літаків на сталій висоті. Подібно в праці [20] описано числовий підхід до моделювання контурів області шуму, генерованого під час зльоту і приземлення літаків. Огляд досліджень низькочастотного шуму поблизу аеропортів, генерованого соплами

реактивних двигунів літаків під час зльоту подано в [26]. Ці дослідження тісно пов'язані з вивченням негативного впливу авіаційного шуму на здоров'я людей, особливо в районах, прилеглих до летовищ. Зокрема, в праці [18] зосереджено увагу на впливі авіаційного шуму на рівень стресу в людей, головним чином під час їхнього перебування поза межами приміщень. Розглядали два аспекти, спричинені шумом комерційної авіації: рівень акустичного шуму і частота прольотів. Подібне дослідження виконане в праці [13], а у [12] проаналізовано негативну дію авіаційного (а також автотодорожного і залізничного) шуму на порушення сну людей. У звіті [5] оцінено його вплив і на людей, і на оточуюче середовище. Тому значна увага дослідників зосереджується на зниженні рівня авіаційного шуму. Обговорюються [6] технології його редукції, досліджується [11] стан і тенденції зашумленості навколо аеропортів в Європі і опрацьовується стратегія поліпшення акустичного клімату. Експериментально визначено [23, 24] оптимальні траєкторії зльоту літака, щоб мінімізувати рівень випромінюваного шуму. Вказано на обмежувальний вплив технологічних характеристик двигунів. Подібно в праці [8] вивчали технічні можливості оптимального зниження авіаційного шуму літака під час старту. Виявили, що за 1955–1995 рр. рівень шуму вдалось зменшити на 20 дБ. Питання оптимізації старту і відльоту транспортного літака з метою зниження його шуму досліджували у [19]. У праці [16] досліджувалась можливість знизити шум, генерований каркасами літаків, крилами і закрилками. Проаналізовано залежність довжини старту і приземлення, а також рівня шуму від площі крил і кута нахилу закрильків. Методи моделювання гелікоптерного шуму і детальний огляд літератури на цю тему подано в роботі [7], а огляд досліджень з редукції шуму, генерованого гелікоптерами, наведено в публікації [15].

Ці та інші дані [29] свідчать про актуальність аналізу авіаційного шуму і способів його зниження до меж, безпечних для здоров'я людини і оточуючого середовища, особливо безпосередньо біля злітно-посадкових смуг летовищ.

У попередній статті [4] розв'язано задачу генерування шуму під час розбігу літака на початковій стадії його старту. У цій роботі подаємо результати дослідження формування випроміненого акустичного поля під час зльоту літака зі сталою швидкістю під деяким кутом до поверхні летовища.

Формулювання задачі та її розв'язування. Як і раніше [4], замінимо двигуни літака на точкові джерела звуку, інтенсивність випромінювання

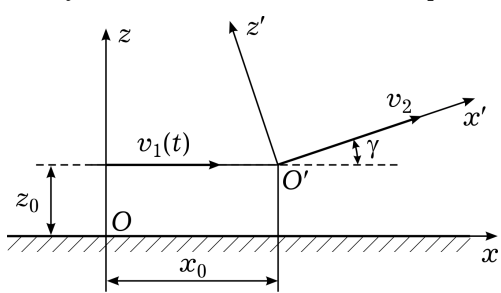


Рис. 1

яких характеризує вектор-функція $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ з круговою частотою гармонічних коливань Ω . Спочатку розглянемо лише одне джерело звуку, яке рухається в площині Oxz над плоскою поверхнею розмежування акустичного і пружного середовищ $z = 0$ (рис. 1).

Враховуватимемо також вплив зустрічного вітру, внаслідок чого акустичне середовище рухається зі сталою швидкістю \mathbf{v}_w під

кутом θ_w до осі Ox , паралельно до поверхні $z = 0$, причому $\pi/2 \leq \theta_w \leq 3\pi/2$.

Для опису випромінювання звуку потрібно розв'язати хвильове рівняння відносно акустичного тиску в рухомому середовищі [4]

$$\begin{aligned} \nabla^2 p(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{c^2} \left[\frac{\partial^2 p(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} + 2\mathbf{v}_w \cdot \nabla_{\perp} p(\mathbf{x}, t) + \mathbf{v}_w \cdot \nabla_{\perp} \nabla_{\perp} p(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{v}_w \right] = \\ = \nabla \cdot \mathbf{F}_0(\mathbf{x}, t), \quad z > 0, \end{aligned} \quad (1)$$

разом з іншими співвідношеннями лінійної акустики та динамічної теорії

пружності, враховуючи умови спряження двох середовищ на площині $z = 0$:

$$\sigma_z + p_{\text{tot}} = 0, \quad \tau_{xz} = 0, \quad \tau_{yz} = 0, \quad u_{sz} = u_{\text{tot},z}, \quad (2)$$

де

$$p_{\text{tot}} = p_{\text{rad}} + p_{\text{ref}}, \quad u_{\text{tot},z} = u_{\text{rad},z} + u_{\text{ref},z}, \quad (3)$$

p_{tot} і $u_{\text{tot},z}$ – повний тиск і повне переміщення частинок в акустичному півпросторі $z \geq 0$; c – швидкість звуку в ньому; $\sigma_z, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ – компоненти тензора напружень; u_{sz} – нормальне переміщення в пружному півпросторі $z \leq 0$; $\mathbf{x} = \boldsymbol{\xi} + \mathbf{i}_z z$ – радіус-вектор у тривимірному просторі, а $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{i}_x x + \mathbf{i}_y y$ – радіус-вектор у площині Oxy ; t – час, $\mathbf{v}_w = (v_{wx}, v_{wy}, 0)$; $v_{wx} = v_w \cos \theta_w$; $v_{wy} = v_w \sin \theta_w$; ∇ – оператор Гамільтона, $\nabla = \nabla_{\perp} + \mathbf{i}_z \partial / \partial z$, причому $\nabla_{\perp} = \mathbf{i}_x \partial / \partial x + \mathbf{i}_y \partial / \partial y$; $\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_z$ – одиничні вектори.

Рівняння (1) виконується для акустичної хвилі, випромінюваної рухомим джерелом, тобто $p(\mathbf{x}, t) = p_{\text{rad}}(\mathbf{x}, t)$. Для звуку, відбитого від межі поділу двох середовищ $z = 0$, тобто для $p(\mathbf{x}, t) = p_{\text{ref}}(\mathbf{x}, t)$, рівняння (1) виконується, але при цьому масова сила відсутня, $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t) = 0$.

Під час зльоту літака масова сила відповідає руху точкового джерела звуку:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{F}_0 G(\mathbf{x}, t), \quad (4)$$

де

$$G(\mathbf{x}, t) = e^{-i\Omega t} \delta(x' - v_2 t) \delta(y) \delta(z') H(t - t_0), \quad (5)$$

$$x' = (x - x_0) \cos \gamma + (z - z_0) \sin \gamma, \quad y' = y,$$

$$z' = -(x - x_0) \sin \gamma + (z - z_0) \cos \gamma. \quad (6)$$

Тут $\mathbf{F}_0 = (F_{0x}, F_{0y}, F_{0z})$ – вектор сталих дійсних амплітуд масової сили; $\delta(x)$ – δ -функція Дірака; $H(t)$ – функція Гевісайда; $v_2 = v_1(t_0)$; $t_0 = (\sqrt{v_0^2 + 4w_0 x_0} - x_0) / (2w_0)$; $x_0 = v_1(t_0)t_0 = v_2 t_0$, причому $v_1(t) = v_0 + w_0 t$ – швидкість, що відповідає першому етапу прискореного паралельного до землі руху точкового джерела звуку, де v_0 – швидкість руху в початковий момент спостереження $t = 0$, w_0 – прискорення. Таким чином, у момент переходу до етапу піднесення $t = t_0$ швидкість руху джерела звуку, яке переміщується під кутом γ до осі Ox , залишається сталою.

Як і у праці [4], для розв'язування задачі використовуємо інтегральні перетворення Фур'є за часом t і просторовими змінними x, y . У результаті одержимо такі співвідношення для комплексних амплітуд акустичних тисків у випромінєній і відбитій від поверхні пружного півпросторі хвилях:

$$p_{\text{rad}}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{F}_0 \cdot \nabla P_{\text{rad}}(\mathbf{x}, t) \boldsymbol{\xi}, \quad (7)$$

$$p_{\text{ref}}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{F}_0 \cdot \tilde{\nabla} P_{\text{ref}}(\mathbf{x}, t), \quad \tilde{\nabla} \equiv \nabla_{\perp} - \mathbf{i}_z \partial / \partial z, \quad (8)$$

де

$$P_{\text{rad}}(\mathbf{x}, t) = -\frac{i}{4\pi} \int_{t_0}^{\infty} \frac{1}{R_w[\mathbf{x}^-(t')] } e^{-i\Omega t'} \delta\{f[\mathbf{x}^-(t'), t - t']\} dt', \quad (9)$$

$$P_{\text{ref}}(\mathbf{x}, t) = -\frac{i}{4\pi} \int_{t_0}^{\infty} \frac{R_s[\mathbf{x}^+(t')]}{R_w[\mathbf{x}^+(t')]} e^{-i\Omega t'} \delta\{f[\mathbf{x}^+(t'), t-t']\} dt', \quad (10)$$

$R_s[\mathbf{x}^+(t)]$ – коефіцієнт відбиття [4],

$$f[\mathbf{x}^{\pm}(t'), t-t'] = t-t' - \frac{1}{c\alpha_{xy}} \{R_w[\mathbf{x}^{\pm}(t')] - \mathbf{M}_w \cdot \boldsymbol{\xi}(t')\},$$

$$R_w[\mathbf{x}^{\pm}(t)] = \sqrt{\alpha_y x^2(t) + \alpha_x y^2 + 2\beta_{xy} x(t)y + \alpha_{xy} [z^{\pm}(t)]^2},$$

$$\mathbf{x}^{\pm}(t) = \boldsymbol{\xi}(t) + \mathbf{i}_z z^{\pm}(t), \quad \boldsymbol{\xi}(t) = x(t)\mathbf{i}_x + y\mathbf{i}_y,$$

$$x(t) = x - x_0 - v_{2x}t, \quad z^{\pm}(t) = z \mp (z_0 + v_{2z}t),$$

$$\alpha_x = 1 - M_{wx}^2, \quad \beta_{xy} = M_{wx}M_{wy}, \quad \alpha_{xy} = 1 - M_{wx}^2 - M_{wy}^2,$$

$$M_{wx} = v_{wx}/c, \quad M_{wy} = v_{wy}/c, \quad v_{2x} = v_2 \cos \gamma, \quad v_{2z} = v_2 \sin \gamma. \quad (11)$$

Після обчислення інтегралів у формулах (9) і (10) з використанням властивостей δ -функції [2]:

$$\delta\{f[\mathbf{x}^{\pm}(t'), t-t']\} = \sum_j \frac{\delta(t' - t_j^{\pm})}{\left| \frac{df}{dt'}[\mathbf{x}^{\pm}(t'), t-t'] \right|_{t'=t_j^{\pm}}}, \quad (12)$$

$$\int_a^b g(t') \delta(t-t') dt' = g(t)[H(t-a) - H(t-b)], \quad (13)$$

де $t' = t_j^{\pm}$ – корені рівняння $f[\mathbf{x}^{\pm}(t'), t-t'] = 0$, отримуємо такі результати:

$$p_q(\mathbf{x}, t) = iK\mathbf{F}_0 \cdot \boldsymbol{\Phi}_q(\mathbf{x}, t) P_q(\mathbf{x}, t), \quad q = \text{rad, ref}, \quad K = \Omega/c, \quad (14)$$

де

$$P_{\text{rad}}(\mathbf{x}, t) = -\frac{i}{4\pi\tilde{R}_w[\mathbf{x}^-(t)]} \exp(-i\Omega t^-) H(t^- - t_0),$$

$$P_{\text{ref}}(\mathbf{x}, t) = -\frac{iR_s[\mathbf{x}^+(t)]}{4\pi\tilde{R}_w[\mathbf{x}^+(t)]} \exp(-i\Omega t^+) H(t^+ - t_0), \quad (15)$$

а

$$\boldsymbol{\Phi}_{\text{rad}}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\tilde{\alpha}_{xyz}} \left\langle \frac{\mathbf{r}_{\text{rad}}[\mathbf{x}^-(t)]}{\tilde{R}_w[\mathbf{x}^-(t)]} \left\{ 1 + \frac{\tilde{\alpha}_{xyz}}{iK\tilde{R}_w[\mathbf{x}^-(t)]} \right\} - \right.$$

$$\left. - (\tilde{M}_{wx}\mathbf{i}_x + M_{wy}\mathbf{i}_y - M_{2z}\mathbf{i}_z) \right\rangle,$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{\text{ref}}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\tilde{\alpha}_{xyz}} \left\langle \frac{\mathbf{r}_{\text{ref}}[\mathbf{x}^+(t)]}{\tilde{R}_w[\mathbf{x}^+(t)]} \left\{ 1 + \frac{\tilde{\alpha}_{xyz}}{iK\tilde{R}_w[\mathbf{x}^+(t)]} \right\} - \right.$$

$$\left. - (\tilde{M}_{wx}\mathbf{i}_x + M_{wy}\mathbf{i}_y + M_{2z}\mathbf{i}_z) \right\rangle. \quad (16)$$

У формулах (15) і (16)

$$\tilde{R}_w[\mathbf{x}^{\pm}(t)] = \{\alpha_{yz}x^2(t) + \tilde{\alpha}_{xz}y^2 + \tilde{\alpha}_{xy}[z^{\pm}(t)]^2 +$$

$$+ 2[\tilde{\beta}_{xy}x(t)y - \beta_{yz}yz(t) - \tilde{\beta}_{xz}x(t)z^{\pm}(t)]\}^{1/2},$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_{\text{rad}}[\mathbf{x}^-(t)] &= r_{wx}[\mathbf{x}^-(t)]\mathbf{i}_x + r_{wy}[\mathbf{x}^-(t)]\mathbf{i}_y + r_{wz}[\mathbf{x}^-(t)]\mathbf{i}_z, \\
\mathbf{r}_{\text{ref}}[\mathbf{x}^+(t)] &= r_{wx}[\mathbf{x}^+(t)]\mathbf{i}_x + r_{wy}[\mathbf{x}^+(t)]\mathbf{i}_y - r_{wz}[\mathbf{x}^+(t)]\mathbf{i}_z, \\
r_{wx}[\mathbf{x}^\pm(t)] &= \alpha_{yz}x(t) + \tilde{\beta}_{xy}y - \tilde{\beta}_{xz}z^\pm(t), \\
r_{wy}[\mathbf{x}^\pm(t)] &= \tilde{\beta}_{xy}x(t) + \tilde{\alpha}_{xz}y - \beta_{yz}z^\pm(t), \\
r_{wz}[\mathbf{x}^\pm(t)] &= -\tilde{\beta}_{xz}x(t) - \beta_{yz}y + \tilde{\alpha}_{xy}z^\pm(t), \\
\mathbf{x}^\pm(t) &= x(t)\mathbf{i}_x + y\mathbf{i}_y + z^\pm(t)\mathbf{i}_z, \\
t^\pm &= t - \frac{1}{c\tilde{\alpha}_{xyz}}\{\tilde{R}_w[\mathbf{x}^\pm(t)] - [\tilde{M}_{wx}x(t) + M_{wy}y - M_{2z}z^\pm(t)]\}, \\
\tilde{\alpha}_{xyz} &= 1 - \tilde{M}_{wx}^2 - M_{wy}^2 - M_{2z}^2, \quad \tilde{\alpha}_{xy} = 1 - \tilde{M}_{wx}^2 - M_{wy}^2, \\
\alpha_{yz} &= 1 - M_{wy}^2 - M_{2z}^2, \quad \tilde{\alpha}_{xz} = 1 - \tilde{M}_{wx}^2 - M_{2z}^2, \\
\tilde{\beta}_{xy} &= \tilde{M}_{wx}M_{wy}, \quad \beta_{yz} = M_{wy}M_{2z}, \quad \tilde{\beta}_{xz} = \tilde{M}_{wx}M_{2z}, \\
\tilde{M}_{wx} &= M_{wx} - M_{2x}, \quad M_{2x} = v_{2x}/c, \quad M_{2z} = v_{2z}/c.
\end{aligned} \tag{17}$$

Крім того, M_{wx} і M_{wy} – числа Маха для вітру, а M_{2x} і M_{2z} – числа Маха для рухомого точкового джерела звуку, $R_s[\mathbf{x}^+(t^+)]$ – коефіцієнт відбиття хвиль від поверхні пружного півпростору, залежний від швидкості звуку c і густини ρ акустичного середовища, а також швидкостей поздовжніх c_L і поперечних c_T хвиль та густини ρ_s пружного середовища. Використовуючи співвідношення (14)–(17), отримаємо сумарну комплексну амплітуду акустичного тиску від одиничного джерела звуку:

$$p_{\text{tot}}(\mathbf{x}, t) = p_{\text{rad}}(\mathbf{x}, t) + p_{\text{ref}}(\mathbf{x}, t). \tag{18}$$

Числовий аналіз звукового поля. Для шестимоторного літака генерований звук математично можемо змодельовати за формулою

$$p_{6,\text{tot}}(\mathbf{x}, t) = p_{\text{tot},r}(\mathbf{x}, t) + p_{\text{tot},\ell}(\mathbf{x}, t), \tag{19}$$

де $p_{\text{tot},r}(\mathbf{x}, t)$ – акустичний тиск, збуджений правими двигунами літака, а $p_{\text{tot},\ell}(\mathbf{x}, t)$ – лівими, причому

$$\begin{aligned}
p_{\text{tot},r}(\mathbf{x}, t) &= p_{\text{rad},r}(\mathbf{x}, t) + p_{\text{ref},r}(\mathbf{x}, t), \\
p_{\text{tot},\ell}(\mathbf{x}, t) &= p_{\text{rad},\ell}(\mathbf{x}, t) + p_{\text{ref},\ell}(\mathbf{x}, t),
\end{aligned} \tag{20}$$

а

$$\begin{aligned}
p_{q,r}(\mathbf{x}, t) &= i\mathbf{F}_{0,r}K \cdot \sum_{n=1}^3 \Phi_q(\mathbf{x}, t)P_q(\mathbf{x}, t) \Big|_{x \rightarrow x-x_n, y \rightarrow y+y_n, z_0 \rightarrow z_n}, \\
p_{q,\ell}(\mathbf{x}, t) &= i\mathbf{F}_{0,\ell}K \cdot \sum_{n=1}^3 \Phi_q(\mathbf{x}, t)P_q(\mathbf{x}, t) \Big|_{x \rightarrow x-x_n, y \rightarrow y-y_n, z_0 \rightarrow z_n}, \\
q &= \text{rad, ref.}
\end{aligned} \tag{21}$$

Тут x_n, y_n, z_n , $n = 1, 2, 3$, – координати точкових джерел звуку в початковий момент часу $t = 0$. Далі припускаємо, що $\mathbf{F}_{0,r} = (F_{0x}, -F_{0y}, F_{0z})$, $\mathbf{F}_{0,\ell} = (F_{0x}, F_{0y}, F_{0z})$.

Аналізуючи шум поблизу злітної смуги, важливо врахувати миттєвий акустичний тиск $I(\mathbf{x}, t)$ (відносна густина струменя акустичної потужності)

від дії двигунів літака (в децибелах). Для його обчислення потрібно взяти до уваги неперервне випромінювання звуку на стадії як розбігу, так і зльоту літака. Позначимо комплексні амплітуди акустичного тиску на першій стадії (це відповідні розв'язки, подані в статті [4]) індексом 1, а на другій – індексом 2. Тоді сумарний тиск для обох стадій можна записати як

$$p_{6,tot}(\mathbf{x}, t) = p_{6,tot,1}(\mathbf{x}, t) + p_{6,tot,2}(\mathbf{x}, t), \quad (22)$$

а миттєвий – як

$$I(\mathbf{x}, t) = 20 \lg(|p_{6,tot}(\mathbf{x}, t)|/p_0), \quad (23)$$

де p_0 – пороговий акустичний тиск на частоті 1кГц ($p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Па).

Акустичний тиск проаналізуємо за умови, що $F_{0x} = F_{0y} = F_{0z} = F_0$.

Можна показати, що $F_0 K = 4\pi \cdot 10^{(I_0/20)} p_0 \cdot 1\text{м}$, де I_0 – інтенсивність шуму окремого авіаційного двигуна на віддалі 1 м.

Числовий аналіз виконаємо для літака Ан-225 «Мрія», для турбореактивних двигунів якого типу Д-18Г-«Мотор Січ» можна вибрати такі параметри: $I_0 = 120$ дБ, $\Omega = 6$ кГц, $x_1 = 9.2$, $x_2 = 4.0$, $x_3 = 0$, $y_1 = 9.5$, $y_2 = 17.3$, $y_3 = 24.5$, $z_1 = 4.8$, $z_2 = 4.3$, $z_3 = 40$ (у метрах)*. Політ відбувається в повітрі, густина якого $\rho = 1.293$ кг/м³, і швидкість звуку $c = 331$ м/с. Злітна смуга покрита бетоном, для якого [9] $\rho_s = 2617$ кг/м³, $c_L = 4377$ м/с і $c_T = 2413$ м/с. Всі обчислення здійснюємо, припускаючи, що точки спостереження розміщені на висоті $z = 10$ м від поверхні землі. При цьому швидкість розбігу літака в момент $t = 0$, який вибираємо за початковий, $v_0 = 20$ км/год, а в момент його відриву від злітної смуги $v_2 = 300$ км/год. Якщо вважати, що довжина розбігу з прискоренням $w_0 = 2.16$ м/с² дорівнює $x_0 = 1200$ м, то тривалість пробігу літака злітною смугою $t_0 = 36$ с.

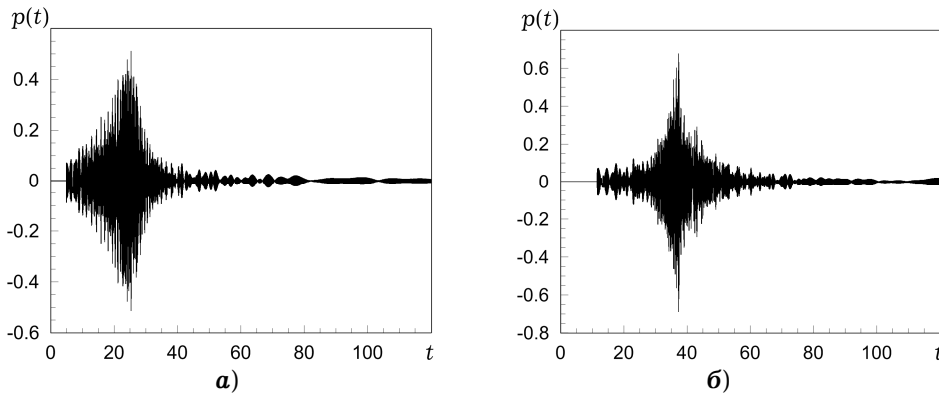


Рис. 2

На рис. 2 зображено сигнали у вигляді повного (випроміненого і відбитого) акустичного тиску $p(t) = \text{Re}(p_{6,tot})$ (у Па), обчисленого, відповідно, в різних точках $x = 1500$ і $x = 3500$ м при $y = -450$ м. Максимальні амплітуди цих сигналів (порядку $0.5 \div 0.7$ Па) відповідають моментам надходження фронту акустичної хвилі найкоротшим шляхом від літака до точки спостереження. Як бачимо, структура сигналу суттєво залежить від розміщення літака в повітрі, але загалом за формою нагадує амплітуду коливач частотно-модульованої системи під час її проходження через резонанс.

* Дані наводимо за джерелом: <http://mil.in.ua/produktsiya/bagatotsilovyy-transportnyu-litak-an-225-mriya>.

Графіки на рис. 3 ілюструють вплив зміни швидкості вітру $v_w = 20, 40, 60$ і 80 км/год на цей акустичний імпульс, який моделюємо в точці спостереження $x = 3500$ м, $y = -450$ м за сталого напрямку вітру $\theta_w = 180^\circ$. На рис. 4 зображено сигнал акустичного тиску у тій самій точці спостереження за зміни напрямку вітру $\theta_w = 180, 150, 120, 90^\circ$ при швидкості $v_w = 40$ км/год. Отже, як і на стадії розбігу літака, зміни швидкості і напрямку вітру під час зльоту суттєво впливають на інтерференційну структуру акустичного тиску. При цьому зі збільшенням швидкості вітру максимальна амплітуда звукової хвилі зростає, а зміна напрямку вітру з зустрічного на бічний зменшує амплітуду сигналу і зумовлює деяке розповзання його структури в часі.

Основною характеристикою оцінки дії шуму на оточуюче середовище є рівень акустичного тиску $I(\mathbf{x}, t)$ (23).

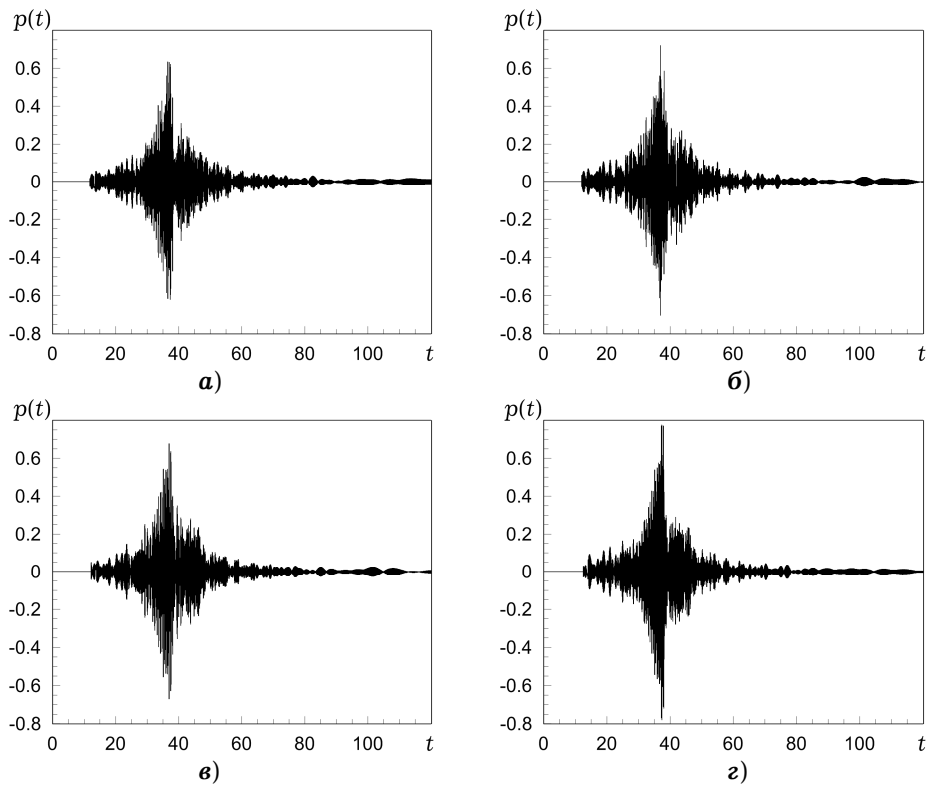
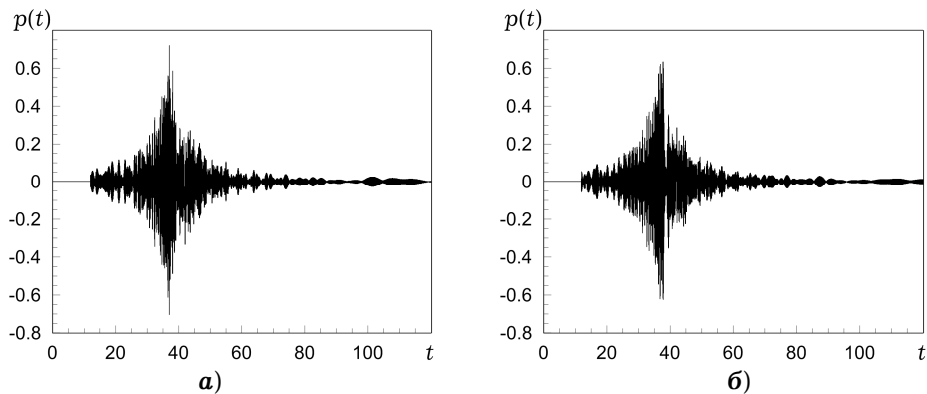


Рис. 3



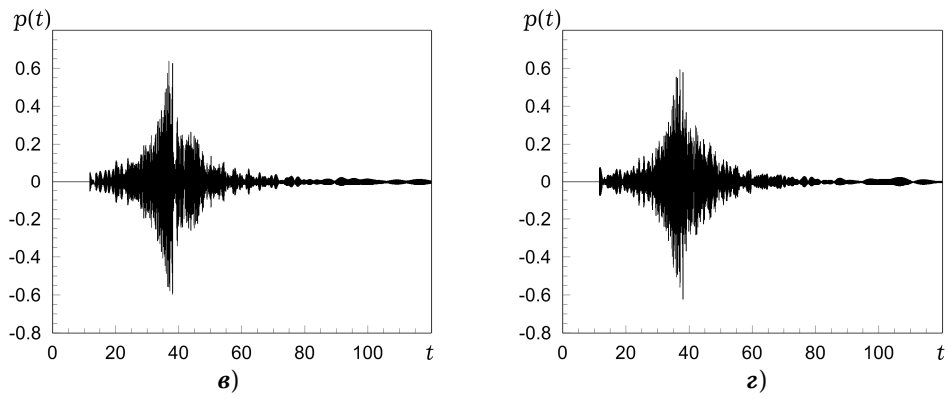


Рис. 4

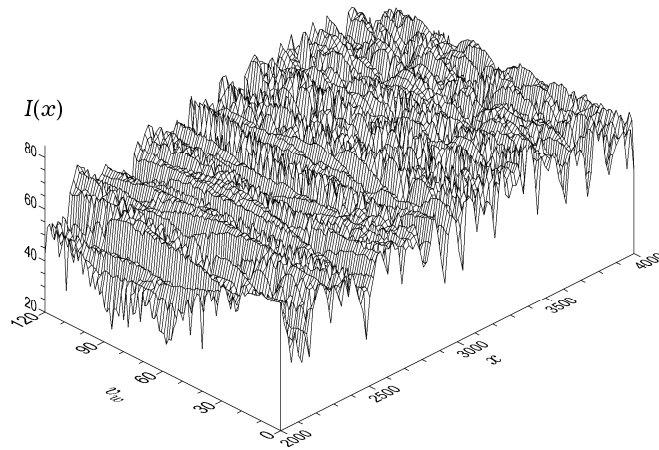


Рис. 5

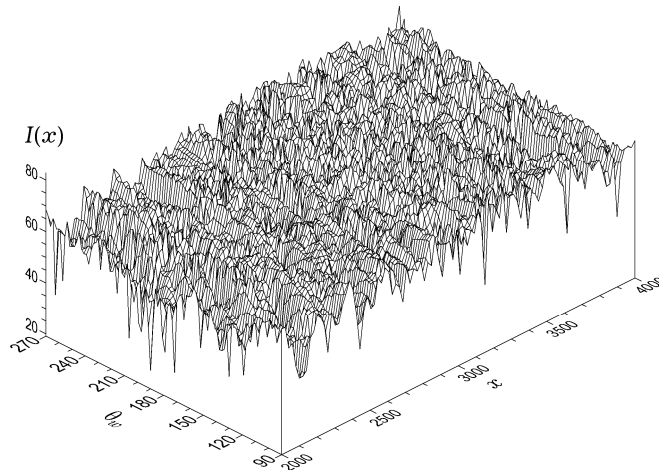
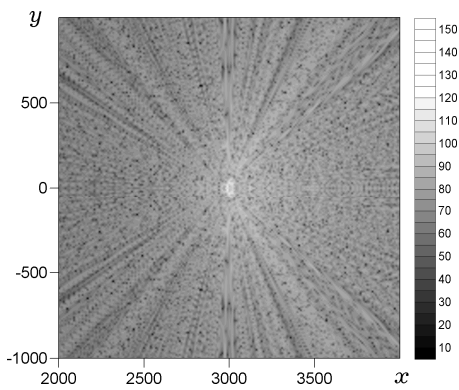


Рис. 6

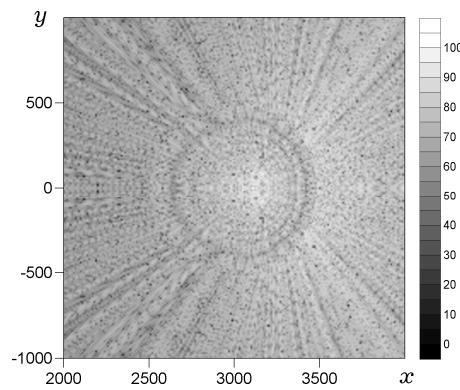
Рис. 5 відтворює миттєву залежність цієї характеристики від швидкості вітру v_w у діапазоні від 0 до 120 км/год за сталого його напрямку $\theta_w = 180^\circ$, обчислену вздовж лінії $2000 \leq x \leq 4000$ м, $y = -450$ м при $t = 40$ с, що відповідає приблизному розміщенню літака в точках $x = 3290$ м і $z = 172$ м. Подібно (рис. 6) проілюстрована та сама характеристика за тих самих просторово-

часових параметрів залежно від напрямку вітру θ_w у межах від 90° до 270° за сталої швидкості $v_w = 60$ км/год. Як і на стадії розбігу літака, під час зльоту зі зміною параметрів вітру ускладнюється інтерференційна картина формування структури миттєвого акустичного тиску, максимальні значення якого перевищують 80дБ.

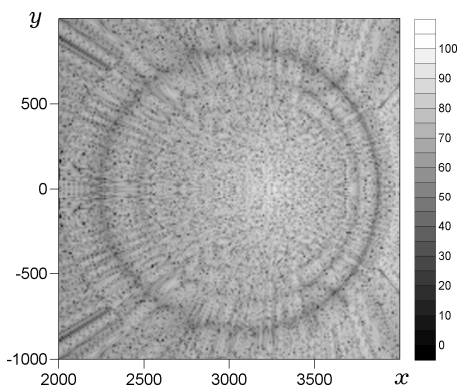
На рис. 7 подано розподіли акустичного тиску $I(x, y)$ у площині Oxy , $2000 \leq x \leq 4000$ м, $0 \leq |y| \leq 1000$ м, обчислені на тій самій висоті $z = 10$ м у різні моменти часу (зірочками позначено приблизні координати знаходження літака) за відсутності вітру. Рис. 7а відповідає моменту зльоту літака. Тут можна зауважити [4], що головні пелюстки максимальних рівнів акустичного тиску розміщені приблизно під кутами $\pm 140^\circ$ до осі його руху, що збігається з експериментальними даними [30]. Піднесення літака над льотвищем (рис. 7б–ж) призводить до того, що в площині $z = 10$ м виникають майже кругові, овальні ізолінії миттєвого акустичного тиску з розбіжними зовнішніми радіальними променями, причому що вище піднімається джерело звуку, тим більші радіуси кіл. Максимальні значення цих рівнів припадають на центри кіл і за 9 с зменшуються приблизно від 125 до 80дБ. Рис. 7ж стосується ситуації, коли проекція точки розміщення літака на площину $z = 10$ м знаходиться поза межами області спостережень. Отже, генероване акустичне поле має яскраво виражений інтерференційний характер зі значними, порядку 70дБ, рівнями акустичного тиску на поверхні 2000×2000 м навіть за суттєвої віддалі від джерела звуку.



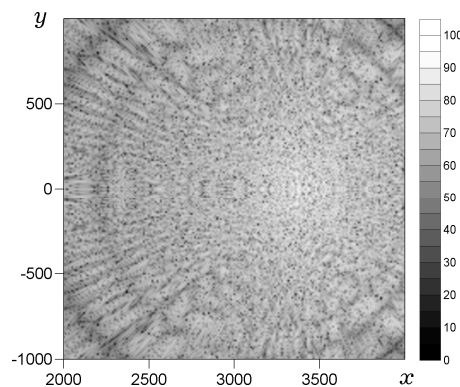
а) $t = 36$ с ($x^* = 3000$ м, $z^* = 5$ м)



б) $t = 37.5$ с ($x^* = 3108$ м, $z^* = 67$ м)



в) $t = 39$ с ($x^* = 3217$ м, $z^* = 130$ м)



г) $t = 40.5$ с ($x^* = 3325$ м, $z^* = 192$ м)

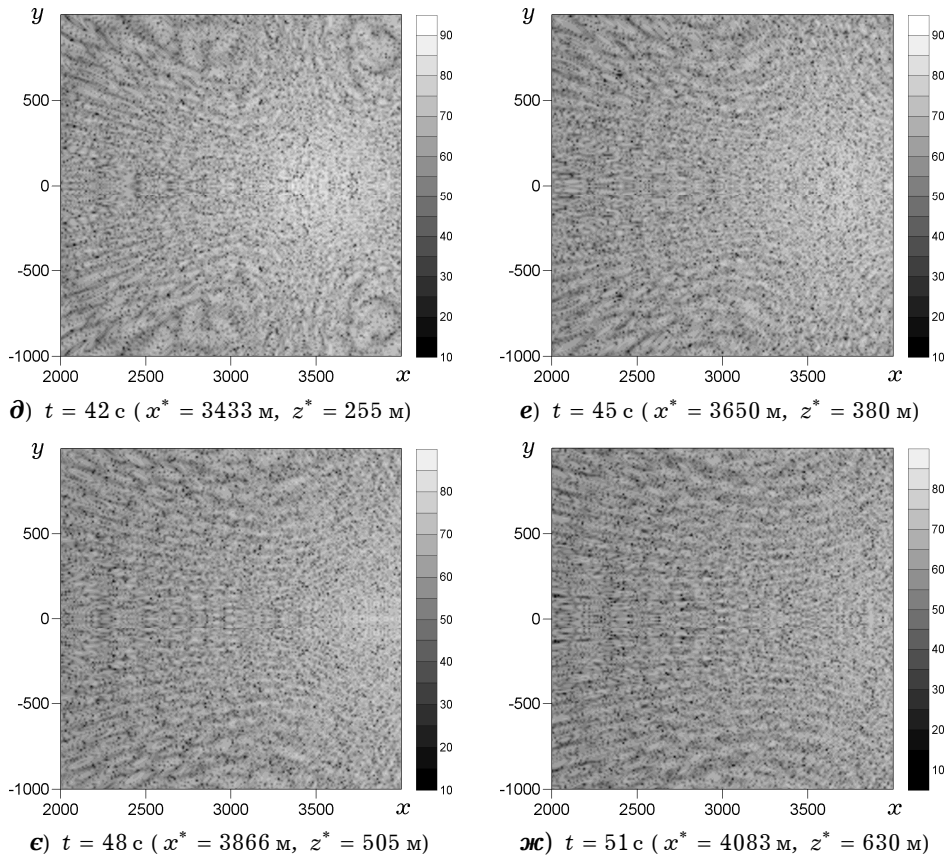


Рис. 7

Рис. 8 і 9 ілюструють подібні розподіли рівнів акустичного тиску, відповідно, в площинах Oxz ($2000 \leq x \leq 4000$ м, $y = -450$ м) і Oyz ($x = 3500$ м, $0 \leq |y| \leq 1000$ м) для $0 < z \leq 100$ м у момент часу $t = 39$ с. Криві ізоліній тепер мають квазіпараболічний характер, максимуми яких знаходяться у найближчих до джерела місцях (розташованого в цю мить у точці $x^* = 3217$ м, $z^* = 130$ м).

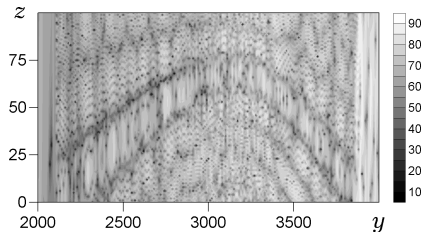


Рис. 8

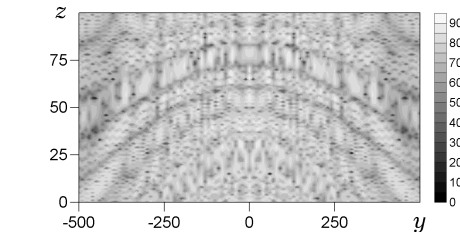


Рис. 9

Висновки. Аналітично описано випромінювання і відбиття звукових хвиль, генерованих точковим джерелом, що рухається зі сталою швидкістю під деяким кутом до плоскої поверхні поділу між рухомим акустичним середовищем і пружним півпростором. На основі методу суперпозиції розв'язок цієї задачі поширено для декількох точкових джерел, якими змодельовано двигуни літака під час зльоту. Як приклад оцінено звукове поле, генероване шестимоторним транспортним турбореактивним літаком типу Ан-225 «Мрія» під час зльоту. При цьому в комплексній амплітуді акустичного тиску використано сумарні складові, отримані під час розбігу і зльоту.

Числовими розрахунками встановлено, що в загальному випадку сигнал акустичного тиску є амплітудно-модульованим імпульсом, максимальна амплітуда якого припадає на момент найближчого проходження літака біля

точки спостереження (тиск порядку 0.5÷0.7 Па). При цьому часова смуга максимуму звужується з набиранням висоти. З віддаленням літака сигнал набуває форми багатоцугового імпульсу з амплітудами порядку 0.05 Па і нижче.

Вплив руху середовища (вітру) на акустичний сигнал позначається на фазах окремих складових сигналу, а отже, змінюється його внутрішня структура і деякою мірою – рівні максимальних амплітуд. Але загалом цей вплив не має монотонного характеру. Наприклад, зі збільшенням швидкості вітру або зміною його напрямку максимальна амплітуда акустичного тиску може як збільшуватись, так і зменшуватись. Це підтверджують обчислення миттєвих рівнів акустичного тиску.

З піднесенням літака над летовищем, коли слабшає вплив відбитої хвилі від злітної смуги, інтерференційний просторовий розподіл рівня акустичного тиску значно змінюється. Локальне підвищення амплітуди цієї характеристики в площині, паралельній до поверхні летовища, розпливається в просторі, ізолінії набувають форми кіл, радіуси яких розширюються з віддаленням літака. У поперечних площинах вони параболічні. Упродовж 9с від початку зльоту літака максимальна амплітуда миттєвого рівня акустичного тиску зменшується від 125 до 80дБ. Візуально його ізолінії нагадують фронти ударних хвиль.

1. Велижаніна К. А., Ржевкін С. Н. К вопросу об анализе шума движущегося самолета // Журн. техн. физики. – 1947. – **17**, № 12. – С. 1483–1490.
2. Кеч В., Теодореску П. Введение в теорию обобщенных функций с приложениями в технике. – Москва: Мир, 1978. – 520 с.
3. Мельников Б. Н. О влиянии скорости полета самолета Ту-124 на излучаемый его двигателями шум // Акуст. журн. – 1964. – **10**, № 3. – С. 327–329.
4. Піддубняк О. П., Піддубняк Н. Г. Випромінювання звуку літаком під час розбігу на злітній смузі // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2013. – **56**, № 1. – С. 115–126.
Te same: Piddubnyak O. P., Piddubnyak N. H. Emission of sound by an aircraft during its take-off run along the runway // J. Math. Sci. – 2014. – **201**, No. 2. – P. 136–151.
5. Airport Cooperative Research Program (ACRP) Synthesis 9: Effects of aircraft noise. Research update on selected topics. A synthesis of airport practice / Consultant V. Mestre. – Washington: Transportation Res. Board, 2008. – ix+91 p.
6. Antoine N. E. Aircraft optimization for minimal environmental impact: PhD Thesis. – Stanford Univ., 2004. – xvii+109 p.
7. Brentner K. S., Farassat F. Modeling aerodynamically generated sound of helicopter rotors // Progr. Aerosp. Sci. – 2003. – **39**, No. 2-3. – P. 83–120.
8. Crichton D., de la Rosa Blanco E., Law T. R., Hileman J. I. Design and operation for ultra low noise take-off // In: 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 8–11 Jan., 2007, Reno, Nevada [AIAA-2007-456.] – Cambridge: Amer. Inst. Aeronautics and Astronautics, 2007. – 18 p.
9. Eriksson Ch., Bluhm G., Hilding A., Östenson C.-G., Pershagen G. Aircraft noise and incidence of hypertension – Gender specific effects // Environ. Res. – 2010. – **110**, No. 8. – P. 764–772.
10. Farassat F., Casper J. H. Towards an airframe noise prediction methodology: Survey of current approaches // In: 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Jan. 9–12, 2006, Reno, Nevada [AIAA-2006-0210.] – 12 p.
11. Gordijn H., Hornis W. Noise around airports // In: GARS-Workshop on Aviation and the Environment, Cologne, 28–29 Nov., 2007. – 14 p.
12. Griefahn B., Marks A., Robens S. Noise emitted from road, rail and air traffic and their effects on sleep // J. Sound Vib. – 2006. – **295**, No. 1-2. – P. 129–140.
13. Hameed M. K., Hydri A. S., Khizar R. Effects of jet engine noise on hearing thresholds // Pak. J. Otolaryngol. – 2010. – **26**. – P. 3–6.
14. Khardi S. An experimental analysis of frequency emission and noise diagnosis of commercial aircraft on approach // J. Acoustic Emission. – 2008. – **26**. – P. 290–310.
15. Leverton J. W. Twenty-five years of rotorcraft aeroacoustics: Historical prospective and important issue // J. Sound Vib. – 1989. – **133**, No. 2. – P. 261–287.
16. Manandhar Ashish, Shuai Zhang, Xiong Qing Yu. Tradeoff of airframe noise and field length in conceptual design of airliner // Appl. Mech. Mater. – 2013. – **295–298**. – P. 2026–2029.

17. *Mathes H. B., Price E. W.* Methods for determining characteristics of acoustic waves in rocket motors // *J. Spacecraft Rockets*. – 1975. – **12**, No. 1. – P. 39–43.
18. *Meister E. A.* Aircraft noise stress and the effects on human health: A cross-sectional study in Metropolitan Minnesota: PhD Thesis. – Oregon State Univ., 1996. – xiii+205 p.
19. *Nejjari F., Prats X., Puig V., Quevedo J., Polit M., Ouattarad B., Achaiboue K., Mora-Camino F.* Containing aircraft noise levels at take-off: A mathematical programming approach // In: *Proc. 34th Int. Congress on Noise Control Engineering 2005 (INTERNOISE 2005)*, 7–10 Aug., 2005, Rio de Janeiro, Brazil. – 10 p.
20. *Norgia L.* A graphical optimization of take-off noise abatement procedures for subsonic aircraft // *J. Sound Vib.* – 1999. – **222**, No. 3. – P. 489–501.
21. *Ollerhead J. B.* DORA Report 9120. The CAA aircraft noise contour model: ANCON Version 1. – Cheltenham: Civil Aviation Authority/Department of Transport, 1992. – vii+20+[14] p.
22. *Peters A.* Assessment of propfan propulsion systems for reduced environmental impact: MS Thesis. – Massachusetts Inst. Technol., 2010. – 138 p.
23. *Pianko M.* Étude de bruit des avions au décollage // *Aéronautique et l'astronautique*. – 1970. – **2**, No. 18. – P. 4–14.
24. *Pianko M.* Study of aircraft noise during take-off. – NASA Technical translation TT F-14468. – Washington, 1972. – 30 p.
25. *Schulten J. B. H. M.* Frequency-domain method for the computation of propeller acoustics // *AIAA J.* – 1988. – **26**, No. 9. – P. 1027–1035.
26. *Sharp B. H., Gurovich Y. A., Albee W. W.* Status of low-frequency aircraft noise research and mitigation. – Wyle Report WR 01-21. – Arlington: Acoustics Group, 2001. – 36 p.
27. *Sutherland L. C., Brown D.* Prediction methods for near field noise environments of VTOL aircraft. – AFFDL-TR 71-180. – Wright-Patterson AFB, 1972. – xxi+224 p.
28. *Vogelely A. W.* Sound-level measurements of a light airplane modified to reduce noise reaching the ground // *NACA Technical Report 926*. – Langley Field, 1948. – P. 115–120.
29. *Zaporozhets O. I., Tokarev V. I.* Acoustics at the Kyiv International University of Civil Aviation // *Appl. Acoust.* – 1998. – **55**, No. 2. – P. 89–98.
30. *Zaporozhets O., Tokarev V., Attenborough K.* Predicting noise from aircraft operated on the ground // *Appl. Acoust.* – 2003. – **64**, No. 10. – P. 941–953.
31. *Zhang X.* Aircraft noise and its nearfield propagation computations // *Acta Mech. Sinica*. – 2012. – **28**, No. 4. – P. 960–977.

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА САМОЛЕТОМ ПРИ ВЗЛЕТЕ

Рассмотрена задача излучения звука самолетом на стадии его взнесения над взлетной полосой аэродрома с учетом действия ветра. Источниками шума являются двигатели самолета, которые моделируются как точечные источники, двигающиеся в воздухе с постоянной скоростью под углом к плоской поверхности раздела акустического и упругого полупространств. Решение задачи получено с помощью интегральных преобразований Фурье по времени и пространственным переменным, а также с использованием свойств обобщенных функций и метода стационарной фазы. Численный анализ пространственно-временных распределений звукового давления и энергетических характеристик акустического поля выполнен на примере моделирования взлета шестимоторного самолета типа Ан-225 «Мрия».

SOUND RADIATION FROM AIRCRAFT DURING TAKE-OFF

The problem of sound radiation from airplane on the stage of its take-off above runway of aerodrome in windy condition is considered. The sources of sound are aircraft engines, which are modeling as point sources moved in air with constant velocity obliquely to the plane interface of acoustic and solid elastic half-spaces. The solution of problem is obtained by means of the integral Fourier-transforms over time and space variables means, and also using the generalized functions properties and stationary phase method. The numerical analysis of spatial and time distributions of sound pressure and energetic characteristics of acoustical field are carried out for the case of six-engine airplane of An-225 «Mriya» type during the take-off.

¹ Лодзька Політехніка, Лодзь, Польща,

Одержано

² Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів

27.09.15