

UDC 539.3

V. L. Bogdanov, V. M. Nazarenko

## ANALYSIS OF NON-CLASSICAL FRACTURE PROBLEMS OF PRE-STRESSED BODIES WITH INTERACTING CRACKS

*In this study two types of non-classical fracture mechanisms are considered, namely, the fracture of cracked bodies with initial (residual) stresses acting along the crack planes and fracture of solids under compression along parallel cracks. To investigate non-axisymmetric and axisymmetric problems for infinite solids containing two parallel co-axial cracks or a periodical set of co-axial parallel cracks we use a combined analytical-numerical method in the framework of three-dimensional linearized mechanics of solids. The analysis involves the representation of stresses and displacements of the linearized theory via harmonic potential functions. With the use of the integral Fourier – Hankel transformations the problems are reduced to resolving Fredholm integral equations of the second kind. This approach allows to investigate problems in a unified general form for compressible and non-compressible homogeneous isotropic or transversally isotropic elastic bodies with an arbitrary structure of the elastic potential, and the material specification of the model is carried out only at the stage of numerical calculation of resolving equations obtained in the general form. The effects of initial stresses on stress intensity factors are analyzed for highly elastic materials and layered composites (modeled as transversally isotropic elastic bodies). The «resonance-like» effects are found out when compressive initial stresses are reached the values that correspond to the local loss of material stability in the vicinity of the cracks, which, according to the combined method mentioned, allows one to determine critical (limiting) load parameters under compression of the body along the cracks. The conclusions concerning the dependences of stress intensity factors and critical (limiting) parameters of compression on geometrical parameters of the problems are formulated as well as on physical and mechanical characteristics of materials.*

## ДОСЛІДЖЕННЯ НЕКЛАСИЧНИХ ПРОБЛЕМ РУЙНУВАННЯ ПОПЕРЕДНЬО НАПРУЖЕНИХ ТІЛ ІЗ ВЗАЄМОДІЮЧИМИ ТРІЩИНАМИ

*Розглянуто два типи неklasичних механізмів руйнування, а саме: руйнування тіл з тріщинами в умовах дії спрямованих вздовж площин розташування тріщин початкових (залишкових) напружень і руйнування тіл при стисканні вздовж паралельних тріщин. При дослідженні неосесиметричних та осесиметричних задач для нескінченних тіл, що містять дві паралельні співвісні тріщини чи періодичну систему співвісних паралельних тріщин, застосовується комбінований аналітично-чисельний метод в рамках тривимірної лінеаризованої механіки деформівних тіл. З використанням подань напружень та переміщень в рамках лінеаризованої теорії через гармонічні потенціальні функції та шляхом застосування інтегральних перетворень Фур'є – Ганкеля задачі зводяться до розв'язуючих інтегральних рівнянь Фредгольма другого роду. Підхід дозволяє проводити дослідження задач в єдиній загальній формі для стисливих і нестисливих однорідних ізотропних або трансверсально-ізотропних тіл, а конкретизація моделі матеріалу здійснюється лише на стадії чисельного розв'язку отримуваних в загальній формі розв'язуючих рівнянь. Проаналізовано вплив початкових напружень на коефіцієнти інтенсивності напружень для високоеластичних матеріалів та шаруватих композитів, які моделюються трансверсально-ізотропними тілами. При досягненні стискаючими початковими напруженнями значень, що відповідають локальній втраті стійкості матеріалу в околі тріщин, проявляються «резонансоподібні» ефекти, які, відповідно до зазначеного комбінованого методу, дозволяють визначати критичні (граничні) параметри навантаження при стисканні тіла вздовж тріщин. Сформульовано висновки про залежність коефіцієнтів інтенсивності напружень та критичних (граничних) параметрів стиску від геометричних параметрів задач та фізико-механічних характеристик матеріалів.*

## ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКЛАССИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ РАЗРУШЕНИЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ ТЕЛ СО ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИМИ ТРЕЩИНАМИ

Рассмотрены два типа неклассических механизмов разрушения, а именно: разрушение тел с трещинами в условиях действия направленных вдоль плоскостей расположения трещин начальных (остаточных) напряжений и разрушение тел при сжатии вдоль параллельных трещин. При исследовании неосесимметричных и осесимметричных задач для бесконечных тел, содержащих две параллельные соосные трещины или периодическую систему соосных параллельных трещин, применяется комбинированный аналитико-числовой метод в рамках трехмерной линеаризованной механики деформируемых тел. С использованием представлений напряжений и перемещений в рамках линеаризованной теории через гармонические потенциальные функции и путем применения интегральных преобразований Фурье – Ханкеля, задачи сводятся к разрешающим интегральным уравнениям Фредгольма второго рода. Подход позволяет проводить исследование задач в единой общей форме для сжимаемых и несжимаемых однородных изотропных или трансверсально-изотропных упругих тел, а конкретизация модели материала осуществляется лишь на стадии численного решения получаемых в общей форме разрешающих уравнений. Проанализировано влияние начальных напряжений на коэффициенты интенсивности напряжений для высокоэластических материалов и слоистых композитов, моделируемых трансверсально-изотропными упругими телами. При достижении сжимающими начальными напряжениями значений, соответствующих локальной потере устойчивости материала в окрестности трещин, обнаруживаются «резонансopodobные» эффекты, которые, согласно указанному комбинированному методу, позволяют определять критические (предельные) параметры нагружения при сжатии тела вдоль трещин. Сформулированы выводы о зависимости коэффициентов интенсивности напряжений и критических (предельных) параметров сжатия от геометрических параметров задач и физико-механических характеристик материалов.

S. P. Timoshenko Inst. of Mechanics  
of NAS of Ukraine, Kiev

Received  
18.01.16