

## ВИБІР ІНФОРМАТИВНИХ ПАРАМЕТРІВ ВХОДУ ДЛЯ ІНВЕРСНИХ НЕЙРОМЕРЕЖЕВИХ МОДЕЛЕЙ СПОСТЕРЕЖУВАНИХ СИСТЕМ

*Розглядається задача про визначення параметрів сітки вимірювань, яка забезпечує точність і стійкість розв'язку оберненої задачі. Вибір точок вимірювань здійснюється в припущенні про існування найбільш інформативних даних. Наводяться результати, які ілюструють вплив кількості точок вимірювань на результат відновлення параметрів функції навантаження, що діє на циліндричну оболонку у смугі, розташованій вздовж довжини оболонки.*

**Вступ.** Методи розв'язування обернених задач для рівнянь математичної фізики досить різноманітні [4–8]. При цьому для всіх методів характерні обчислювальні труднощі, пов'язані з некоректністю зазначених задач, а також з високою розмірністю алгоритмів, що використовуються. Якщо здійснити занурення розв'язків оберненої задачі та відповідної прямої задачі у багатовимірний простір, то можливе використання нейромережевої моделі для формулювання та розв'язання оберненої задачі. У цьому випадку задача зводиться до типової задачі апроксимації функції багатьох змінних, тобто до зображення розв'язку оберненої задачі за заданим набором прикладів – розв'язків прямих задач.

При використанні налаштованої нейронної мережі як інструмента ідентифікації спостережуваної системи важливим з точки зору забезпечення адекватності моделі є вибір параметрів входу нейронної мережі. У роботі вперше пропонується підхід, що забезпечує обґрунтований вибір інформативних параметрів входу нейромережевої моделі при розв'язанні оберненої задачі для нелінійних рівнянь типу Кармана.

**1. Постановка задачі.** Розглядається крайова задача, що описує поведінку системи:

$$F(U(X, H), H(X)) = 0, \quad X \in \Omega, \quad \text{при} \quad G(U_\Gamma, H(X)) = G_0, \quad (1)$$

де  $F(\cdot)$  – заданий нелінійний диференціальний оператор типу Кармана, який діє в області  $\Omega = \{X \mid X = (x, y, z) \in R^3\}$ ;  $G(\cdot)$  – диференціальний оператор, заданий на контурі  $\Gamma$  області  $\Omega$ ;  $X = \{x, y, z\}$  – вектор просторових координат;  $U(X, H)$  – вектор-функція невідомих прямої задачі при відомих значеннях вектор-функцій  $H(X)$ ,  $G_0$ ;  $H(X)$  – вектор-функція невідомих оберненої задачі, яка визначається за інформацією

$$\tilde{P}(U(X, H))|_{\gamma_k} = \tilde{P}_k^*, \quad (2)$$

де  $\tilde{P}(U(X, H))$  – функція, яка характеризує стан системи при відомих значеннях вектор-функцій  $H(X)$  та обчислюється із використанням розв'язку  $U(X, H)$  задачі (1);  $\tilde{P}_k^*$  – виміряні значення функції  $\tilde{P}(U(X, H))$  у точках  $\gamma_k \in \Omega$ ;  $\gamma_k$  – координати точок області  $\Omega$ , у яких виконують вимірювання параметрів стану,  $k = 1, \dots, K$ ;  $\tilde{P}^* = \{\tilde{P}_k^*\}$ .

За результатами спостережень  $\tilde{P}^*$  необхідно ідентифікувати вектор-функцію  $H(X)$ , яка може описувати як внутрішні властивості системи, так і зовнішній вплив на неї.

Для визначення вектор-функції  $H(X)$  використовується метод обернених задач, зокрема, метод квазірозв'язків [5]:

$$H = \arg \min_{H \in \bar{H}} J(H), \quad (3)$$

де

$$J(H) = (\tilde{P}_k(U(X, H)) - \tilde{P}_k^*)^\top (\tilde{P}_k(U(X, H)) - \tilde{P}_k^*), \quad (4)$$

$\bar{H}$  – компактна множина, на якій визначена вектор-функція  $H(X)$ ;  $\tilde{P}_k(U(X, H))$  – значення функції  $\tilde{P}(U(X, H))$  у точках  $\gamma_k$ , обчислені у результаті розв’язання прямої задачі (1).

Для розв’язання розглянутої задачі будемо використовувати інверсну нейронну мережу [2], входом якої є інформація  $\tilde{P}_k^*$ ,  $k = 1, \dots, K$ , а виходом – параметризована вектор-функція  $H(X)$ .

Тоді для розв’язання задачі (3), (4) необхідно:

1) зобразити вектор-функції  $U(X, H)$ ,  $H(X)$  і  $\tilde{P}(U(X, H))$  у параметричному вигляді;

2) розв’язати пряму задачу (1);

3) визначити значення функції  $\tilde{P}(U(X, H))$  за допомогою розв’язків  $U(X, H)$  прямої задачі (1);

4) налаштувати нейронну мережу на вибірці  $\{\tilde{P}^d(U(X, H)), H^d(X)\}$ , де  $d$  – номер набору у вибірці,  $d = 1, \dots, D$ ;

5) вибрати інформативні значення параметрів апроксимації функцій  $\tilde{P}(U(X, H))$ , які будуть використані як вектори входу нейронної мережі при ідентифікації системи.

**2. Математична модель прямої і оберненої задачі.** Визначення невідомих вектор-функцій  $U(X, H)$  задачі (1) і відповідних значень  $\tilde{P}(U(X, H))$  при фіксованих значеннях вектор-функції  $H(X)$  здійснюється шляхом дискретизації зазначених функцій на сітці  $X_n$ ,  $n = 1, \dots, N$ . Тоді вектор значень вектор-функцій у вузлах зображується у вигляді  $U = \{U(X_n, H)\}$ ,  $n = 1, \dots, N$ . Аналогічно вводяться сітки  $X_k$ ,  $k = 1, \dots, K$ , та  $X_p$ ,  $p = 1, \dots, P$ , для опису вектор-функцій  $\tilde{P}(U(X, H))$  та  $H(X)$ , відповідно, тобто формуються вектори значень  $P = \{P_k\}$ ,  $k = 1, \dots, K$ ,  $H = \{H_p\}$ ,  $p = 1, \dots, P$ .

При використанні методу скінчених елементів для апроксимації всіх розглянутих функцій через їх значення у вузлах сіток  $X_n$ ,  $X_k$ ,  $X_p$ ,  $n = 1, \dots, N$ ,  $k = 1, \dots, K$ ,  $p = 1, \dots, P$ , дискретна математична модель прямої задачі зображується у такий спосіб:

$$K(H_1)U = R(H_2), \quad (5)$$

де  $K(H_1)$  – матриця, отримана у результаті застосування методу скінчених елементів для розв’язання задачі (1);  $R(H_2)$  – вектор правої частини, значення компонентів якого залежать від  $H_1$ ,  $H_2$ ;  $H_1$ ,  $H_2$  – невідомі вектори, що зображують розв’язок оберненої задачі та характеризують внутрішні властивості системи і зовнішній вплив відповідно.

Із системи лінійних алгебраїчних рівнянь (5) при фіксованому векторі  $H$  визначається вектор  $U$ , потім обчислюється вектор  $P$ . При відомому векторі  $P^*$  функціонал (4) набуває вигляду

$$J(H) = (P_k(U(X, H)) - P_k^*)^\top (P_k(U(X, H)) - P_k^*),$$

і розв’язок оберненої задачі в дискретній формі формулюється у такий

спосіб:

$$H = \arg \min_H J, \quad H \in \bar{\bar{H}}, \quad (6)$$

де  $\bar{\bar{H}}$  – компактна множина значень  $H$ .

З топологічної леми Тихонова [5] для забезпечення єдиності розв'язку  $\{H, P^*\}$ , що задовольняє крайову задачу (1) та інформації (2), впливає необхідність виконання умови компактності множини  $\bar{\bar{H}}$ .

При дотриманні цієї умови кожному вектору  $P^*$  в області  $\bar{\bar{H}}$  відповідає єдиний вектор  $H$ , що дає змогу визначити операторний зв'язок між ними за допомогою нейронної мережі, до якої на вхід потрапляє вектор  $P^*$ , а на виході отримується вектор  $H$ .

**3. Метод розв'язування.** Для розв'язання задачі (6) будемо використовувати нейромережеву апроксимацію [2] у комбінації з розв'язанням системи рівнянь (5):

$$H_p = F_p \left[ \sum_{j=1}^{n_k} V_{pj} f_j \left( \sum_{k=1}^K \alpha_{jk} P_k^* + \alpha_{j0} \right) + V_{p0} \right], \quad (7)$$

де  $P_k^*$ ,  $H_p$  – компоненти векторів входу та виходу нейронної мережі,  $k = 1, \dots, K$ ,  $p = 1, \dots, P$ ;  $F_p$ ,  $f_j$  – функції активації;  $n_k$  – кількість нейронів у прихованому шарі;  $V_{pj}$ ,  $V_{p0}$ ,  $\alpha_{jk}$ ,  $\alpha_{j0}$  – вагові коефіцієнти, які налаштовуються при виконанні процедури визначення вектора  $H$  за значеннями компонент вектора  $P^*$ .

Для навчання мережі використовуємо набори  $\{P^d, H^d\}$ ,  $d = 1, \dots, D$ , де  $P^d$  – відповідні розв'язки прямих задач, а  $H^d$  вибираємо з інтервалу значень  $\underline{H} \leq H^d \leq \bar{H}$ .

Як похибку мережі використовуємо функціонал

$$J = \sum_{d=1}^D \sum_{k=1}^K (P_k^d(\alpha) - P_k^*)^\top (P_k^d(\alpha) - P_k^*) \Rightarrow \min_{\alpha}, \quad (8)$$

де  $\alpha = \{\alpha_{pjk}\}$  – вектор вагових коефіцієнтів.

Налаштування мережі проводимо методом зворотного поширення похибки [2].

Оскільки процес спостереження за системою в режимі on-line не дозволяє забезпечити вимірювання значень параметрів у значній кількості точок  $N$  на поверхні об'єкта, то необхідно вибрати координати найбільш інформативних компонент вектора вимірювань  $\gamma_k$ ,  $k = 1, \dots, K$ , використання яких забезпечить найменшу похибку при ідентифікації за допомогою налаштованої на  $N$ -вимірних векторах входу мережі.

У випадку, коли вектор вимірювань має розмірність  $K$  ( $K < N$ ), у відповідному векторі вагових коефіцієнтів  $\alpha$  необхідно покласти значення коефіцієнтів  $\alpha_{pjk} = 0$ ,  $k = K + 1, \dots, N$ , тобто змодельовати ситуацію, коли відповідні нейрони не збуджуються.

Представимо залежність  $H(\alpha^*)$  у вигляді відрізка ряду Тейлора:

$$H(\alpha^*) = H(\alpha) + \left. \frac{\partial H}{\partial \alpha} \right|_{\alpha} (\alpha^* - \alpha),$$

де  $\alpha^* = \{\alpha_{pjk}^*\}$  – вектор вагових коефіцієнтів нейронної мережі, у якому на місці елементів  $\alpha_{pjk}$ ,  $k = K + 1, \dots, N$ , розташовані нулі, тобто у векторі входу нейронної мережі з  $N$  елементів інформаційними є тільки  $K$  елементів;  $\alpha = \{\alpha_{pjk}\}$  – повний вектор вагових коефіцієнтів;  $\frac{\partial H}{\partial \alpha} = \left\{ \frac{\partial H_p}{\partial \alpha_{pjk}} \right\}_{P \times K}$  – матриця розмірності  $P \times K$ ;  $j = 1, \dots, n_k$ .

Позначимо

$$H(\alpha^*) - H(\alpha) = \Delta,$$

де  $\Delta = \{\Delta_p\}$ ,  $p = 1, \dots, P$ ,  $\Delta_p = \sum_{jk} a_{pjk} (\alpha_{pjk}^* - \alpha_{pjk})$ , і введемо октаедричну норму [1]:

$$\|\Delta\| = \sum_{p=1}^P |\Delta_p(\alpha^*)|.$$

Сформулюємо умову максимальної близькості векторів  $H(\alpha)$  і  $H(\alpha^*)$  у такий спосіб:

$$\|\Delta(\alpha^*)\| \Rightarrow \min_{\alpha^*}. \quad (9)$$

Введемо множину векторів  $Q = \{q_m\}$ ,  $m = 1, \dots, M$ ,  $M = C_N^K$  у якій  $q_m = (q_{1m}, q_{2m}, \dots, q_{Km})$  – можливий вектор номерів елементів входу нейронної мережі,  $q_m \in V$ ,  $V = \{v_i\} = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ ,  $i = 1, \dots, N$ , – вектор номерів точок входу у векторі навчальної вибірки нейронної мережі, при якому досягнуто значення  $P^*$ ;  $q_{m^*}$  – вектор номерів інформативних точок вимірювань.

Введемо вектор-функції керування:

$$U = \{u_1(X), u_2(X), \dots, u_N(X)\},$$

$$\tilde{U}_m = \{u_{q_{1m}}(X), u_{q_{2m}}(X), \dots, u_{q_{Km}}(X)\}, \quad \tilde{U} \subseteq U, \quad m = 1, \dots, M,$$

$$u_k(X) = \begin{cases} \delta(X - \gamma_k), & k \in q_m, \\ 0, & k \notin q_m, \end{cases}$$

де  $\delta(\cdot)$  – дельта-функція Дірака.

Тоді необхідно, щоб виконувалася умова

$$\int_{\Omega} \sum_{k=1}^N u_k(X) d\Omega = K \quad (10)$$

та  $\alpha_{pjk}^* = \alpha_{pjk} u_k$ .

Запишемо умову (9) з використанням введеної функції керування

$$J = \int_{\Omega} \sum_p \left| \sum_j \sum_k a_{pjk} \alpha_{pjk} \right| (1 - u_k(X)) d\Omega \Rightarrow \min_{\tilde{U}}, \quad \tilde{U} \subseteq U,$$

$$p = 1, \dots, P, \quad j = 1, \dots, n_k, \quad k = 1, \dots, K.$$

Приєднаємо умову (10) до сформульованого функціонала за допомогою множників Лагранжа. Тепер розширений функціонал буде мати вигляд

$$\begin{aligned}
\tilde{J}(\tilde{U}^*) &= \min_{\tilde{U}(X)} \tilde{J}(\tilde{U}) = \\
&= \min_{\tilde{U}(X)} \int_{\Omega} \left[ \sum_p \left| \sum_j \sum_k a_{pjk} \alpha_{pjk} \right| (1 - u_k(X)) + \right. \\
&\quad \left. + \psi(X) \left( \sum_{k=1}^N u_k(X) - K \right) \right] d\Omega, \tag{11}
\end{aligned}$$

де  $\psi(X)$  – дійсна функція, визначена на  $\Omega$ , зі значеннями у гільбертовому просторі  $L^2_{\Omega}$ .

Якщо  $(\tilde{U}^*(X), \psi^*(X))$  є сідловою точкою функціонала (11), тобто  $\tilde{U}^*(X)$  є розв'язком вихідної задачі, то  $\tilde{U}^*(X)$  може бути визначена з умов [3]

$$u_k^*(X) = \begin{cases} 1, & \sum_p \left| \sum_j a_{pjk} \alpha_{pjk} \right| + \psi(X) < 0, \quad u_k \in \tilde{U}^*, \\ 0, & \sum_p \left| \sum_j a_{pjk} \alpha_{pjk} \right| + \psi(X) > 0, \quad u_k \notin \tilde{U}^*, \\ [0, 1], & \sum_p \left| \sum_j a_{pjk} \alpha_{pjk} \right| + \psi(X) = 0, \quad \psi(X) \in L^2_{\Omega}. \end{cases} \tag{12}$$

Звідси маємо

$$u_k^*(X) = \frac{1}{2} \left( 1 - \operatorname{sgn} \left( \sum_p \left| \sum_j a_{pjk} \alpha_{pjk} \right| + \psi(X) \right) \right).$$

Тоді значення  $\psi(X)$  можна знайти з умови (10) з урахуванням (12) у такий спосіб:

$$\sum_{k=1}^K \operatorname{sgn} \left( \sum_p \left| \sum_j a_{pjk} \alpha_{pjk} \right| + \psi(X) \right) = K - 2.$$

З умови (10) випливає, що для  $\forall k$  є можливими два варіанти виконання умови (12):

$$\begin{aligned}
I: \quad u_k^*(X) &= \begin{cases} 1, & \sum_p \left| \sum_j a_{pjk} \alpha_{pjk} \right| + \psi(X) = 0, \quad k \in q_{m^*}, \\ 0, & \sum_p \left| \sum_j a_{pjk} \alpha_{pjk} \right| + \psi(X) > 0, \quad k \notin q_{m^*}, \end{cases} \\
&\quad \text{при} \quad \operatorname{mes} \left( X \in \Omega; \sum_p \left| \sum_j a_{pjk} \alpha_{pjk} \right| + \psi(X) < 0 \right) = 0; \\
II: \quad u_k^*(X) &= \begin{cases} 1, & \sum_p \left| \sum_j a_{pjk} \alpha_{pjk} \right| + \psi(X) < 0, \quad k \notin q_{m^*}, \\ 0, & \sum_p \left| \sum_j a_{pjk} \alpha_{pjk} \right| + \psi(X) > 0, \quad k \in q_{m^*}, \end{cases} \\
&\quad \text{при} \quad \operatorname{mes} \left( X \in \Omega; \sum_p \left| \sum_j a_{pjk} \alpha_{pjk} \right| + \psi(X) = 0 \right) = 0.
\end{aligned}$$

Постановці задачі (9) відповідає варіант II умови (12).

Якщо впорядкувати значення  $\sum_p \left| \sum_j a_{pjk} \alpha_{pjk} \right|$  за зростанням, то можна побудувати послідовність  $q = \{q_1, \dots, q_N\}$ , де компонента  $q_1$  відповідає елементу, для якого  $\sum_p \left| \sum_j a_{pjk} \alpha_{pjk} \right| = \min_k \sum_p \left| \sum_j a_{pjk} \alpha_{pjk} \right|$ .

Пронумеруємо побудовану послідовність:

$$V = \{q_1, q_2, \dots, q_K, q_{K+1}, \dots, q_N\}.$$

Враховуючи (10), можна означити  $\psi^*(X) \in L_{\Omega}^2$  як

$$\psi^*(X) = -\frac{1}{2} \left[ \sum_p \left| \sum_j a_{pjq_{K+1}} \alpha_{pjq_{K+1}} \right| + \sum_p \left| \sum_j a_{pjq_N} \alpha_{pjq_N} \right| \right].$$

Тоді виконуються такі умови:

$$q_n \in q_{m^*}, \quad \text{якщо} \quad \sum_p \left| \sum_j a_{pjq_n} \alpha_{pjq_n} \right| + \psi(X) < 0,$$

$$q_n \notin q_{m^*}, \quad \text{якщо} \quad \sum_p \left| \sum_j a_{pjq_n} \alpha_{pjq_n} \right| + \psi(X) > 0.$$

Значення функцій керування можемо визначити таким чином:

$$u_{k_p}(X) = \begin{cases} \delta(X - \gamma_k), & k_p \in q_{m^*}, \\ 0, & k_p \notin q_{m^*}. \end{cases}$$

Описаний підхід до вибору інформативних точок вимірювань подамо у вигляді **алгоритму**:

- 1°. Задати  $K$  – кількість точок вимірювань.
- 2°. Налаштувати нейронну мережу (7) для визначення  $H(\alpha)$  за навчальною вибіркою  $\{P^d, H^d\}$ ,  $d = 1, \dots, D$ .
- 3°. Побудувати матрицю Фреше  $\frac{\partial H}{\partial \alpha} = \left\{ \frac{\partial H_p}{\partial \alpha_{pjk}} \right\}_{P \times K} = \{a_{pjk}\}$ ,  $p = 1, \dots, P$ ,  
 $j = 1, \dots, n_k$ ,  $k = 1, \dots, K$ .
- 4°. Обчислити значення  $\sum_p \left| \sum_j a_{pjk} \alpha_{pjk} \right|$ , упорядкувати їх по зростанню, визначити множину  $q_{m^*}$ .
- 5°. Поставити у відповідність номерам вузлів у векторі  $q_{m^*}$  номери елементів множини  $V = \{v_i\} = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ , поклавши  $v_i = 0$ , якщо  $i \notin q_{m^*}$ .
- 6°. Кінець.

Таким чином, після проведення навчання мережі та вибору точок вимірювань (входів нейронної мережі) мережа може бути використана для визначення властивостей моделі на основі непрямих спостережень  $P^*$ , отриманих в інформативних точках поверхні об'єкта.

**4. Числова апробація методики.** Пропонований підхід був реалізований для реконструкції функції зовнішнього навантаження, що діє на циліндричну оболонку з параметрами  $L/R = 4$ ,  $R/h = 50$ ,  $E = 2 \cdot 10^4$  МПа,  $\mu = 0.3$ , де  $L$ ,  $R$ ,  $h$  – довжина, радіус і товщина оболонки;  $E$ ,  $\mu$  – модуль Юнга, коефіцієнт Пуассона.

Розглянуто циліндричну оболонку, деформація якої при використанні гіпотез теорії пологих оболонок, обчислюється за рівняннями Кармана. На криволінійних кромках оболонки реалізовано умови шарнірного опирання.

Навантаження на оболонку здійснюється у нормальному до поверхні оболонки напрямку у смузі, яка розташована вздовж довжини оболонки. Закон зміни функції навантаження зображено у такому вигляді:

$$\lambda(\varphi) = \begin{cases} \lambda_0, & 0 \leq |\varphi| \leq \varphi_0/2, \\ 0, & |\varphi| > \varphi_0, \end{cases}$$

де  $\lambda_0$  – параметр навантаження;  $\varphi$  – кутова координата;  $\varphi_0$  – параметр, що характеризує область поверхні оболонки, на яку здійснюється навантаження.

Для дійсного навантаження необхідно визначити параметри  $\{\lambda_0, \varphi_0\}$  з використанням нейронної мережі за відомими значеннями нормальних переміщень, вимірними у точках поверхні оболонки.

Для моделювання залежності (7) була побудована нейронна мережа із шарами типу персептрон. Структура мережі складається із вхідного шару, що містить 54 нейрони, прихованого шару, кількість нейронів у якому становить 36 нейронів, вихідного шару з двох нейронів. Після проріджування вхідних вузлів з використанням запропонованого алгоритму їх кількість  $K_i$  для різних елементів вибірки набувала значення з проміжку  $K_i \in [29, 50]$ . Також окремо було застосовано рівномірне проріджування вхідних вузлів, при цьому їх кількість склала  $K_p = 37$ .

Результати розв’язання прямих задач, отримані при фіксованих значеннях параметрів  $\lambda_0, \varphi_0$  з діапазонів  $0.4 \leq \lambda_0 \leq 1.35, \pi/18 \leq \varphi_0 \leq \pi$ , нормували та утворювали вектори вхідних сигналів. Так було побудовано дані для навчання і тестування нейронної мережі.

У цілому для навчання нейронної мережі кількість елементів навчальної вибірки склала  $D = 80$ , для перевірки узагальнюючої здатності нейронної мережі було використано 20 елементів навчальної вибірки. Навчання мережі проводили методом зворотного поширення похибки, як функцію активації використовували експоненціальну функцію, середньоквадратична похибка мережі дорівнювала  $\varepsilon \approx 0.0106$ .

На рис. 1 наведено елемент навчальної вибірки (значення  $P_k^*$ ,  $k = 1, \dots, K$ ), квадратиками відмічено інформативні точки спостережень, отримані в результаті застосування запропонованого алгоритму.

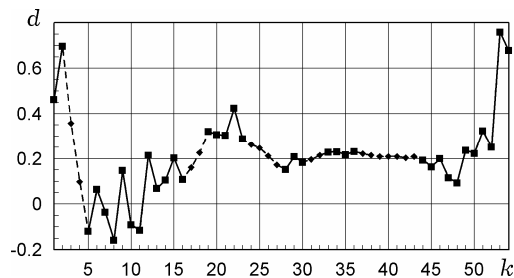


Рис. 1

Результати чисельного експерименту представлені на рис. 2 – рис. 5. Досліджувався вплив розмірності вектора вхідних сигналів на якість відновлення значень невідомих параметрів. На рис. 2, рис. 4 представлені результати відновлення параметрів функції навантаження циліндричної оболонки  $\lambda_0, \varphi_0$ , отримані за допомогою нейромережі з різною вимірністю вектора входу, а також відповідні похибки відновлення невідомих функцій (рис. 3, рис. 5).

На рис. 2 – рис. 5 лінією з квадратиками зображено дійсні значення параметра  $\lambda_0$ ; результати відновлення невідомого параметра з використанням нейромереж з різними векторами входу позначено в такий спосіб: лінія із ромбиками характеризує значення  $\lambda_0$ , отримані з нейронної мережі, на вхід якої подається повний вектор значень; лінія з хрестиками відображає результат відновлення  $\lambda_0$  з використанням вектора входу, отриманого

після застосування запропонованого підходу; штрихова лінія з кружечками – значення параметра  $\lambda_0$ , отримані з нейронної мережі після застосування рівномірного проріджування вхідного вектора.

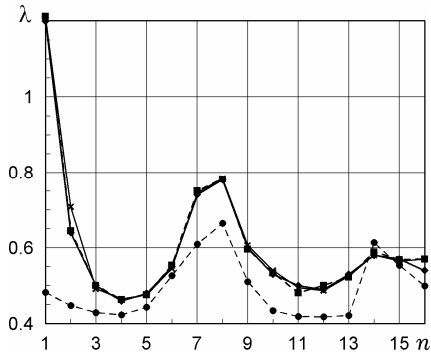


Рис. 2

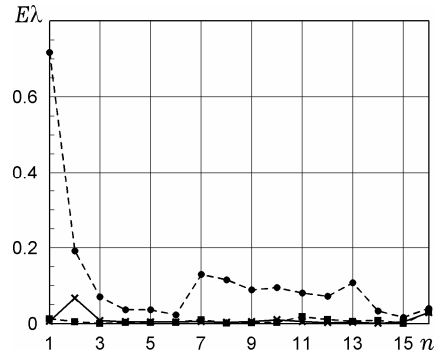


Рис. 3

Аналогічно на рис. 3, рис. 5 позначено залежності, що характеризують похибку нейронної мережі для різних наборів вхідних вузлів. З аналізу кривих на рис. 2, рис. 4 випливає, що налаштована нейронна мережа адекватно відновлює значення невідомих параметрів порівняно з реальними значеннями відповідних параметрів, що характеризують навантаження оболонки.

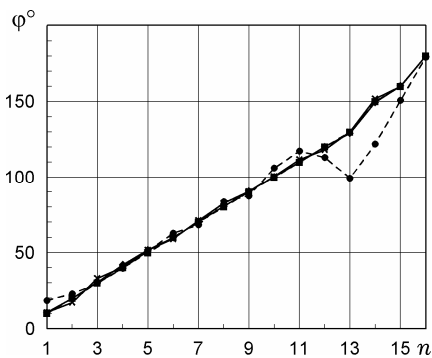


Рис. 4

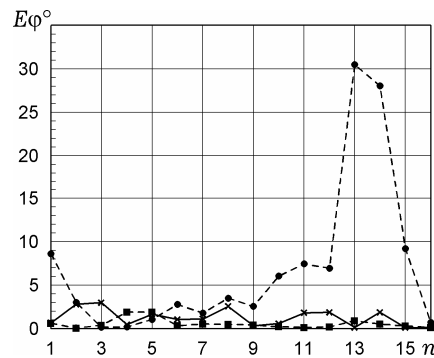


Рис. 5

Результати відновлення, отримані з використанням інформативних точок вимірювань як вектора входу, практично збігаються з результатами ідентифікації за повним вхідним вектором, розбіжність у значеннях параметрів становить не більше 3%. У той же час процедура зменшення розмірності вектора шляхом рівномірного видалення значень не дозволяє одержати задовільний результат ідентифікації, похибка відновлення перевищує 20%.

З аналізу результатів, поданих на рис. 2 – рис. 5, випливає, що використання інформативного вектора вимірювань як вектора входу нейронної мережі дозволяє ідентифікувати значення параметрів функції навантаження із достатньою точністю.

З метою аналізу стійкості нейронної мережі до наявності «шуму» у вимірювальній системі вхідні дані  $P^*$  задавали з похибкою, яку моделювали додаванням адитивної перешкоди щодо розрахункового значення кожної компоненти вхідного вектора, рівень «шуму» вибирали рівним 5%.

Можна відмітити, що нейромеревий підхід є стійким щодо зовнішніх збурень вхідних даних, дозволяє одержати стійкий розв'язок оберненої задачі, похибка відновлення невідомої функції при використанні вхідних даних в умовах дії «шуму» зростає на 1÷3%.



**Висновки.** У роботі показано можливість застосування штучних нейронних мереж до розв'язання задачі ідентифікації параметрів тонкостінних систем, деформування яких описується рівняннями типу Кармана із застосуванням гіпотез теорії пологих оболонок. Нейронна мережа, яка налаштовується на елементах навчальної вибірки, отриманих з розв'язків відповідних прямих задач, дозволяє визначити невідомі параметри моделі. Використання алгоритму вибору інформативних точок спостережень для формування вектора спостережень суттєво скорочує розмірність вхідного вектора й дає можливість одержувати розв'язки з достатньою точністю.

1. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. – Москва: Наука, 1967. – 576 с.  
Te same: Gantmakher F. R. The theory of matrices. – New York: Chelsea Publ. Co., 1959. – Vol. 1: x+374 p.; Vol. 2: x+277 p.
2. Горбань А. Н., Дунин-Барковский В. Л., Курдин А. Н., Миркес Е. М., Новоходько А. Ю., Россиев Д. А., Терехов С. А., Сенашова М. Ю., Царегородцев В. Г. Нейроинформатика. – Новосибирск: Наука, 1998. – 296 с.
3. Киселева Е. М., Шор Н. З. Непрерывные задачи оптимального разбиения множеств: теория, алгоритмы, приложения. – Киев: Наук. думка, 2005. – 564 с.
4. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. – Москва: Едиториал УРСС, 2004. – 480 с.
5. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. – Москва: Наука, 1979. – 286 с.
6. Araïn M. A., Ayala H. V. H., Ansari M. A. Nonlinear system identification using neural network // In: Emerging Trends and Applications in Information Communication Technologies / Eds. B. S. Chowdhry et al. – Berlin–Heidelberg: Springer, 2012. – P. 122–131. – Ser. Communications in Computer and Information Science. – Vol. 281.
7. Chen S., Billings S. A., Grant P. M. Non-linear system identification using neural networks // Int. J. Control. – 1990. – **51**, No. 6. – P. 1191–1214.
8. Sakundarini N., Zahari T., Abdul-Rashid S. H., Ghazilla R. A., Gonzales J. Multi-objective optimization for high recyclability material selection using genetic algorithm // Int. J. Adv. Manuf. Technol. – 2013. – **68**, No. 5–8. – P. 1441–1451.

#### **ВЫБОР ИНФОРМАТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ВХОДА ДЛЯ ИНВЕРСНЫХ НЕЙРОСЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ НАБЛЮДАЕМЫХ СИСТЕМ**

*Рассматривается задача об определении параметров сетки измерений, обеспечивающей точность и устойчивость решения обратной задачи. Выбор точек измерений осуществляется в предположении о существовании наиболее информативных данных. Приводятся результаты, иллюстрирующие влияние количества точек измерений на результат восстановления параметров функции нагрузки, действующей на цилиндрическую оболочку в полосе, расположенной вдоль длины оболочки.*

#### **CHOICE OF INFORMATIVE INPUT PARAMETERS FOR INVERSE NEURAL NETWORK MODELS OF OBSERVED SYSTEMS**

*The problem of determining the parameters of the measurement grid, which ensures accuracy and stability of the inverse problem's solution, is considered. The choice of measurement points is carried out under the assumption of the existence of the most informative data. The results, which illustrate the effect of the number of measurement points on the result of the identification of parameters of load function acting on the cylindrical shell in a band located along the length of the shell, are presented.*

Дніпропетр. нац. ун-т  
ім. О. Гончара, Дніпропетровськ

Одержано  
09.04.15