

УДК 517.958:532.72

О. Ю. Чернуха, Ю. І. Білушак

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ УСЕРЕДНЕНОГО ПОЛЯ КОНЦЕНТРАЦІЇ У ВИПАДКОВИХ ШАРУВАТИХ СТРУКТУРАХ З УРАХУВАННЯМ СТРИБКІВ ШУКАНОЇ ФУНКЦІЇ НА МІЖФАЗНИХ ГРАНИЦЯХ

Досліджено процеси дифузії домішкової речовини у двофазній шаруватій смугі випадково неоднорідної структури з урахуванням стрибків функції концентрації та її похідної на границях контакту фаз. Запропоновано нове подання оператора рівняння масоперенесення для цілого тіла. Сформульовано еквівалентне інтегро-диференціальне рівняння, розв'язок якого побудовано у вигляді інтегрального ряду Неймана. Усереднення отриманого розв'язку здійснено за ансамблем конфігурацій фаз із рівномірною функцією розподілу. Показано, що розрахункова формула для усередненої концентрації за явного врахування її стрибків на міжфазних границях містить додатковий доданок. Встановлено, що на знак цього доданка впливають відношення коефіцієнтів дифузії, концентраційної залежності хімічних потенціалів у різних фазах та їхній взаємозв'язок. Знайдено області значень параметрів задачі, за яких цей доданок є нехтовно малим.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСРЕДНЕННОГО ПОЛЯ КОНЦЕНТРАЦИИ В СЛУЧАЙНЫХ СЛОИСТЫХ СТРУКТУРАХ С УЧЕТОМ СКАЧКОВ ИСКОМОЙ ФУНКЦИИ НА МЕЖФАЗНЫХ ГРАНИЦАХ

Исследованы процессы диффузии примесного вещества в двухфазной слоистой полосе случайно неоднородной структуры с учетом скачков функции концентрации и ее производной на границах контакта фаз. Предложено новое представление оператора уравнения массопереноса для всего тела. Сформулировано эквивалентное интегро-дифференциальное уравнение, решение которого построено в виде интегрального ряда Неймана. Усреднение полученного решения выполнено по ансамблю конфигураций фаз с равномерной функцией распределения. Показано, что расчетная формула для усредненной концентрации при явном учете ее скачков на межфазных границах содержит дополнительное слагаемое. Установлено, что на знак этого слагаемого влияют отношения коэффициентов диффузии, концентрационной зависимости химических потенциалов в различных фазах и их взаимосвязь. Определены области значений параметров задачи, при которых это слагаемое является пренебрежимо малым.

MATHEMATICAL MODELING OF THE AVERAGED CONCENTRATION FIELD IN RANDOMLY STRATIFIED STRUCTURES WITH ACCOUNT FOR INTERPHASE JUMPS OF THE SOUGHT FUNCTION

We investigate the processes of admixture diffusion in a two-phase stratified strip of a randomly inhomogeneous structure when taking into account the interphase jump discontinuities of the concentration function along with its derivative. A new representation of the operator for the mass transfer equation in the entire body is proposed. The equivalent integro-differential equation is formulated. Its solution is constructed in the form of the Neumann integral series. The averaging of the obtained solution is performed over the ensemble of phase configurations with the function of uniform distribution. It is shown that the computational formula for the averaged concentration with the explicit account of its jump discontinuities on the interphases contains an additional summand. It is shown that the sign on the mentioned summand relies on ratios of the diffusion coefficients, concentrative dependence of the chemical potentials of different phases and their interrelations. The range spaces of the problem parameters, where the summand is negligible, are determined.

Центр мат. моделювання
Ін-ту прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
12.01.17