

УДК 539.3

П. Шакери Мобараке¹, В. Т. Гринченко², В. В. Попов¹, Б. Солтанни³,
Г. М. Зражевский¹

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ НЕКАНОНИЧЕСКИХ ОБЛАСТЕЙ

В качестве примера применения современных методов численно-аналитического решения краевых задач для неканонических областей рассматривается краевая задача Дирихле теории потенциала в области, ограниченной параллелограммом. Простота и прозрачность процедуры построения решения этой задачи позволяет достаточно наглядно проиллюстрировать отдельные особенности некоторых современных подходов к решению задач математической физики. Для многих типов областей, включая широкий круг неканонических областей, использование понятия общего решения граничной задачи дает возможность построить численно-аналитическое решение. При этом используются хорошо известные наборы частных решений основных уравнений математической физики. Главный вопрос заключается в том, чтобы указать эффективные способы определения произвольных коэффициентов и функций, которые входят в общее решение. Использование традиционного подхода для получения численно-аналитических решений, основанного на минимизации среднеквадратических отклонений, в случае неканонических областей часто ведет к сложным выкладкам. Альтернативой этому методу служит современный метод граничных интегральных уравнений. Этим двум подходам к решению краевых задач и их сравнению посвящена работа.

СУЧАСНІ МЕТОДИ ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ДЛЯ НЕКАНОНІЧНИХ ОБЛАСТЕЙ

Як приклад застосування сучасних чисельно-аналітичних методів розв'язування крайових задач для неканонічних областей розглядається крайова задача Діріхле теорії потенціалу в області, обмеженій паралелограмом. Простота і прозорість процедури побудови розв'язку цієї задачі дозволяє достатньо наглядно проілюструвати окремі особливості деяких сучасних підходів до розв'язування задач математичної фізики. Для багатьох типів областей, включно з широким діапазоном неканонічних областей, використання поняття загального розв'язку граничної задачі дає змогу побудувати її чисельно-аналітичний розв'язок. При цьому використовуються добре відомі множини часткових розв'язків основних рівнянь математичної фізики. Головне питання полягає в тому, щоб вказати ефективні шляхи для визначення довірливих коефіцієнтів і функцій, які входять у загальний розв'язок. Використання традиційного підходу для отримання чисельно-аналітичних розв'язків на основі мінімізації середньоквадратичних відхилень у випадку неканонічних областей часто веде до складних обчислень. Альтернативою цьому шляху є сучасний метод граничних інтегральних рівнянь. Цим двом підходам до розв'язування крайових задач та їх порівнянню присвячена ця робота.

MODERN METHODS OF NUMERICAL-ANALYTIC SOLUTION OF BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR NON-CANONICAL DOMAINS

As example of applying modern numerical-analytic methods to solution of boundary value problems for non-canonical domains, the Dirichlet boundary value problem based on the potential theory for bounded by a parallelogram domain is considered. The simplicity and accuracy of the procedure for constructing the problem solution allows one quite clearly to illustrate some features of some modern approaches to solving problems of mathematical physics. For many types of domains including the wide range of non-canonical domains, the concept of general solution of the boundary-value problem is employed for constructing its numerical-analytic solution. In this case, the well-known sets of particular solutions of the basic equations of mathematical physics are used. The main question is to indicate effective ways of determining arbitrary coefficients and functions which are included in the general solution. In this context, the traditional approach to obtain numerical and analytical solutions based on minimizing the root-mean-square deviation is often led to complex calculations for non-canonical domains. An alternative to this method is the modern method of boundary integral equations. This paper is devoted to development of the mentioned two approaches to solving boundary value problems and their comparison.

¹ Киев. нац. ун-т им. Тараса Шевченко, Киев,

² Ин-т гидромеханики НАН Украины, Киев,

³ Ун-т Альберты, Эдмонтон, Канада