

УДК 519.6

Я. Г. Савула, Ю. І. Турчин*

ПРО ОДИН ПІДХІД ДО ЧИСЛОВОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ МАСОПЕРЕНЕСЕННЯ З ВЕЛИКИМИ ЧИСЛАМИ ПЕКЛЕ

Розглянуто математичну модель поширення ліків у стінці судини. Модель описується крайовою задачею адвекції-дифузії для системи двох диференціальних рівнянь. У зв'язку зі специфікою вхідних параметрів задачі – коефіцієнт адвекції значно перевищує коефіцієнт дифузії – застосування до розв'язування задачі класичного методу скінченних елементів з лінійними та квадратичними базисними функціями призводить до втрати стійкості обчислювального процесу. У роботі запропоновано новий підхід до розв'язування задач адвекції-дифузії з великими числами Пекле, який базується на заміні шуканої функції експоненціальною у формулюванні задачі і зворотній заміні при застосуванні методу скінченних елементів. Проведено числовий аналіз результатів застосування запропонованого методу до наближеного розв'язання задачі поширення ліків у стінці судини.

Ключові слова: рівняння адвекції-дифузії, метод скінченних елементів, втрата стійкості розв'язку, число Пекле.

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ЧИСЛЕННОМУ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ МАСОПЕРЕНОСА С БОЛЬШИМИ ЧИСЛАМИ ПЕКЛЕ

Рассмотрена математическая модель распространения лекарств в стенке сосуда. Модель описывается краевой задачей адвекции-диффузии для системы двух дифференциальных уравнений. В связи со спецификой входных параметров задачи – коэффициентов адвекции значительно превышает коэффициент диффузии – применение классического метода конечных элементов с линейными и квадратичными базисными функциями приводит к потере устойчивости вычислительного процесса. В работе предложен новый подход к решению задач адвекции-диффузии с большими числами Пекле, основанный на замене искомой функции экспоненциальной в формулировке задачи и обратной замене при применении метода конечных элементов. Проведен численный анализ результатов применения предложенного метода к приближенному решению задачи распространения лекарств в стенке сосуда.

Ключевые слова: уравнение адвекции-диффузии, метод конечных элементов, потеря устойчивости решения, число Пекле.

ON ONE APPROACH TO NUMERICAL SOLUTION OF THE MASS TRANSFER PROBLEMS WITH LARGE PECELET NUMBERS

The mathematical model of distribution of drugs in the vessel wall is considered. The model is described by the advection-diffusion boundary-value problem of for a system of two differential equations. Due to the specifics of the input parameters of the problem, when advection coefficients significantly exceeds the diffusion coefficients, the application to solving the problem of the classical method of finite elements with linear and quadratic basis functions leads to loss of stability of the computational process. The paper proposes a new approach to solving advection-diffusion problems with large Peclet numbers, based on replacing the unknown function by exponential in the formulation of the problem and back-replacing during applications the finite element method. A numerical analysis of the results of applying the proposed method to an approximate solution of the problem of the distribution of drugs in the vessel wall is carried out.

Key words: advection-diffusion equation, finite elements method, loss of stability of solution, Peclet number.

Львів. нац. ун-т ім. І. Франка, Львів

Одержано
19.02.18

* yuliya.turchyn@lnu.edu.ua