

УДК 519.6: 539.3

I. I. Прокопишин<sup>1\*</sup>, A. O. Стягар<sup>2</sup>

### ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДАМИ ДЕКОМПОЗИЦІЇ ОБЛАСТІ КОНТАКТУ ПРУЖНИХ ТІЛ, ОДНЕ З ЯКИХ МАЄ ТОНКЕ ПОКРИТТЯ, З'ЄДНАНЕ З ТІЛОМ ЧЕРЕЗ НЕЛІНІЙНИЙ ВІНКЛЕРІВСЬКИЙ ШАР

*Розглянуто задачу про контактну взаємодію двох пружних тіл, одне з яких має покриття у вигляді тонкої оболонки типу Тимошенка, що з'єднане з тілом через нелінійний вінклерівський прошарок. Здійснено слабе формулювання цієї задачі у вигляді нелінійного варіаційного рівняння. Запропоновано клас ітераційних методів декомпозиції області, які зводять розв'язування цього рівняння до розв'язування на кожній ітерації незалежних лінійних варіаційних рівнянь, що відповідають задачам теорії пружності для об'ємних тіл та задачі теорії оболонок Тимошенка для покриття з крайовими умовами Робіна на межах контакту. Встановлено умови слабкої збіжності цих методів. Проведено дослідження числової ефективності отриманих алгоритмів з використанням скінченноелементних апроксимацій.*

**Ключові слова:** контактні задачі теорії пружності, тонкі покриття, оболонки Тимошенка, вінклерівські шари, нелінійні варіаційні рівняння, методи декомпозиції області, метод скінченних елементів.

### ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДАМИ ДЕКОМПОЗИЦИИ ОБЛАСТИ КОНТАКТА УПРУГИХ ТЕЛ, ОДНО ИЗ КОТОРЫХ ИМЕЕТ ТОНКОЕ ПОКРЫТИЕ, СОЕДИНЕННОЕ С ТЕЛОМ ЧЕРЕЗ НЕЛИНЕЙНЫЙ ВИНКЛЕРОВСКИЙ СЛОЙ

*Рассмотрена задача о контактном взаимодействии двух упругих тел, одно из которых имеет покрытие в виде тонкой оболочки типа Тимошенко, соединенное с телом через нелинейный винклеровский слой. Осуществлена слабая формулировка этой задачи в виде нелинейного вариационного уравнения. Предложен класс итерационных методов декомпозиции области, которые сводят решение этого уравнения к решению на каждой итерации независимых линейных вариационных уравнений, соответствующих задачам теории упругости для массивных тел и задачи теории оболочек Тимошенко для покрытия с краевыми условиями Робина на границах контакта. Установлены условия слабой сходимости этих методов. Проведены исследования численной эффективности полученных алгоритмов с использованием конечно-элементных аппроксимаций.*

**Ключевые слова:** контактные задачи теории упругости, тонкие покрытия, оболочки Тимошенко, винклеровские слои, нелинейные вариационные уравнения, методы декомпозиции области, метод конечных элементов.

### INVESTIGATION BY DOMAIN DECOMPOSITION METHODS OF THE CONTACT BETWEEN ELASTIC BODIES, ONE OF WHICH HAS A THIN COATING, CONNECTED WITH A BODY THROUGH A NONLINEAR WINKLER LAYER

*The problem of contact interaction between two elastic bodies, one of which has a coating in the form of a thin Timoshenko-type shell, that is connected with a body through a nonlinear Winkler layer is considered. The weak formulation of this problem in the form of a nonlinear variational equation is obtained. A class of iterative domain decomposition methods to solve this variational equation is proposed, which reduce solution of this equation to the solving of independent linear variational equations at each iteration, which correspond to elasticity problems for solids and Timoshenko shell theory problem for thin coating with Robin boundary conditions on the contact boundaries. The conditions of weak convergence of these methods are established. The investigations of numerical efficiency of presented algorithms are performed using finite element approximations.*

**Key words:** contact problems of elasticity, thin coatings, Timoshenko shells, Winkler layers, nonlinear variational equations, domain decomposition methods, finite element method.

<sup>1</sup> Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,  
<sup>2</sup> Університет м. Л'Акваїлі, Л'Акваїлі, Італія

Одержано  
28.02.19

\* ihor84@gmail.com