

УДК 512.36

О. В. Гутік[✉], І. В. Позднякова

ПРО НАПІВГРУПУ, ПОРОДЖЕНУ РОЗШИРЕНОЮ БІЦИКЛІЧНОЮ НАПІВГРУПОЮ ТА ω -ЗАМКНЕНОЮ СІМ'ЄЮ

Введено поняття алгебраїчного розширення $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$ розширеної біциклічної напівгрупи для довільної ω -замкненої сім'ї $\mathcal{F}$ підмножин в ω . Доведено, що $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$ є комбінаторною інверсною напівгрупою. Описано відношення Гріна, природний частковий порядок на напівгрупі $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$ та її множини ідемпотентів. Знайдено критерії простоти, 0-простоти, біпростоти та 0-біпростоти напівгрупи $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$, а також, коли напівгрупа $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$ ізоморфна розширеній біциклічній напівгрупі або зліченній напівгрупі матричних одиниць. Доведено, що у випадку, коли сім'я $\mathcal{F}$ складається з усіх одноточкових підмножин в ω та порожньої множини, напівгрупа $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$ є ізоморфною до λ -розширенню Брандта напівгратки $(\omega, \min)$.

Ключові слова: напівгрупа, розширена біциклічна напівгрупа, розширення.

ON THE SEMIGROUP WHICH IS GENERATED BY EXTENDED BICYCLIC SEMIGROUP AND ω -CLOSED FAMILY

The algebraic extension $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$ of the extended bicyclic semigroup is introduced for an arbitrary ω -closed family $\mathcal{F}$ of subsets of ω . It is proved that $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$ is a combinatorial inverse semigroup. Green's relations and the natural partial order on the semigroup $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$ and its set of idempotents are described. The criteria of simplicity, 0-simplicity, bisimplicity, 0-bisimplicity of the semigroup $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$, and the criterion for $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$ to be isomorphic to the extended bicyclic semigroup or the countable semigroup of matrix units are derived. It is proved that in the case when the family $\mathcal{F}$ consists of all singletons of ω and the empty set, the semigroup $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$ is isomorphic to the Brandt λ -extension of the semilattice $(\omega, \min)$.

Key words: semigroup, extended bicyclic semigroup, extension.

Львів. нац. ун-т ім. І. Франка, Львів

Одержано
21.10.20

[✉]ogutik@gmail.com