

УДК 539.3

Б. М. Калиняк<sup>✉</sup>

## ТЕМПЕРАТУРНІ ПОЛЯ, ЯКІ НЕ ВИКЛИКАЮТЬ НАПРУЖЕНЬ В НЕОДНОРІДНОМУ ОСЕСИМЕТРИЧНОМУ ПОРОЖНИСТОМУ ЦИЛІНДРІ

Розглядається задача про визначення температурного поля, яке не викликає термонапружень у скінченному порожнистому осесиметричному циліндрі з характеристиками матеріалу, залежними від двох координат. Між циліндром і середовищем відбувається конвективний теплообмін, а усталена теплопередача в циліндрі відбувається за законом Фур'є. Отримано точний аналітичний розв'язок задачі, який виражається через функції нормального розподілу Гаусса, для двокомпонентних функціонально-градієнтних матеріалів з теплофізичними параметрами, що описуються за моделлю простої суміші. Показано, що такий розв'язок існує при певних зв'язках між коефіцієнтами лінійного теплового розширення і теплопровідності складових з узгодженням температур середовища на перетинах поверхонь циліндра. Розрахунки вказують на можливість забезпечення відсутності термонапружень у циліндрі, виготовленому з реально існуючих матеріалів, при перепадах температур між поверхнями циліндра у декілька сотень градусів.

**Ключові слова:** осесиметричний циліндр, функціонально-градієнтні матеріали, термонапруження, відсутність напружень, обернена задача, аналітичні розв'язки, оптимізація, необхідні та достатні умови.

## TEMPERATURE FIELDS THAT DO NOT CAUSE STRESSES IN AN INHOMOGENEOUS AXISYMMETRIC HOLLOW CYLINDER

The problem of determining the temperature field that does not cause thermal stresses in a finite hollow axisymmetric cylinder with material characteristics depending on two coordinates is considered. Convective heat exchange takes place between the cylinder and the medium. The steady-state heat transfer in the cylinder is modeled by the Fourier's law. An exact analytical solution of the problem is obtained in terms of the normal Gaussian distribution functions for two-component functionally graded materials with thermophysical parameters described by the simple mixture model. It is shown that such a solution exists with certain relations between the coefficients of linear thermal expansion and thermal conductivity of the components with the equality of ambient temperatures at the intersections of the cylinder surfaces. Calculations indicate the possibility of ensuring the absence of thermal stresses in the cylinder, made of real materials, with temperature differences between the surfaces of the cylinder of several hundred degrees.

**Key words:** axisymmetric cylinder, functionally graded materials, thermal stresses, absence of stresses, inverse problem, analytical solutions, optimization, necessary and sufficient conditions.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підтригача НАН України, Львів

Одержано  
21.10.20

---

<sup>✉</sup>b-kalynyak@litech.net