

УДК 512.64

В. М. Прокіп<sup>1</sup>✉, О. М. Мельник<sup>2</sup>, Р. В. Коляда<sup>3</sup>

## ПРО ПОДІЛЬНІСТЬ ІЗ ОСТАЧЕЮ МНОГОЧЛЕННИХ МАТРИЦЬ НАД ДОВІЛЬНИМ ПОЛЕМ

Досліджується задача про подільність многочленних матриць із остачею над довільним полем  $F$ . Встановлено умови, за яких для пари многочленних матриць  $A(\lambda)$  і  $B(\lambda)$  над полем  $F$  існує єдина пара многочленних матриць  $P(\lambda)$  і  $Q(\lambda)$  над  $F$  таких, що  $B(\lambda) = A(\lambda)P(\lambda) + Q(\lambda)$ . Наведено застосування отриманих результатів для знаходження мінімальних розв'язків матричного рівняння Сильвестра. Доведено, що неособливі многочленні матриці  $A(\lambda)$  і  $B(\lambda)$  мають взаємно прості визначники тоді й тільки тоді, коли для довільної ненульової матриці  $C(\lambda)$  матричне рівняння  $A(\lambda)X(\lambda) + Y(\lambda)B(\lambda) = C(\lambda)$  має єдиний мінімальний розв'язок.

**Ключові слова:** многочленна матриця, подільність матриць, матричне рівняння, мінімальний розв'язок, матриці із взаємно простими визначниками.

## ON DIVISIBILITY WITH REMAINDER OF POLYNOMIAL MATRICES OVER AN ARBITRARY FIELD

The problem of divisibility with a remainder of polynomial matrices over an arbitrary field  $F$  is studied. Conditions are established under which, for a pair of polynomial matrices  $A(\lambda)$  and  $B(\lambda)$  over a field  $F$ , there exists a unique pair of polynomial matrices  $P(\lambda)$  and  $Q(\lambda)$  over  $F$  such that  $B(\lambda) = A(\lambda)P(\lambda) + Q(\lambda)$ . The application of obtained results for finding minimal solutions of the Sylvester-type matrix equation is presented. It is proved that nonsingular polynomial matrices  $A(\lambda)$  and  $B(\lambda)$  over  $F$  have relatively prime determinants if and only if the matrix equation  $A(\lambda)X(\lambda) + Y(\lambda)B(\lambda) = C(\lambda)$  has a unique minimal solution for any nonzero matrix  $C(\lambda)$ .

**Key words:** polynomial matrix, divisibility of matrices, matrix equation, minimal solution, matrices with relatively prime determinants.

<sup>1</sup> Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

<sup>2</sup> Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів,

<sup>3</sup> Укр. акад. друкарства, Львів

Одержано  
10.01.23