

UDC 517.547.2

O. M. Mulyava¹, M. M. Sheremeta², Yu. S. Trukhan²✉

BELONGING OF LAPLACE – STIELTJES-TYPE INTEGRALS TO CONVERGENCE Φ -CLASS

For a non-negative nondecreasing unbounded right-continuous function F on $[0, +\infty)$, an entire transcendental function $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k z^k$ with $f_k \geq 0$ for all $k \geq 0$ and a non-negative on $[0, +\infty)$ function $a(x)$ the integral $I(r) = \int_0^{\infty} a(x)f(xr)dF(x)$ is called a Laplace – Stieltjes-type integral. Suppose that for a positive unbounded on $(-\infty, +\infty)$ function Φ the derivative Φ' is positive, continuously differentiable and increasing to $+\infty$. The conditions under which $\int_{r_0}^{\infty} \frac{\Phi'(r) \ln I(r)}{\Phi^2(r)} dr < +\infty$ have been found.

Key words: Laplace – Stieltjes-type integral, convergence Φ -class.

НАЛЕЖНІСТЬ ІНТЕГРАЛІВ ТИПУ ЛАПЛАСА – СТИЛТЬЕСА ДО Φ -КЛАСУ ЗБІЖНОСТІ

Для невід'ємної неспадної необмеженої неперервної справа на $[0, +\infty)$ функції F , цілої трансцендентної функції $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k z^k$ з $f_k \geq 0$ для всіх $k \geq 0$ і невід'ємної на $[0, +\infty)$ функції $a(x)$ інтеграл $I(r) = \int_0^{\infty} a(x)f(xr)dF(x)$ називається інтегралом типу Лапласа – Стилтєса. Припустимо, що для додатної необмеженої на $(-\infty, +\infty)$ функції Φ похідна Φ' є додатною, неперервно диференційовною і зростає до $+\infty$. Знайдено умови, за яких $\int_{r_0}^{\infty} \frac{\Phi'(r) \ln I(r)}{\Phi^2(r)} dr < +\infty$.

Ключові слова: інтеграл типу Лапласа – Стилтєса, Φ -клас збіжності.

¹ National University of Food Technologies, Kyiv,

² Ivan Franko National University of Lviv, Lviv

Received

23.10.23