

УДК 534.1

Г. М. Зражевський<sup>1✉</sup>, В. Ф. Зражевська<sup>2</sup>

## МОДЕЛЮВАННЯ ДЕФЕКТІВ ТОЧКОВИМИ ОСОБЛИВОСТЯМИ ПРИ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАННЯХ ПРУЖНОГО СТРИЖНЯ

Досліджено гармонічні коливання лінійно пружного стрижня скінченної довжини з неоднорідностями малих розмірів із різними характеристиками (пружні, в'язко пружні, пластичні, неоднорідні), які описано лінійними рівняннями стану. Побудовано математичну модель, яка враховує вплив таких дефектів за допомогою розташування в центрі області неоднорідності точкової особливості нескінченного порядку. На цій основі сформульовано крайову задачу для диференціального рівняння з гіперсингулярною правою частиною, розв'язок якої є еквівалентним розв'язку вихідної задачі. Розроблено процедуру визначення коефіцієнтів гіперсингулярного ряду з точковим носієм, що моделює дефект. Вона ґрунтується на розвиненні в нескінченні ряди за малим параметром із коефіцієнтами, які є гіперсингулярними узагальненими функціями. Запропоновану методичку застосовано для розв'язання прямої задачі, яка полягає у визначенні частот та форм власних коливань стрижня із заданими характеристиками дефектів, та оберненої задачі щодо визначення інтегральних характеристик дефектності стрижня при відомих зсувах частот власних коливань. Запропонований підхід передбачає рекурентне розв'язання крайових задач, що дає можливість опису дефектності стрижня зі заданою точністю.

**Ключові слова:** коливання стрижня, неоднорідності, точкова особливість, обернена крайова задача.

## SIMULATION OF DEFECTS WITH POINT SINGULARITIES IN AN ELASTIC ROD UNDER HARMONIC OSCILLATIONS

Harmonic oscillations are analyzed in a linearly elastic rod of a finite length with small-scale inhomogeneities with dissimilar properties (elastic, viscoelastic, plastic, inhomogeneous), which are governed by the linear constitutive equations. A mathematical model is constructed to encounter the effect of such defects through the use of point singularities of the infinite order located in the center of an inhomogeneity. The boundary value problem is formulated on this basis for a differential equation with a hypersingular right-hand side, the solution of which is equivalent to the one of the original problem. A procedure for constructing the coefficients of a hypersingular series with a point carrier simulating a defect is developed. It is based on the decomposition into infinite series by a small parameter with coefficients, which are represented by hypersingular generalized functions. The proposed technique is used for solving both a direct problem, which implies the determination of frequencies and forms of the eigen vibrations of the rod with given properties of the inhomogeneities, and an inverse problem concerned with the determination of the integral characteristics of the defectiveness of the rod under the known frequency shifts of the eigen vibrations. The suggested approach implies the recursive solving of the boundary value problems which allows for the prediction of defectiveness within the required accuracy.

**Key words:** rod oscillations, inhomogeneities, point singularity, inverse boundary value problem.

<sup>1</sup>Київський нац. ун-т ім. Тараса Шевченка, Київ,

<sup>2</sup>Нац. тех. ун-т «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ

Одержано  
27.11.22

✉ greg.zrazhevsky@knu.ua