УДК 519.21, 517.5

РОЗПОДІЛИ ЗНАЧЕНЬ ФУНКЦІЙ КАНТОРІВСЬКОГО ТИПУ, ПОВ'ЯЗАНИХ З ЛАНЦЮГОВИМИ A_2-ДРОБАМИ

Микола Працьовитий, Софія Ратушняк

Український державний університет імені Михайла Драгоманова
Інститут математики НАН України

prats4444@gmail.com, ratush404@gmail.com

Неперервна функція, визначена на відрізку $[a;b]$, називається функцією канторівського типу, якщо сумарна довжина її інтервалів сталості дорівнює довжині відрізка $[a,b]$.

Серед сингулярних функцій канторівського типу є монотонні, не монотонні та такі, що є ніде не монотонними, крім інтервалів сталості; функції обмеженої та необмеженої варіації.

Основним об'єктом розгляду є розподіл випадкової величини

$$Y = F(X), \tag{1}$$

де $y = F(x)$ — функція канторівського типу; X — випадкова величина з наперед заданим розподілом.

Теорема 1. *Якщо F — сингулярна функція розподілу на відрізку $[a;b]$ канторівського типу, а X — неперервно розподілена на $[a;b]$ випадкова величина зі строго зростаючою функцією розподілу, то випадкова величина $Y = F(X)$ має чисто дискретний (атомарний) розподіл або розподіл, що є нетривіальною сумішшю дискретного та неперервного розподілів.*

Наслідок 1. *Якщо X —випадкова величина, що має рівномірний розподіл на відрізку $[a;b]$, то при виконанні інших умов випадкова величина $Y = F(X)$ має чисто дискретний розподіл.*

Наслідок 2. *Якщо (α_n, β_n) — послідовність усіх інтервалів сталості функції F і*

$$\sum_{i=1}^{\infty}[F(\beta_n) - F(\alpha_n)] = C < 1,$$

то розподіл Y є сумішшю дискретного і неперервного розподілів.

http://iapmm.lviv.ua/mpmm2023/materials/ma08_09.pdf

Розглядається континуальний клас розподілів випадкових величин виду

$$\xi = \xi[C; ||p_{in}||] = \cfrac{1}{(\frac{1}{2})^{\xi_1} + \cfrac{1}{(\frac{1}{2})^{\xi_2} + \ddots}} \equiv \Delta^C_{\xi_1\xi_2\ldots\xi_n\ldots}, \qquad (2)$$

де (ξ_n) — послідовність випадкових величин, що набувають значень 0 та 1 з ймовірностями p_{0n} і p_{1n} відповідно ($p_{0n} + p_{1n} = 1$). Зрозуміло, що властивості розподілу ξ визначає система зображення дійсних чисел ланцюговими A_2-дробами(2) і нескінченна стохастична матриця $||p_{in}||$.

Центральні питання, яким буде приділятися увага у доповіді, це: 1) лебегівська структура розподілу; 2) структурні і спектральні властивості; 3) структурна фрактальність дискретних розподілів і сумішей дискретного та неперервного (зокрема сингулярного) розподілів за умови, що F — функція розподілу випадкової величини ξ, а $X = X[C; ||q_{in}||]$.

Казатимемо, що множина (фігура) $E \subset R^n$ має структурну фрактальність (структурно фрактальна), якщо вона автомодельна (зокрема самоподібна, самоафінна), тобто $E = \varphi_1(E) \cup \varphi_2(E) \cup \ldots \cup \varphi_n(E)$, де $n > 1$, $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$ — набір однієї групи перетвореннь простору R^n.

Теорема 2. *Точковий спектр дискретного розподілу випадкової величини ξ структурно фрактальний, якщо її цифри ξ_n — незалежні випадкові величини.*

1. *Pratsiovytyi M.V., Goncharenko Y.V., Lysenko I.M., Ratushniak S. P.* Continued A_2-fractions and singular functions// Matematychni Studii. – 2022. – **58**, No. 1. – P. 3–12.
2. *Pratsiovytyi M., Kyurchev D.* Properties of the distribution of the random variable defined by A2-continued fraction with independent elements// Random Oper. Stochastic Equations. – 2009. – **17**, No. 1. – P. 91–101.
3. *Працьовитий М.В.* Двосимвольні системи кодування дійсних чисел та їх застосування.– Київ: Наукова думка, 2022. – 316 с.

DISTRIBUTIONS OF VALUES FUNCTIONS OF CANTOR TYPE, RELATED WITH A_2-CONTINUED FRACTIONS

The report is devoted to the distribution of the values of singular functions of Cantor type, which related with the two-symbol representation of numbers of the segment $[a, b]$ by continued fractions kind of $\frac{1}{(\frac{1}{2})^{\alpha_1} + \frac{1}{(\frac{1}{2})^{\alpha_2} + \ldots}} \equiv [0; \alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n\ldots]$,

$\alpha_n \in A = \{0, 1\}$. *The results of the research on structural, fractal, topological and metric properties are proposed.*