

УДК 517.98

## ДОСЛІДЖЕННЯ АЛГЕБР АНАЛІТИЧНИХ ФУНКЦІЙ НА НЕСКІНЧЕННОВИМІРНИХ БАНАХОВИХ ПРОСТОРАХ

Андрій Загороднюк

*Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника*

[andriy.zagorodnyuk@pnu.edu.ua](mailto:andriy.zagorodnyuk@pnu.edu.ua)

Аналітичні функції у нескінченновимірних просторах викликають інтерес у багатьох дослідників нелінійного функціонального аналізу впродовж кількох останніх десятиріч. Через відсутність локальної компактності у нескінченновимірному банаховому просторі, аналітичні функції можуть мати досить складну природу та несподівані властивості.

Алгебри всіх аналітичних функцій  $H(X)$  на банаховому просторі  $X$  досліджувалися у роботах Л. Нахбіна, Х. Мухіки, М. Шатенлогера та інших. При цьому було встановлено: якщо  $X$  – нескінченновимірний, то алгебра  $H(X)$  є неметризованою і в  $H(X)$  завжди існує функція, яка є необмеженою на деякій обмеженій множині (функція необмеженого типу).

В роботах Р. Арона, Б. Коула, Т. Гамеліна було виділено підалгебру  $H_b(X) \subset H(X)$  функцій обмеженого типу, тобто  $H_b(X)$  складається з усіх цілих аналітичних функцій на просторі  $X$ , які є обмеженими на всіх обмежених множинах простору  $X$ . Алгебра є метризованою (алгеброю Фреше) і її властивості вдалось досить повно описати у серії статей низки авторів. Так, у роботах Р. Арона, П. Бернера, А. Давіє, Т. Гамеліна було встановлено, що кожна аналітична функція  $f$  обмеженого типу може бути продовжена до аналітичної функції обмеженого типу  $\tilde{f}$  на другому спряженому просторі  $X''$  і оператор продовження  $f \rightarrow \tilde{f}$  є гомоморфізмом між алгебрами Фреше  $H_b(X)$  і  $H_b(X'')$ .

При дослідженні комутативних топологічних алгебр важливо вміти описати множину комплекснозначних гомоморфізмів (спектр) цієї алгебри. У випадку алгебр аналітичних функцій на банаховому просторі  $X$  природними гомоморфізмами є функціонали, які функції  $f$  ставлять у відповідність її значення в точках  $x \in X$  (функціонали значень в точках простору). Відомо, що для багатьох випадків спектр алгебри  $H(X)$  обмежується множиною функціоналів значень в точках простору  $X$ . Проте, у випадку алгебри  $H_b(X)$ , елементами спектра є функціонали значень продовження Арона-Бернера  $\tilde{f}$  функції  $f$  у точках  $X''$ . Крім того, у роботах доповідача показано, що для повного опису спектра алгебри  $H_b(X)$  слід

брати до уваги точки другого спряженого до симетричного проективного  $n$ -го тензорного степеня простору  $X$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

Підалгебри алгебр  $H_b(X)$ , зокрема алгебри симетричних аналітичних функцій обмеженого типу, досліджувалися у роботах Р. Аленкара, Р. Арона, П. Галіндо, М. Маестра, Д. Гарсія і у працях представників Львівської та Івано-Франківської математичних шкіл (О.В. Лопушанський, І.В. Чернега, З.Г. Новосад, Т.В. Василюшин, В.В. Кравців та ін.).

У доповіді буде представлено результати стосовно підалгебр симетричних і суперсиметричних аналітичних функцій на просторах з симетричним базисом та алгебр, породжених послідовностями поліномів. Зокрема, буде описано спектри деяких алгебр симетричних аналітичних функцій та наголошено на відкритих проблемах у цьому напрямку.

Автор висловлює подяку Національному фонду досліджень України за підтримку досліджень в рамках проєкту 2020.02/0025.

1. Chernega I., Zagorodnyuk A. Supersymmetric Polynomials and a Ring of Multisets of a Banach Algebra // Axioms. – 2022. – Vol. 11, 511.
2. Chernega I., Zagorodnyuk A. Unbounded symmetric analytic functions on  $\ell_1$  // Mathematica Scandinavica. – 2018. – Vol. 122. – P. 84–90.
3. Chernega I., Holubchak O., Novosad Z., Zagorodnyuk A. Continuity and hypercyclicity of composition operators on algebras of symmetric analytic functions on Banach spaces // Eur. J. Math. – 2020. – Vol. 6. – P. 153–163.
4. Chopuyuk Y., Vasylyshyn T., Zagorodnyuk A. Rings of Multisets and Integer Multinomial // Mathematics. – 2022. – Vol. 10, 778.
5. Galindo P., Vasylyshyn T., Zagorodnyuk A. Analytic structure on the spectrum of the algebra of symmetric analytic functions on  $L_\infty$  // RACSAM. – 2020. – Vol. 114, 56.
6. Galindo P., Vasylyshyn T., Zagorodnyuk A. Symmetric and finitely symmetric polynomials on the spaces  $\ell_\infty$  and  $L_\infty[0, +\infty]$  // Mathematische Nachrichten. – 2018. – Vol. 291. – P. 1712–1726.
7. Halushchak S.I. Spectra of some algebras of entire functions of bounded type, generated by a sequence of polynomials // Carpathian Math. Publ. – 2019. – Vol. 11. – P. 311–320.
8. Zagorodnyuk A., Hihliuk A. Entire analytic functions of unbounded type on Banach spaces and their lineability // Axioms. – 2021. – Vol. 10. – 150.
9. Lopushansky O., Zagorodnyuk A. Infinite Dimensional Holomorphy: Spectra and Hilbertian Structures. – Krakow: AGH University Press, 2013. – 142 p.

## STUDY OF ALGEBRAS OF ANALYTIC FUNCTIONS ON INFINITE-DIMENSIONAL BANACH SPACES

*The report will present results regarding subalgebras of symmetric and supersymmetric analytic functions on spaces with a symmetric basis and algebras generated by sequences of polynomials. In particular, the spectra of some algebras of symmetric analytic functions will be described and open problems in this direction will be emphasized.*