

УДК 517.977

ОПТИМІЗАЦІЯ КОЛИВАНЬ У ДВОМАСОВІЙ СИСТЕМІ

Юрій Ловейкін, Анна Сукретна

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

y.loveikin@gmail.com, sukretna.a.v@gmail.com

Вібраційні процеси у спорудах і машинах, електромагнітні коливання в радіотехніці та оптиці, автоколивання в системах регулювання та слідкуючих системах, звукові та ультразвукові коливання – всі ці явища описуються схожими математичними моделями. Зазвичай метою керування коливними процесами є або гасіння коливань, або підтримка автоколивного режиму протягом тривалого періоду часу. У цій роботі продовжуються дослідження керування коливними процесами, розпочаті в [1 – 3].

Розглядатимемо систему, що складається з двох тіл. Одне тіло може рухатись вздовж горизонтальної осі, друге тіло закріплене на підвісі до першого і є маятником. Еволюція такої двомасової системи описується системою двох диференціальних рівнянь другого порядку

$$m_1 \ddot{x}_1 = F_p - m_2 \frac{g}{l} (x_1 - x_2) - F_r \operatorname{sign} \dot{x}_1, \quad \ddot{x}_2 = \frac{g}{l} (x_1 - x_2), \quad (1)$$

де x_1 визначає положення першого тіла відносно горизонтальної осі, уздовж якої це тіло може рухатись, x_2 – положення другого тіла відносно тієї ж горизонтальної осі, m_1 , m_2 – маси першого і другого тіл відповідно, l – довжина підвісу другого тіла до першого, F_r – сила опору, що діє на перше тіло під час його руху внаслідок зовнішніх факторів, F_p – зовнішня сила, що спричиняє рух першого тіла вздовж горизонтальної осі, і змінюється у заданих межах

$$F_p \in [-F_{p \max}, F_{p \max}], \quad (2)$$

$F_{p \max}$ – стала, яка задає максимальну рушійну силу, що може діяти на перше тіло, g – стала прискорення вільного падіння.

При русі під дією сили F_p на перше тіло системи (1) зі стану спокою у цій системі можуть виникати коливні процеси, спричинені другим тілом системи, що знаходиться на підвісі до першого тіла. Керуючи силою F_p , можна

впливати на коливні процеси у системі і навіть досягти припинення коливань, привівши систему до рівномірного руху з деякою додатною швидкістю. У цьому випадку процес, який розглядається, описується системою (1) з крайовими умовами

$$x_1(0) = x_2(0) = 0, \quad \dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0; \quad (3)$$

$$x_1(T) - x_2(T) = 0, \quad \dot{x}_1(T) = \dot{x}_2(T) = v_0, \quad \ddot{x}_1(T) = \ddot{x}_2(T), \quad (4)$$

де $v_0 > 0$ – швидкість, якої має досягти система, $T > 0$ – кінцевий момент часу, який нефіксований і залежить від керування зовнішньою силою F_p .

Таким чином, будемо розглядати задачу оптимального керування, у якій керована система описується крайовою задачею (1), (3), (4), керуючим параметром виступає зовнішня сила F_p з області допустимих керувань (2), і критерієм якості

$$T \rightarrow \inf. \quad (5)$$

У роботі побудовано програмне оптимальне керування зовнішньою силою, яка діє на перше тіло і спричиняє розгінний рух системи зі стану спокою до заданої швидкості з усуненням за мінімальний час коливань, що виникають у процесі. Побудоване керування має одну точку перемикання.

1. Ловейкін Ю.В. Керування коливними процесами в одній двомасовій системі // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія фізико-математичні науки. – 2012. – № 4. – С. 60–63.
2. Ловейкін Ю., Ромасевич Ю. Оптимізація керування одномасовими механічними системами // Вісник ТНТУ. Математичне моделювання, математика, фізика. – 2010. – Т. 15. – № 4. – С. 140–146.
3. Ловейкін Ю.В., Сукретна А.В. Аналіз та оптимізація коливних процесів у двомасовій системі // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія фізико-математичні науки. – 2018. – № 1. – С. 30–33.

OPTIMIZATION OF OSCILLATIONS IN A TWO-MASS SYSTEM

Stabilization problem of oscillation processes for the system consists of two bodies, the first one can move along the horizontal axis under the influence of an external force, the second body is on the suspension to the first and can perform vibrational movements as a pendulum is considered. In the considered two-mass system, the controlling factor is an external force influencing on the first body of the system. The aim of controlling the external force is to vanish oscillating processes in the system in the shortest time and transfer the system during this time from the state of rest to uniform motion with a given speed without oscillations. The form of optimal control of external force for vanishing of oscillations and stabilization of the considered two-mass system in the shortest time when overlocking from rest state to the motion with certain positive speed is established. Program optimal control of external force with one switching point is constructed.