УДК 517.9

ДИНАМІКА КОНФЛІКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ В ТЕРМІНАХ МІНІМАЛЬНИХ ГРАВЦІВ

Оксана Сатур

Інститут математики НАН України

oksana@satur.in.ua

Нехай двом опонентам A та B, які далі звуться гравцями, в момент часу $t = 0$ співставлено незалежні дискретні випадкові розподіли на просторі $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$, $n \geq 2$ (множина відвідуваних позицій):

$$A \sim \mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n), \quad B \sim \mathbf{r} = (r_1, \dots, r_n).$$

Зрозуміло, що вектори $\mathbf{p}$, $\mathbf{r}$ є стохастичними:

$$0 \leq p_i, r_i \leq 1, \quad \sum_{i=1}^{n} p_i = \sum_{i=1}^{n} r_i = 1, \quad i = 1, \dots, n.$$

Далі припускаємо, що вони є різними і неортогональними, тобто в $\mathbb{R}^n_+$ їх скалярний добуток задовольняє умову $0 < (\mathbf{p}, \mathbf{r}) < 1$. Координати p_i, r_i можна інтерпретувати як незалежні ймовірності влучання A, B в ω_i. Іншими словами, величини p_i, r_i характеризують випадкові події відвідування позиції ω_i гравцями A та B в початковий момент часу $t = 0$. Отже, $p_i = \mathbf{P}(A$ перебуває в позиції $\omega_i)$, де $\mathbf{P}(\cdot)$ означає ймовірність. Аналогічно для r_i.

Припустимо, що в наступні моменти дискретного часу $t = 1, 2, \dots$ гравці A та B вступають один з одним у взаємодію, яку позначаємо $\circledast$. Це приводить до зміни відповідних їм розподілів:

$$\{\mathbf{p}, \mathbf{r}\} \equiv \{\mathbf{p}^0, \mathbf{r}^0\} \xrightarrow{\circledast} \{\mathbf{p}^1, \mathbf{r}^1\} \xrightarrow{\circledast} \cdots \xrightarrow{\circledast} \{\mathbf{p}^t, \mathbf{r}^t\} \xrightarrow{\circledast} \cdots. \tag{1}$$

Покладаємо, що закон зміни координат стохастичних векторів задається ітераційно такими формулами:

$$p_i^t = p_{\min}^t = \min_{j=1,\dots,n} p_j^t, \qquad r_i^t = r_{\min}^t = \min_{j=1,\dots,n} r_j^t, \tag{2}$$

http://iapmm.lviv.ua/mpmm2023/materials/ma09_24.pdf

$$p_i^{t+1} = \frac{\alpha \cdot p_{\min}^t (1 - r_{\min}^t)}{z_p^t}, \qquad r_i^{t+1} = \frac{\alpha \cdot r_{\min}^t (1 - p_{\min}^t)}{z_r^t}, \tag{3}$$

$$p_j^{t+1} = \frac{p_j}{z_p^t}, \quad r_j^{t+1} = \frac{r_j}{z_r^t}, \qquad i \neq j, \qquad \alpha > 0, \tag{4}$$

$$t = 0, 1, \ldots, \quad p_j^0 = p_j, \quad r_j^0 = r_j, \quad p_{\min}^0 = p_{\min}, \quad r_{\min}^0 = r_{\min},$$

де нормувальні знаменники z_p^t і z_r^t вводяться для забезпечення стохастичності векторів $\mathbf{p}^{t+1}$, $\mathbf{r}^{t+1}$

$$z_p^t = \alpha \cdot p_{\min}^t (1 - r_{\min}^t) + \sum_{j \neq \min} p_j^t,$$

$$z_r^t = \alpha \cdot r_{\min}^t (1 - p_{\min}^t) + \sum_{j \neq \min} r_j^t.$$

Задача полягає у дослідженні поведінки траєкторій динамічної системи (1), залежно від значення α та розмірності векторів $\mathbf{p}, \mathbf{r} \in \mathbb{R}_+^n$.

У циклах робіт, що описані в [1] досліджувались різні задачі, пов'язані з динамічними системами конфлікту у дискретному часі в термінах стохастичних векторів, заданих траєкторіями:

$$\{\mathbf{p}^t, \mathbf{r}^t\} \xrightarrow{*,t} \{\mathbf{p}^{t+1}, \mathbf{r}^{t+1}\}, \quad t = 0, 1, 2, \ldots,$$

де координати векторів $\mathbf{p}^{t+1}$, $\mathbf{r}^{t+1}$ визначаються системою різницевих рівнянь.

Дослідження виконувалися в рамках проєкту Нацонального фонду досліджень України, 2020.02/0089.

1. *Кошманенко В. Д.* Спектральна теорія динамічних систем конфлікту. – Київ: Наукова думка, 2016. – 287 с.

DYNAMICS OF CONFLICT INTERACTION IN TERMS OF MINIMAL PLAYERS

A model of a dynamic conflict system with attractive interaction was built, the behavior of trajectories of which is determined by a pair of minimum values and depends on the value of some positive constant. The existence of stationary states has been proved, the existence of cyclic orbits has been analyzed, and the question of stability has been investigated.