УДК 517.9

МЕТОД УСЕРЕДНЕННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-РІЗНИЦЕВИХ ВКЛЮЧЕНЬ

Ольга Кічмаренко, Володимир Сапожніков

Одеський національний університет імені І.І. Мечникова

o.kichmarenko@onu.edu.ua, vladimir.sapozhnikov@stud.onu.edu.ua

Розглянемо диференціально-різницеве включення зі змінним запізненням:

$$x_{i+1} \in x_i + \varepsilon F\left(i, x_i, x_{\sigma(i)}\right), \quad x_0 = x^0, \tag{1}$$

де $x_i \in R^n$ – поточний стан системи, $\varepsilon > 0$ – малий параметр, $F : I \times R^n \times R^n \to comp(R^n)$, $F\left(i+\omega, x_i, x_{\sigma(i)}\right) = F\left(i, x_i, x_{\sigma(i)}\right)$, ω – період (ціле додатнє число), $i \in I = \{0, 1, 2, \ldots, N\}$, $N = E(l\varepsilon^{-1}), L - const$, $\sigma(i)$ – відома функція, яка визначає момент дискретного часу з передісторії, що впливає на поточний стан системи, $\sigma(i) \in I_\sigma = \{0, 1, 2, \ldots, i\}$, тобто $\sigma(i) \le i$ для $i \in I$.

Поставимо у відповідність (1) наступне усереднене включення:

$$y_{(j+1)\omega} \in y_{j\omega} + \varepsilon\omega F^0\left(y_j, y_{\sigma(j)}\right), \quad y_0 = x^0, \tag{2}$$

$$F^0\left(y_j, y_{\sigma(j)}\right) = \frac{1}{\omega}\sum_{i=1}^{\omega} F\left(j, x_j, x_{\sigma(j)}\right), \tag{3}$$

$$y_i = y_{(j)\omega} + (i - j\omega)(y_{(j+1)\omega} - y_{(j)\omega})/\omega, \quad j\omega \le i \le (j+1)\omega. \tag{4}$$

Для включень доведено теорему, яка є аналогом першої теореми М. М. Боголюбова [1 – 3].

1. *Kichmarenko O.D.* Averaging of differential equations with Hukuhara derivative with maxima // International Journal of Pure and Applied Mathematics. – 2009. – **57**, No. 3. – P.447–457.
2. *Kichmarenko O.D., Karpycheva M.L.* General averaging scheme for discrete equations with variable delay // Journal of Mathematical Sciences. – 2017. – **226**, No. 3. – P.270–284.
3. *Плотников В.А., Плотников А.В., Витюк А.Н.* Дифференциальные уравнения с многозначной правой частью. Асимптотические методы. – Одесса: Астропринт, 1999. – 356 с.

AVERAGING METHOD OF DIFFERENTIAL-DIFFERENCE INCLUSIONS

It has been demonstrated that the averaging method over a finite interval is applicable for differential-difference equations with variable delay.

http://iapmm.lviv.ua/mpmm2023/materials/ma09_31.pdf