

УДК 539.3

## ПОРІВНЯННЯ ПЛОСКИХ БАЛКОВОГО КОРОТАЦІЙНОГО СПЛАЙНУ І ГЕОМЕТРИЧНО НЕЛІНІЙНОЇ БАЛКИ

**Ігор Ориняк, Дмитро Кольцов, Роман Мазурик**

*Національний технічний університет України  
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"*

igor\_orinyak@yahoo.com, koltsovdd@gmail.com, r.mazuryk.ua@gmail.com

Сплайни широко застосовуються в розпізнаванні образів, геометрично-му моделюванні, оберненому інжинірингу, тощо. Історично балки використовувались спочатку як лекала, а потім і як математичний апарат для отримання гладких геометричних ліній. З часом з'ясувалися певні недоліки балкових сплайнів, зокрема коли шукана форма об'єкту є такою, що не може бути представленою як однозначна функція  $y = y(x)$ , наприклад замкнуті контури. На сьогоднішній день в моделюванні застосовуються специфічні геометричні методи, основані на кривих Без'є (Бернштейна) та В-сплайнах.

Наша мета полягає в розширенні можливостей балок шляхом введення техніки балкових коротаційних сплайнів, БКС, що [1]: а) основані на коротаційних елементах, що межують під кутом один до одного; б) містять, як реальні точки спостереження, які мають визначені координати і положення, так і фіктивні точки, мета яких полягає в наближенні довжини контуру прямолінійними ділянками; в) враховують зміну нормалі (напрям розрахункового переміщення) в кожній точці елемента на величину розрахункового кута повороту. Реальні точки є точками, де розміщуються опори, жорсткість яких (додаюча сила) залежить від умов необхідного згладжування (похибок вимірювання). В фіктивних точках всі чотири похідних до контуру є неперервними. Приклади розрахунків [1] показали високу ефективність техніки коротаційних балкових сплайнів.

В цій роботі ми демонструємо переваги БКС на прикладі доволі простої задачі. Задані закріплені положення двох крайніх точок і задані напрямки кривих в точках закріплення. Вони такі: ліва точка  $A$  розміщена в початку координат  $(0,0)$  і крива відходить під кутом  $60^\circ$  за годинниковою стрілкою відносно осі  $x$ ; права точка є такою  $B(150, 150)$  і крива в ній підходить під кутом  $60^\circ$ . Відстань між  $A$  до  $B$  дорівнює 212. По цим даним ми будемо декілька сплайнів. Перший – це запропонований метод БКС [1]. Другий – це відома крива Без'є (БЗ). А третій – це використання потужного методу геометрично нелінійної (ГН) балки [3].

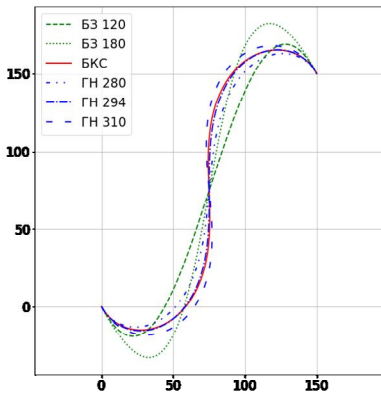


Рис. 1 Варіанти реалізації сплайнів

вання балки, що звичайно має задану довжину. На рис. 1 зображені криві, що мають такі довжини: 294, як і для БКС; 280 – трохи менша довжина; 310 – трохи більша.

Проаналізуємо якість отриманих кривих. Вона характеризується зазвичай енергією деформації  $E$ , що, як слідує з теорії балок, пропорційна інтегралу від квадрату кривизни  $\kappa$  і має бути мінімальною:  $E = \int_0^L k^2(l) dl$ , де  $l$  – елемент довжини. Результати обчислень наведено в таблиці:

БЗ 80	БЗ 120	БЗ 150	БЗ 180	БКС	ГН 280	ГН 294	ГН 310
0.2340	0.2080	0.2092	0.2173	0.1293	0.1373	0.1284	0.1225

Очевидно, що БКС дає величини близькі до оптимальних, тоді як складна ГН балка вимагає підбору оптимальної довжини, що не є практичним.

1. *Orynyak I., Koltsov D., Chertov O., Mazuryk R.* Application of beam theory for the construction of twice differentiable closed contours based on discrete noisy points // System Research and Information Technologies. – 2022. – No. 4. – P. 119–140.
2. *Orynyak I., Mazuryk R., Orynyak A.* Basic (discontinuous) and smoothing up (conjugated) solutions in transfer matrix method for static geometrically nonlinear beam and cable in plane // Journal of Engineering Mechanics. – 2020. – 46, No. 5. – 04020031.

#### COMPARISON OF 2D COROTATION BEAM SPLINE WITH GEOMETRICALLY NONLINEAR BEAM

*The beam spline based on corotational straight beam sections separated by elastic supports (real points of measurements) or fictitious point is a powerful technique for the restoration of the real geometry, minimizing the curvatures and optimizing the distances from the measured points. Its further advantages are demonstrated for drawing the spline between two give points with given tangents by comparing with Brazier curve as well as with geometrical nonlinear beam.*