УДК 539.3

УНІВЕРСАЛЬНО М-ЕКВІВАЛЕНТНІ ВІДОБРАЖЕННЯ

Назар Пирч

Українська академія друкарства

pnazar@ukr.net

Для топологічного простору X позначимо через $F(X)$ вільну топологічну групу над X. Відображення $f : X_1 \to Y_1$ і $g : X_2 \to Y_2$ назвемо M*-еквівалентними*, якщо існують такі топологічні ізоморфізми $i : F(X_1) \to F(X_2)$ і $j : F(Y_1) \to F(Y_2)$, що $j \circ f^* = g^* \circ i$, де $f^* : F(X_1) \to F(Y_1)$ і $g^* : F(X_2) \to F(Y_2)$ − гомоморфізми, які продовжують відображення f і g відповідно (позночимо $f \overset{M}{\sim} g$). Уведемо декілька модифікацій цього поняття, а власне, скажемо, що M-еквівалентні відображення називаються

- *універсально* M*-еквівалентними зліва* (позн. $f \overset{lM}{\approx} g$), якщо для довільного топологічного ізоморфізму $i : F(X_1) \to F(X_2)$ існує топологічний ізоморфізм $j : F(Y_1) \to F(Y_2)$ такий, що $j \circ f^* = g^* \circ i$;
- *універсально* M*-еквівалентними справа* (позн. $f \overset{rM}{\approx} g$), якщо для довільного топологічного ізоморфізму $j : F(Y_1) \to F(Y_2)$ існує такий топологічний ізоморфізм $i : F(X_1) \to F(X_2)$, що $j \circ f^* = g^* \circ i$;
- *універсально* M*-еквівалентними* (позн. $f \overset{uM}{\approx} g$), якщо вони є універсально M-еквівалентними зліва і універсально M-еквівалентними справа.

Скажемо, що неперервне відображення $f : X \to Y$ є

- l*-універсальним*, якщо для довільного топологічного автоморфізму $i : F(X) \to F(X)$ існує такий топологічний автоморфізм $j : F(Y) \to F(Y)$, що $j \circ f^* = f^* \circ i$;
- r*-універсальним*, якщо для довільного топологічного автоморфізму $j : F(Y) \to F(Y)$ існує такий топологічний автоморфізм $i : F(X) \to F(X)$, що $j \circ f^* = f^* \circ i$;
- *універсальним,* якщо воно є одночасно l- і r-універсальним.

http://iapmm.lviv.ua/mpmm2023/materials/ma10_07.pdf

Теорема. *Нехай* $f : X_1 \to Y_1$, $g : X_2 \to Y_2$ − *неперервні відображення. Тоді наступні умови є еквівалентними:*

1. $f \overset{lM}{\approx} g$ ($f \overset{rM}{\approx} g$, $f \overset{uM}{\approx} g$) ;
2. $f \overset{M}{\sim} g$ *і відображення* f *та* g *є* l *-універсальними (* r *-універсальними, універсальними);*
3. $f \overset{M}{\sim} g$ *і відображення* f *є* l *-універсальним (* r *-універсальним, універсальним).*

Наслідок. *Відображення,* M *-еквівалентне до універсального (* r *-універсального,* l *-універсального), є універсальним (* r *-універсальним,* l *-універсальним).*

Твердження 1. *Нехай* $f_i : X_i \to X_{i+1}$ *і* $g_i : Y_i \to Y_{i+1}$ − *неперервні відображення, причому* $f_i \overset{rM}{\approx} g_i$ *для всіх* $i = 1,..,n-1$ *та* $f_n \overset{M}{\sim} g_n$. *Тоді*

$$f_n \circ f_{n-1} \circ \ldots \circ f_1 \overset{M}{\sim} g_n \circ g_{n-1} \circ \ldots \circ g_1 .$$

Твердження 2. *Нехай* $f_i : X_i \to X_{i+1}$ *і* $g_i : Y_i \to Y_{i+1}$ − *неперервні відображення, причому* $f_i \overset{rM}{\approx} g_i$ *для всіх* $i = 1,..,n$. *Тоді*

$$f_n \circ f_{n-1} \circ \ldots \circ f_1 \overset{rM}{\approx} g_n \circ g_{n-1} \circ \ldots \circ g_1 .$$

ON UNIVERSALLY M-EQUIVALENT MAPPINGS

We introduce the modifications of the notion of M-equivalence of the mappings and give their applications for investigation of M-equivalent mappings.