

УДК 517.518

## ПРО МНОЖИНУ НЕРУХОМИХ ТОЧОК ФУНКЦІЇ ЧАСТОТИ НУЛЯ ЧИСЕЛ, ЩО МАЮТЬ $Q_s$ -ПРЕДСТАВЛЕННЯ

Ростислав Кривошия, Дмитро Скакун

*Кропивницький будівельний фаховий коледж, м. Кропивницький; Український державний університет імені Михайла Драгоманова, м. Київ.*

mostik19@gmail.com, skakund2020@gmail.com

Нехай  $(q_0; q_1; \dots; q_{s-1})$  — стохастичний вектор з строго додатними координатами. Відомо [3], що для довільного дійсного числа  $x \in [0; 1]$  існує послідовність чисел (в подальшому цифр)  $\alpha_n \in \{0; 1; \dots; s-1\}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$  така, що

$$x = \sum_{n=1}^{+\infty} \beta_{\alpha_n} \cdot q_{\alpha_{n-1}} \cdot q_{\alpha_{n-2}} \cdot \dots \cdot q_{\alpha_1}, \quad (1)$$

де  $\beta_0 = 0, \beta_1 = q_0, \dots, \beta_{s-1} = q_0 + q_1 + \dots + q_{s-2}$ .

Рівність (1) називається  $Q_s$ -представленням дійсного числа  $x$ . Відповідне  $Q_s$ -зображення числа  $x$  має вигляд :

$$x = \Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n \dots}^{Q_s}.$$

Існує зчисленна множина чисел виду  $\Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n(0)}^{Q_s}$ , які мають два представлення і відповідно зображення. Нехай  $N_k(x; j)$  — кількість цифр  $j$  серед цифр  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ . Якщо існує границя

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{N_k(x; j)}{k}$$

то вона називається частотою цифри  $j$   $Q_s$ -зображення числа  $x$  та позначається  $\nu_j(x)$ .

**Теорема 1.** *Існує нульмірна за Лебегом, континуальна, всюду щільна на  $[0; 1]$  множина чисел  $x \in [0; 1]$  таких, що*

$$\nu_0(x) = x,$$

*при чому існують частоти цифр  $1, 2, \dots, s-1$  числа  $x$ .*

**Теорема 2.** Нехай  $A$  — множина стохастичних векторів

$$(p_{0\alpha}; p_{1\alpha}; \dots; p_{(s-1)\alpha})$$

таким, що для кожного з них існує число  $x(\alpha)$  :

$$\nu_0(x(\alpha)) = x(\alpha),$$

$$\nu_j(x(\alpha)) = p_{j\alpha} \quad \forall j \in \{1; 2; \dots; s-1\}.$$

Множина точок з координатами  $(p_{0\alpha}; p_{1\alpha}; \dots; p_{(s-2)\alpha})$  є всюду щільною в одиничному  $(s-1)$ -вимірному кубі.

1. Працьовитий М. В., Макарчук О. П., Карпенко О. В. Про множину інваріантних точок функції частоти у двійковій системі зображення дійсних чисел // Науковий часопис НПУ. імені М.П.Драгоманова. Серія 1. Фіз-мат. науки. – 2010. – № 11. – С.182–199.
2. Турбин А. Ф., Працевитий Н.В. Фрактальные множества, функции, распределения. — Киев: Наук.думка, 1992. — 208 с.
3. Турбин Г. М. Частотні характеристики нормальних чисел в різних системах числення // Фрактальний аналіз та суміжні питання. — Київ: ІМ НАН України — НПУ ім. Драгоманова. — 1998, № 1. — С.53–55.

## ON A SET OF FIXED POINTS OF ZERO-FREQUENCY FUNCTION FOR NUMBERS HAVING $Q_s$ -REPRESENTATION

*The talk examines the set of fixed points of the zero frequency function for the  $Q_s$ -representation of real numbers. It is shown that the corresponding set of points is continuous, dense everywhere and has Lebesgue measure zero.*