

УДК 512.553.2

## ВТОРИННО-МУЛЬТИПЛІКАЦІЙНІ МОДУЛІ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ

Марта Малоїд-Глебова

*Львівський національний університет ім. Івана Франка*

[marta.maloid-glebova@lnu.edu.ua](mailto:marta.maloid-glebova@lnu.edu.ua)

Нехай  $R$  – асоціативне кільце з  $1 \neq 0$ ,  $M$  – лівий  $R$ -модуль. Той факт, що  $N$  є підмодулем  $M$  позначимо як  $N \leq M$ .

**Означення 1.**  $R$ -модуль  $M$  називається **вторинним модулем**, якщо  $M \neq 0$  і  ${}_R \text{Ann}(M) = {}_R \text{Ann}(M/N)$  для кожного власного підмодуля  $N \leq M$ .

**Означення 2.** Підмодуль  $N$  лівого  $R$ -модуля  $M$  називається **вторинним підмодулем**, якщо він сам по собі є вторинним модулем.

Множину усіх вторинних підмодулів модуля  $M$  позначаємо через  $\text{Spec}^s(M)$  і називаємо **вторинним спектром** модуля  $M$ .

**Означення 3.** Модуль  $M$  називається **мультиплікаційним модулем**, якщо для кожного  $N \leq M$  існує такий двосторонній ідеал  $I$  кільця  $R$ , що  $N = MI$ .

**Означення 4.** Модуль  $M$  називається **вторинно-мультиплікаційним модулем**, якщо або  $M$  не має жодних вторинних підмодулів, або для кожного вторинного підмодуля  $S \leq M$  існує такий двосторонній ідеал  $I$  кільця  $R$ , що  $S = MI$ .

**Теорема 1.** *Нехай  $M$  –  $R$ -модуль. Такі властивості еквівалентні.*

1.  $M$  є вторинно-мультиплікаційним модулем.
2. Для кожного підмодуля  $N$  модуля  $M$  і для кожного двостороннього ідеалу  $C$  кільця  $R$ , такого, що  $N \subset (0 :_M C)$ , існує двосторонній ідеал  $V$  кільця  $R$ , такий, що  $C \subset V$  і  $N = (0 :_M V)$ .
3. Для кожного підмодуля  $N$  модуля  $M$  і для кожного двостороннього ідеалу  $C$  кільця  $R$ , такого, що  $N \subset (0 :_M C)$ , існує двосторонній ідеал  $V$  кільця  $R$ , такий, що  $C \subset V$  і  $N \subseteq (0 :_M V)$ .

**Теорема 2.** *Нехай  $R$  комутативне кільце і нехай  $M$  вторинно-мультимплікаційний  $R$ -модуль. Тоді якщо  $N$  є таким підмодулем модуля  $M$ , що  $\text{Ann}_R(N)$  є первинним ідеалом кільця  $R$ , то  $N$  є вторинним підмодулем модуля  $M$ .*

**Теорема 3.** *Нехай  $M$  вторинно-мультимплікаційний  $R$ -модуль. Тоді виконуються такі властивості:*

1. *Кожен підмодуль модуля  $M$  є цілком-інваріантним.*
2. *Якщо  $R$  комутативне кільце, то  $\text{End}_R(M)$  є комутативним кільцем.*
3. *Кожен підмодуль модуля  $M$  є вторинно-мультимплікаційним модулем.*

## SECONDARY-MULTIPLICATION MODULES AND THEIR PROPERTIES

*In this abstract we introduce the concept of a secondary-multiplication  $R$ -module and we obtain some related results.*