УДК 539.3

ПРО ОДИН ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРОСТОРОВОЇ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ БАГАТОШАРОВОЇ ОСНОВИ З НЕІДЕАЛЬНИМ ТЕПЛОВИМ КОНТАКТОМ МІЖ ШАРАМИ

Ніна Антоненко, Ірина Ткаченко

Національний університет «Запорізька політехніка»,
Запорізький національний університет

antonenkonina.ua@gmail.com, 2tig.phd81@gmail.com

Під багатошаровою основою будемо розуміти пакет пружних невагомих однорідних шарів, що лежить на півплощині. Шари характеризуються товщиною h_k та коефіцієнтом теплопровідності $k_{T,k}$. Між шарами є неідеальний тепловий контакт [1], на поверхні півпростору – нульова температура. Шари будемо нумерувати зверху вниз, починаючи з одиниці. У кожному шарі введемо локальну декартову систему координат $O_k x z_k$ з початком на верхній межі шару, осі $O_k z_k$ лежать на одній прямій та спрямовані вниз. Крайові умови задачі: $T_1(x,y,0) = f(x,y)$, $T_{n+1}(x,y,0) = 0$. Умови на стиках шарів:

$$k_{T,k}\frac{\partial T_k}{\partial z}(x,y,h_k) = \frac{1}{R_k}\left[T_{k+1}(x,y,0) - T_k(x,y,h_k)\right],$$

$$k_{T,k+1}\frac{\partial T_{k+1}}{\partial z}(x,y,0) = k_{T,k}\frac{\partial T_k}{\partial z}(x,y,h_k),$$

де R_k – коефіцієнт теплового опору, $k = \overline{1; n-1}$.

Для розв'язання задачі застосовано метод функцій податливості з використанням двомірного інтегрального перетворення Фур'є. Отримано аналітичний вираз для визначення температури в точках шарів багатошарової основи, який представлено у зручному для чисельної реалізації вигляді:

$$T_k(x,y,z) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(e^{-pz} + \tilde{r}_k(p)\operatorname{sh}pz\right)\eta_k(\xi,\zeta)e^{-i(\xi x+\zeta y)}\,d\xi d\zeta,\quad p = \xi^2+\zeta^2,$$

де $S_k = \operatorname{sh} p_k$, $C_k = \operatorname{ch} p_k$, $p_k = ph_k$, $L_k = R_k k_{T,k}$, $\Delta_k = k_{T,k}/k_{T,k+1}$,

$\tilde{r}_n = -e^{-p_n}/S_n$, $\quad \tilde{r}_k = \dfrac{\left[\Delta_k + (1-\tilde{r}_{k+1})(L_k p - 1)\right]e^{-p_k}}{\Delta_k C_k + (1-\tilde{r}_{k+1})(S_k + L_k p C_k)}$, $\quad \eta_1 = \overline{T}_1(\xi,\zeta,0) -$

http://iapmm.lviv.ua/mpmm2023/materials/me01_04.pdf трансформанта температури в точках верхньої межі основи, $\eta_{k+1} = ((1 - L_k p) e^{-p_k} + \tilde{r}_k (S_k + L_k p C_k)) \eta_k$.

Числові розрахунки виконано для тришарової основи, що складається з шарів однакової товщини. Граничні умови: $T_1(x, y, 0) = \begin{cases} T_0, & (x, y) \in D, \\ 0, & (x, y) \notin D, \end{cases}$ де $D = \{-1 \le x \le 1, -1 \le y \le 1\}$. На рис. 1 ($k_{T,1} = k_{T,2} = k_{T,3}$) та рис. 2 ($k_{T,1} = k_{T,3}$, $k_{T,2} = 10 k_{T,1}$) наведено розподіли температури у точках нижньої межі першого (криві 1) та другого шару (криві 2) у перерізі $x = 0$.

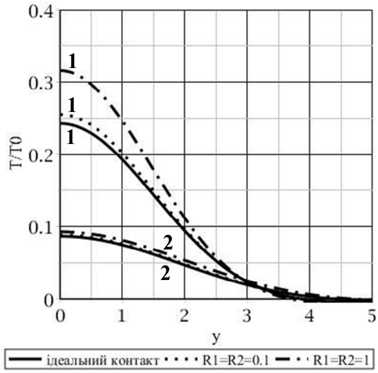

Рис. 1

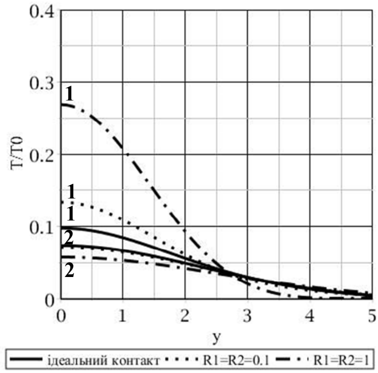

Рис. 2

Із аналізу графіків можна зробити висновки: збільшення коефіцієнтів теплового опору призводить до збільшення температури в точках меж, що розглядаються, окрім нижньої межі другого шару для основи з характеристиками $k_{T,1} = k_{T,3}$, $k_{T,2} = 10 k_{T,1}$; у точках нижньої межі першого шару вплив коефіцієнту теплового опору більш суттєвий у порівнянні з його впливом у точках нижньої межі другого шару.

1. *Немиш Б.Ю.* Трехмерные задачи термоупругости для неравномерно нагретых слоистых трансверсально-изотропных пластин // Прикл. механика. – 1999. – **35**, № 7. – С. 95–103.

ON A METHOD FOR SOLVING A SPATIAL HEAT-CONDUCTION PROBLEM FOR A MULTILAYER FOUNDATION WITH IMPERFECT THERMAL CONTACT BETWEEN ITS LAYERS

Using the method of compliance functions, an analytical solution for a spatial stationary problem on determining temperature field in a multilayer foundation with imperfect thermal contact between its layers is obtained.