

УДК 539.3

РУЙНУВАННЯ ВИСОКОЕЛАСТИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ ПРИ СТИСКУ ВЗДОВЖ ПРИПОВЕРХНЕВОЇ ТРІЩИНИ. ПЛОСКА ЗАДАЧА

Михайло Довжик, Володимир Назаренко

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

dovzhyk.m.v@ukr.net, nazvml@gmail.com

Розглянуто плоску задачу руйнування півплощини $x_2 \geq -h$ за одновісного стиску вздовж приповерхневої тріщини. Плоска тріщина довжиною $2a$ в напрямку осі Ox_1 (напрямку стиску) та нескінченна в напрямку осі Ox_3 розташована в площині $x_2 = 0$. Стискаючі зусилля паралельні площині тріщини.

За використання критерію руйнування, зв'язаного з локальною втратою стійкості матеріалу в околі тріщини, в межах тривимірної лінеаризованої теорії пружності, задача зводиться до розв'язування системи інтегральних рівнянь [1]:

$$\begin{aligned} & \int_0^1 f(\eta) \left| \frac{1-\xi^2}{\eta^2-\xi^2} \right| d\eta + \frac{1}{k} \int_0^1 M_1(\xi, \eta) f(\eta) d\eta - \frac{2}{k} \int_0^1 N_1(\xi, \eta) g(\eta) d\eta = 0; \\ & \int_0^1 g(\eta) \left| \frac{1}{\eta^2-\xi^2} \right| d\eta + \frac{1}{k} \int_0^1 M_2(\xi, \eta) g(\eta) d\eta - \frac{2}{k} \int_0^1 N_2(\xi, \eta) f(\eta) d\eta + \tilde{C}_1 = 0; \quad (1) \\ & \int_0^1 g(\eta) d\eta = 0. \end{aligned}$$

При розв'язуванні системи використано чисельно-аналітичну методу, побудовану на методі Бубнова-Гальборкіна, запропоновану в [2]. За координатні функції вибрано степеневі функції $f(x) = \sum_{i=0}^N F_i x^i$, $g(x) = \sum_{i=0}^N G_i x^i$. В такому ви-

падку значення інтегралів $\int_0^1 \int_0^1 \eta^i \ln \left| \frac{\eta^2-\xi^2}{\eta^2-\xi^2} \right| d\eta d\xi$ та $\int_0^1 \xi^i \ln |1-\xi^2| d\xi$ можна знайти аналітично. З використанням рекурентних співвідношень з [2] інтеграли від ядер M_1 , M_2 , N_1 , N_2 також обчислюються аналітично. В результаті система інтегральних рівнянь (1) зводиться до системи лінійних рівнянь

$$\sum_{i=0}^N F_i F_{1ji} + \sum_{i=0}^N G_i G_{1ji} = 0; \quad \sum_{i=0}^N F_i F_{2ji} + \sum_{i=0}^N G_i G_{2ji} + \tilde{C}_1 = 0; \quad (2)$$

$$\sum_{i=0}^N \frac{1}{i+1} G_i = 0, \quad 0 \leq j \leq N,$$

коефіцієнти якої залежать від сталей матеріалу та безрозмірної відстані $\beta = h/a$.

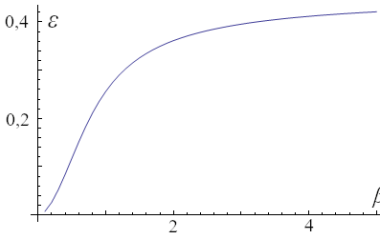


Рис. 1

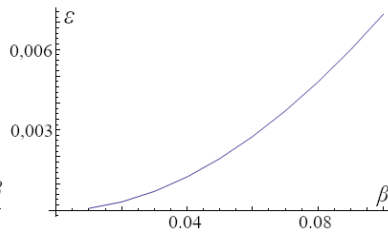


Рис. 2

Як приклад, розглянуто матеріал, для якого відомий потенціал Трелоара. При цьому отримано залежності критичних укорочень від безрозмірної відстані між тріщиною та вільною поверхнею. На рис. 1 приведено залежності для великих відстаней, що збігаються з отриманими раніше в [1]. Це підтверджує факт, що чисельно-аналітична метода, запропонована в [2], може бути застосована для розв’язання таких задач.

На рис. 2 показано залежності критичних укорочень для малих відстаней. Ці нові результати неможливо було отримати за допомогою методів, запропонованих в [1].

1. Назаренко В.М. К теории разрушения материалов при сжатии вдоль приповерхностных трещин в условиях плоской деформации // Прикл. механика. – 1986. – 22, № 12. – С. 96–104.
2. Гузь А.Н., Довжик М.В., Назаренко В.М. Разрушение материалов при сжатии вдоль приповерхностной трещины для малых расстояний между свободной поверхностью и трещиной // Прикл. механика. – 2011. – 47, № 6. – С. 28–37.

DESTRUCTION OF HIGHLY ELASTIC MATERIALS IN COMPRESSION ALONG A NEARSURFACE CRACK A PLANE PROBLEM

In this paper, the nonclassical problem of fracture mechanics for a near-surface crack in the case of plane problem was investigated. To solve this problem the numerical analytical procedure was proposed. As an example, the numerical research for highly elastic material with Treloar potential was conducted. The critical shortening in case of small values of distances between a free surface and crack corresponding to the beginning of the destruction process was defined.