

УДК 539.3

## МОДЕЛЬ НЕЛІНІЙНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ВОЛОКНИСТИХ КОМПОЗИТІВ

**Леонід Хорошун, Олена Шикла, Наталія Жукова**

*Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України*

[ensh@ukr.net](mailto:ensh@ukr.net), [zhukova\\_n@ukr.net](mailto:zhukova_n@ukr.net)

При досить високих навантаженнях багато композитних матеріалів мають нелінійний характер залежностей між макронапруженнями та макродеформаціями внаслідок наявного деформування компонентів. Такий вид нелінійності притаманний композитам, отриманим на основі пластичної металеві матриці, а також на основі полімерів при підвищених температурах. Експериментальні дослідження показують [1], що при досить високих температурах нелінійно деформуються також високомодульні матеріали типу скловолокон. Тому актуальним є дослідження деформування композитних матеріалів при нелінійному деформуванні як матриці, так і волокон.

Розглянемо односпрямований волокнистий композитний матеріал з нелінійними ізотропними компонентами, який знаходиться в умовах однорідних макродеформацій. Тоді залежності між напруженнями  $\sigma_{ij}$  та деформаціями  $\varepsilon_{ij}$  можна подати у вигляді

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{pp} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (\lambda = K - 2\mu/3; \quad i, j, p = 1, 2, 3), \quad (1)$$

де модулі об'ємного стиску  $K$  і зсуву  $\mu$  – випадкові функції координат, які приймають значення відповідно  $K_1, \mu_1$  і  $K_2, \mu_2$  для волокон і матриці. При цьому об'ємні деформації компонентів є лінійними, тобто модулі об'ємного стиску  $K_1, K_2$  не залежить від деформацій, а зсувні деформації описуються нелінійними діаграмами.

На основі рівнянь рівноваги, співвідношень Коші та залежностей (1) приходимо до фізично та статистично нелінійних рівнянь рівноваги відносно переміщень  $u_i$ :

$$\begin{aligned} \lambda(u_{r,r}^0)_{,k} + [\mu(u_{k,r}^0 + u_{r,k}^0)]_{,r} &= -(\lambda \langle \varepsilon_{pp} \rangle \delta_{kl} + 2\mu \langle \varepsilon_{kl} \rangle)_{,l}, \\ (\mu(u_{3,r}^0)_{,r})_{,k} &= -(2\mu \langle \varepsilon_{k3} \rangle)_{,k} \quad (k, l, r = 1, 2, \quad p = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (2)$$

Усереднюючи співвідношення (1), отримуємо вирази для середніх напружень у вигляді

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = c_1 \lambda_1 \langle \varepsilon_{pp}^1 \rangle \delta_{ij} + c_2 \lambda_2 \langle \varepsilon_{pp}^2 \rangle \delta_{ij} + 2c_1 \mu_1 \langle \varepsilon_{ij}^1 \rangle + 2c_2 \mu_2 \langle \varepsilon_{ij}^2 \rangle. \quad (3)$$

Скориставшись функцією Гріна, рівняння (2) можна привести до інтегральної форми. За допомогою методу умовних моментів Л.П. Хорошуна [2], усереднюючі ці рівняння за умовною щільністю (густиною), отримуємо систему алгебраїчних рівнянь відносно середніх деформацій компонентів. Визначивши їх з цієї системи і підставивши в співвідношення (3), отримуємо залежності між макронапруженнями  $\langle \sigma_{pq} \rangle$  і макродеформаціями  $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$ . При цьому ефективні деформативні характеристики композиту будуть функціями макродеформацій  $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$ .

Розв'язок наявної системи нелінійних рівнянь будемо ітераційним методом. При цьому припускаємо, що нелінійні діаграми деформування волокон та матриці при малих деформаціях мають лінійні ділянки, яким відповідають модулі зсуву відповідно  $\mu_1(0)$  і  $\mu_2(0)$ .

На основі отриманих залежностей було досліджено ефективні діаграми нелінійного деформування волокнистого композиту при різних об'ємних концентраціях компонентів та вивчено вплив нелінійності на деформування композиту. Встановлено, що фізична нелінійність компонентів матеріалу істотно впливає на характер діаграм деформування для всіх значень об'ємного вмісту волокон.

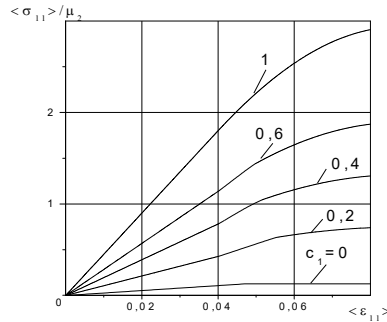


Рис. 1

1. Вулф Б.К., Ромадін К.П. Авиационное материаловедение. – М.: Машиностроение, 1967. – 422 с.
2. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Deformation of physically nonlinear stochastic composites // International Applied Mechanics. – 2016. – 44. No. 12. – P. 1325–1351.

#### THE MODEL OF NONLINEAR DEFORMATION OF FIBER COMPOSITES

*A deformation model for fibrous composite materials with nonlinear components is proposed, algorithm for determining the effective deformation properties and the stress-strain state is constructed, and the influence of nonlinearity on the deformation of the composite is investigated.*