

УДК 531.36, 531.38

ПРО СТІЙКІСТЬ ОБЕРТАННЯ ГІРОСКОПА ЛАГРАНЖА НА ПІДВІСІ У СЕРЕДОВИЩІ З ОПОРОМ ПІД ДІЄЮ ПОСТІЙНОГО МОМЕНТУ

Юрій Кононов, Ярослав Святенко

Інститут прикладної математики і механіки НАН України

kononov.yuriy.nikitovich@gmail.com, filioeee@gmail.com

Розглянута задача про стійкість рівномірного обертання гіроскопа Лагранжа на підвісі у середовищі з опором. Динамічно симетричні тверді тіла S_1 і S_2 пов'язані в точці O_2 пружним відновлювальним сферичним шарніром. Тіло S_1 (підвіс) має нерухому точку O_1 . Тверді тіла S_i ($i=1, 2$) знаходиться під дією сил тяжіння, а тіло S_2 – під дією дисипативного моменту $\mathbf{M} = D\boldsymbol{\omega}$ $D = \text{diag}(D_1, D_1, D_3)$, $D_j > 0$ ($j=1, 3$), що моделює середовище з опором, і дією постійного моменту у інерціальній системі відліку $\mathbf{M}_p = P\mathbf{g}$, який підтримує рівномірне обертання тіла S_1 . Тут $\boldsymbol{\omega}$ – кутова швидкість твердих тіл S_1 і S_2 , \mathbf{g} – прискорення вільного падіння.

В даній роботі узагальнюються результати [1] на випадок урахування масових та інерційних характеристик підвісу, а також пружності сферичного шарніру. На підставі робіт [2, 3] характеристичне рівняння збуреного руху механічної системи, що розглядається, має вигляд:

$$\begin{vmatrix} F_1 & k - \mu\lambda^2 \\ k - \mu\lambda^2 & F_2 \end{vmatrix} = 0,$$

або

$$a_4\lambda^4 + (a_3 + ib_3)\lambda^3 + (\tilde{a}_2 + ib_2)\lambda^2 + (\tilde{a}_1 + ib_1)\lambda + a_0 + ib_0 = 0, \quad (1)$$

де $F_1 = A_1'\lambda^2 + (i\tilde{C}_1 + D_1)\lambda + a_1g + k$, $F_2 = A_2\lambda^2 + i\tilde{C}_2\lambda + a_2g + k$, $\tilde{C}_i = C_i\omega_0$, $A_1' = A_1 + s_1^2m_2$, $a_1 = m_1c_1 + m_2s_1$, $a_2 = m_2c_2$, $\mu = s_1a_2$, $\omega_0 = P/D_3$, $s_1 = O_1O_2$, m_i , $c_i = O_iC_i^*$ і C_i^* – маса і центр мас тіла S_i ($i=1, 2$).

На підставі критерію Льєнара–Шіпара, записаного в іннормному вигляді, отримані наступні умови асимптотичної стійкості відносно кінетичного моменту \tilde{C}_2 :

$$I_{32}\tilde{C}_2^2 + I_{31}\tilde{C}_2 + I_{30} > 0, \quad (2)$$

$$I_{56}\tilde{C}_2^6 + I_{55}\tilde{C}_2^5 + \dots + I_{51}\tilde{C}_2 + I_{50} > 0, \quad (3)$$

$$I_{78}\tilde{C}_2^8 + I_{77}\tilde{C}_2^7 + \dots + I_{71}\tilde{C}_2 + I_{70} > 0. \quad (4)$$

Проведені аналітичні дослідження отриманих умов стійкості (2)–(4) від основних механічних параметрів системи. Так, у разі виродження підвісу в безмасову і безінерційну струну ($A_1 = C_1 = 0$, $m_1 = 0$) умови стійкості (2)–(4) у безрозмірних змінних статті [3] мають вигляд:

$$k(a+b)^2 > I\xi - ma(a+b), \quad (5)$$

$$I\xi^2 - [I + ma(a+b) + \tilde{I}k] + mab + (a+b)k/g > 0, \quad (6)$$

де $\tilde{I} = (I + ma(a+b)^2) / mbg$. За відсутності пружності сферичного шарніра ($k = 0$) характеристичне рівняння (1) збігається з рівнянням роботи [3]. Умова стійкості (6) теж збігається з аналогічною умовою цієї статті, але у роботі [3] відсутня умова (5), яка при $k = 0$ має вигляд $I\xi < ma(a+b)$.

Дослідження частково підтримані грантом EFDS-FL2-08 Європейської федерації академій наук і гуманітарних наук (ALLEA).

1. *Карпетян А.В., Лагутина И.С.* Об устойчивости равномерных вращений волчка, подвешенного на струне, с учетом диссипативного и постоянного моментов // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2000. – № 1. – С. 53–57.
2. *Kononov Yu.M., Sviatenco Ya.I.* Stabilization of Unstable Spinning of a Lagrange Gyroscope in a Resisting Medium by Another Spinning Gyroscope // Int. Appl. Mech. – 2022. – 58, № 5. – P. 605–612.
3. *Kononov Yu.M., Sviatenco Ya.I.* On the subject of influence of dissipative and constant of moments on the stability of uniform rotations of non-free two elastically connected gyroscopes of lagrange // Праці ІПММ НАН України. – 2020. – 34. – С. 50–61.

ON THE STABILITY OF ROTATION IN AN ENVIRONMENT WITH RESISTANCE OF A SUSPENDED LAGRANGE GYROSCOPE UNDER THE ACTION OF A CONSTANT MOMENT

The problem of stability of uniform rotations of a Lagrange gyroscope on a suspension is considered. The mass and inertial characteristics of the suspension and the elasticity of the spherical hinge are taken into account. The conditions for asymptotic stability are obtained in the form of a system of three inequalities, and their analytical studies are carried out depending on the parameters of the mechanical system. The case of degeneration of the suspension into a string is considered, and the obtained stability conditions are compared with the known ones.